ԳԼՈՒԽ

5

ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

§2 ԵՐԿՈՒ ԱՆՀԱՅՏՈՎ ԱՌԱՋԻՆ ԱՍՏԻՃԱՆԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} : \quad (1)$$

Հատկություն 1: (1) համակարգը ունի միակ լուծում՝ նշանակում է $a_1b_2 \neq a_2b_1$

Ապացուցումը: Նախ նկատենք, որ եթե (1) համակարգի հավասարումներից մեկում անհայտի գործակիցներից մեկը հավասար է զրոյի, ապա (2) պայմանից հետևում է, որ այդ նույն անհայտի գործակիցը մյուս հավասարման մեջ զրոյից տարբեր է: Այստեղից հետևում է, որ (2) պայմանի առկայության դեպքում եթե (1) համակարգի գործակիցներից մեկը զրո է, ապա այն ունի միակ լուծումը: Այժմ, եթե (1) համակարգի բոլոր գործակիցները զրոյից տարբեր են, ապա այն համարժեք կլինի

$$\begin{cases} (a_1b_2-a_2b_1)y=a_1c_2-a_2c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} :$$

Համակարգին, որի գործակիցներից մեկը զրոյից տարբեր է և ուրեմն ունի միակ լուծումը:

Հատկություն 2: (1) համակարգը ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ՝ նշանակում է կա մի այնպիսի իրական α թիվ, որ՝

$$\alpha a_1 = a_2,\ \alpha b_1 = b_2,\ \alpha c_1 = c_2:$$

Ապացուցումը: Իսկապես, եթե կա այսպիսի իրական թիվ, ապա (1) համակարգը համարժեք կլինի հետևյալ համակարգին.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \alpha a_1x + \alpha b_1y = \alpha c_1 \end{cases}:$$

Որը ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ:

Հատկություն 3: (1) համակարգը լուծում չունի՝ նշանակում է կա մի այնպիսի իրական α թիվ, որ՝

$$\alpha a_1 = a_2,\ \alpha b_1 = b_2,\ \alpha c_1 \neq c_2:$$

Ապացուցումը: Իսկապես, եթե կա այսպիսի իրական թիվ, ապա (1) համակարգը համարժեք կլինի հետևյալ համակարգին.

$$\begin{cases} a_2x + b_2y = c_2 \\ a_2x + b_2y = \alpha c_1 \end{cases}:$$

որի ձախ մասերը նույնն են, իսկ ազատ անդամները տարբեր են: Ինչը կնշանակի, որ այն լուծում չունի:

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ

Կարողություն, հմտություն

1. Ցույց տվեք, որ համակարգն ունի միակ լուծում.

ա. $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - 5y = 3 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2y + x = 0 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y + z = 2 \\ y + 5z = 0 \end{cases}$:

2. Ցույց տվեք, որ համակարգը լուծում չունի.

ա. $\begin{cases} x - y = 1 \\ 5x - 5y = 1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} y + x = 7 \\ 3x + 3y = 1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 0 \cdot y + z = 8 \\ 0 \cdot y + 0 \cdot z = 2 \end{cases}$:

3. Ցույց տվեք, որ համակարգն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ.

ա. $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 5x - 10y = 5 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4y + x = 3 \\ 3x + 12y = 9 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y + 0 \cdot z = 0 \\ 0 \cdot y + 0 \cdot z = 0 \end{cases}$:

4. Գտեք համակարգի լուծումների քանակը.

ա. $\begin{cases} x-3y=-1 \\ 8x-5y=2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} y+6x=0 \\ 7x+2y=9 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} z=8 \\ 0\cdot y+0\cdot z=8 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} 2x+2y=1 \\ 5x+5y=3 \end{cases}$, ե. $\begin{cases} 3y+7x=1 \\ 21x+9y=3 \end{cases}$, զ. $\begin{cases} 0\cdot y+z=8 \\ 0\cdot y+0\cdot z=0 \end{cases}$:

Կիրառում, մոդելվորում

5. Եթե տրված թվին աջից կցագրենք 4 և ստացված թվին ավելացնենք տրված թվի եռապատիկը, ապա կստանանք 485: Գտեք տրված թիվը:
6. Եթե եռանիշ թվին ձախից կցագրենք 8 և ստացված թվին ավելացնենք 619, ապա գումարը 40 անգամ մեծ կլինի տրված թվից: Գտեք այդ թիվը:

Գնահատում, արժեք

7. Արդյո՞ք երկու անհայտով առաջին աստիճանի հավասարումը կարող է տալ կիրառական խնդիրների միարժեք լուծումներ: Դիտարկեք օրինակ:
8. Հավասարումների համակարգի գրառման նշաններից ո՞րն եք նախընտրում:

   ա. Ինչու՞ է (1) տեսքը կոչվում երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգի ընդհանուր տեսք:

   բ.Ի՞նչ առավելություն է տալիս այդ ընդհանուր տեսքի դիտարկումը:

   գ. Ի՞նչ կապ ունի երկու անհայտով առաջին աստիճանի հավասարումների համակարգի ընդհանուր տեսքը մաթեմատիկական գեղեցիկի բազմազանու-թյունների միասնության և ընդհանրականության հայտանիշների հետ:
9. Ինչպե՞ս կհիմնավորեք այն, որ 1-7 հատկությունները բավարարում են մաթեմա-տիկական գեղեցիկի հետևյալ հատկանիշներին.

   ա.բազմազանությունների միասնության,

   բ. ընդհանրականության,

   գ. ոչ ակնհայտ ճշմարտության իմացության: