ԳԼՈՒԽ 4

ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԵՌԱՆԴԱՄ

§2 ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԵՌԱՆԴԱՄ

Հատկություն 2: Քառակուսային եռանդամը.

ա. արմատ չունի, եթե նրա տարբերիչը բացասական է,

բ. ունի մեկ՝ $-\dfrac{b}{2a}$ արմատը, եթե տարբերիչը զրո է,

գ. ունի երկու արմատ՝ $\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ և $\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$, եթե տարբերիչը դրական է:

Ապացուցումը: Ունենք՝

$$ax^2+bc+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{D}{4a}\ : \qquad (1)$$

ա. $D<0$ դեպքում (1) հավասարության աջ մասի նշանը համընկնում է a–ի նշանի հետ, և հետևաբար 0 չի կարող դառնալ: Այսինքն, այդ դեպքում եռանդամը արմատ չունի:

բ. $D=0$ դեպքում եթե $x=-\dfrac{b}{2a}$, ապա կունենանք

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=a\left(-\frac{b}{2a}+\frac{b}{2a}\right)^2=0:$$

Իսկ դա նշանակում է, որ $-\dfrac{b}{2a}$ –ն եռանդամի արմատ է:

Այդ դեպքում եռանդամը ուրիշ արմատ չի ունենա, որովհետև եթե ունենա α արմատը, ապա (1) հավասարությունից կստանանք՝

$$a^{\alpha_2}+b^{\alpha}+c=a\left(\alpha+\frac{b}{2a}\right)^2=0:$$

Եվ քանի որ $a\neq 0$, ապա $\left(\alpha+\dfrac{b}{2a}\right)^2=0$ կամ $\alpha+\dfrac{b}{2a}=0$ և $\alpha=-\dfrac{b}{2a}$:

Գ. $D>0$ դեպքում եթե $x=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$, ապա կունենանք

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{D}{4a}=a\left(\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{D}{4a}\cdot D/4a^2-\frac{D}{4a}=0:$$

Այսինքն, $\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ –ն եռանդամի արմատ է:

Նույն կերպ ցույց կտանք, որ եռանդամի արմատ է նաև $\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ –ն:

Մնում է ցույց տալ, որ այս դեպքում էլ եթե α–ն եռանդամի արմատ է, ապա այն հավասար է նշված արմատներից որևէ մեկին: Ունենք՝

$$a\alpha^2+b\alpha+c=a\left(\alpha+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{D}{4a}=0$$

կամ

$$x+\frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{D}}{2a}\vee x+\frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{D}}{2a},$$

$$x+\frac{b+\sqrt{D}}{2a}\vee x=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}:$$

ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ

Վերլուծում, համադրում

1. Եթե α-ն ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի արմատ է, ապա

$$ax^2+bx+c=(x-\alpha)g(x),$$

որտեղ g(x)-ը առաջին աստիճանի բազմանդամ է: Ապացուցեք:

Ապացուցումը: Եթե α-ն ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի արմատ է, ապա եռանդամի տարբերիչը բացասական չէ: Եթե տարբերիչը դրական է, ապա այն կունենա նաև β արմատը և

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-b)$$

վերլուծությունը: Հետևաբար կարող ենք վերցնել $g(x)=a(x-b)$: Իսկ եթե տարբերիչը զրո է, ապա կունենանք $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)^2$ և կվերցնենք $g(x)=a(x-\alpha)$:

2. Քառակուսային եռանդամը չի կարող ունենալ երկուսից ավելի արմատներ:

Ապացուցումը: Դիցուք $ax^2 + bx + c$ քառակուսային եռանդամը ունի α, β, γ արմատները և α-ն ու β-ն իրարից տարբեր են: Այդ դեպքում համաձայն հատկությունը 8-ի կունենանք՝

$$ax^2 + bx + c = a\,(x - \alpha)(x - \beta):$$

Տեղադրելով այս հավասարության մեջ x-ի փոխարեն γ, կստանանք

$$a(\gamma - \alpha)\,(\gamma - \beta) = 0:$$

Եվ որովհետև a-ն զրոյից տարբեր է, ստացված հավասարության ձախ մասի արտադրյալի մյուս երկու արտադրիչներից մեկը պետք է լինի զրո: Դրանից էլ կհետևի, որ γ-ն հավասար է α և β տարրերից որևէ մեկին: