

## **Խնդիրները թվաբանորեն լուծողին**

### **Քարեկամ, ցանկացած խնդիր ճիշտ լուծելու համար**

- Լավ հասկացիր այն, ինչ հայտնի է (տեքստում անծանոթ բառ չմնա), տվյալներն ամենատարբեր կողմերից վերլուծիր:
- Հասկացիր՝ որո՞նք են հիմնական (և մնացած) անհայտները, ինչը պիտի գտնես, և խնդրի լուծման ամբողջ ընթացքում դրա մասին հիշիր:
- Խնդիրը, քո քայլերը լավ ու ճիշտ պատկերացնելու, որոշելու համար, անհրաժեշտության դեպքում, նկարելով, գծապատկերելով քեզ օգնիր, մանր առարկաներով քեզ համար խնդիրը ցուցադրիր (մոդելավորիր):
- Ամեն գործողությունը կատարելուց և ավարտելուց հետո մեկ անգամ ևս համոզվիր, որ կատարածդ թվաբանական գործողությունը խնդրի տրամաբանությունից է բխում: **Խնդրի տրամաբանությունից, մեծությունների տրամաբանական կապերից ելնելով պիտի որոշես թվաբանական գործողությունը, ոչ թե՛ հակառակը:** Այսինքն, եթե խնդրում կարդում ես՝
  - ...-ով ավելի է, կամ ... ավելացրել են, կամ՝ միասին են., ապա գումարման հետ գործ ունենք:
  - ...-ով պակաս է, կամ ... վերցրել, պակասեցրել են, կամ՝ մնացած, մնացորդ են., ապա հանման հետ գործ ունենք:
  - մի քանի հատ ինչ-որ բանից ունենք, ... անգամ ավելի է, կամ ... անգամ ավելացրել /մեծացրել են, կամ՝ մի քանի անգամ մեծ են., ապա բազմապատկման հետ գործ ունենք:
  - պարզել, թե մի թիվը մյուսից քանի՞ անգամ է մեծ, մի թվի մեջ մյուսը քանի հատ կա, կամ ... անգամ պակաս է, կամ ... անգամ պակասեցրել/փոքրացրել են, կամ՝ մի քանի անգամ փոքր են., ապա բաժանման հետ գործ ունենք:
- Եթե անծանոթ իրադրության մեջ չգիտես ինչպես վարվել, արա այն, ինչ որևէ օրենքով չի արգելվում և խնդրի տրամաբանությանը չի հակասում:
- Հաշվարկներդ ուշադիր արա, որպեսզի դրանց մեջ արված սխալների պատճառով ջանքերդ «ջուրը չընկնեն»:
- Լուծումն ավարտելուց հետո **անպայման** այն **ստուգիր**: (Մտացածղ թվերով մտիր տեքստի մեջ և համոզվիր, որ բոլոր պայմանները կատարված են):
- Խնդրի պատասխանը գրելուց առաջ **անպայման** կարդա խնդրի պահանջը, հարցը և նոր միայն պատասխանում գրիր այդ հարցի պատասխանը: Հիշիր՝ **խնդիրը լուծել նշանակում է խնդրում առաջադրված հարցի պատասխանը գտնել, տալ:**

Ավաճին ուզում ենք ավելացնել խնդիրների լուծման (և ոչ միայն) մասին լուրջ և օգտակար աշխատանքների հեղինակ Ջորջ Պոյայի մի քանի մեթոդական խորհուրդ (անհատակ տակառից մի բուն), որոնց նա մատչելի ասացվածքի տեսք է տվել:



*Նպատակը կթելադրի ուղին:*

*Ցանկության դեպքում միշտ ուղի կգտնվի (... , չցանկանալու դեպքում պարճատաքանություն):*

*Եթե ձեզ խորհուրդ է պետք, դիմեք «ինչ», «որտեղ», «ե՞րբ», «ինչպե՞ս», հարկապես «ինչո՞ւ» հարցերին:*

*Առաջին հայրնագործությունը կատարելուց հետո ձեր շուրջը նայեք. դրանք խմբերով են լինում:*

**Գայանե Բեդիրյան**

### 3-րդ. Մի անհայտի փոխարինումը մյուսով



#### Արի խնդիր լուծենք

Այս մեթոդական հնարը կիրառելիս (ինչպես անունն է հուշում) խնդրի պայմանների, տվյալների միջոցով **բոլոր անհայտները մեկով են արտահայտում**: Այդ անհայտների արտաքսումից հետո ստացվում է մի անհայտով տվյալ, որից էլ այդ անհայտի արժեքը կարելի է որոշել:

Այս կերպ լուծվող ամենահաճախ հանդիպող խնդիրներն անհավասար մասերի բաժանելու խնդիրներն են:



**Խնդիր 1.** (մեկը մյուսից ...-ով ավելի մասերի բաժանում) Հայրն ու որդին միասին 90 տարեկան են: Երբ որդին ծնվել է, հայրը 30 տարեկան է եղել: Որոշիր՝ յուրաքանչյուրը քանի՞ տարեկան է:

«Երբ որդին ծնվել է, հայրը 30 տարեկան է եղել» փաստից հետևում է, որ որդին միշտ հորից 30 տարով փոքր կլինի: Եվ ընդհանրապես, **ժամանակի ընթացքում որևէ երկու մարդու տարիքային տարբերությունը չի փոխվում**:

Հոր և որդու տարիքներն են անհայտ: Երկու անհայտ, երկու թիվ, որոնց գումարը 90 է, և մեկը մյուսից 30-ով մեծ է (կամ փոքր է): Այսինքն 90-ը երկու անհավասար մասերից է բաղկացած, որոնցից մեկը մյուսից 30-ով մեծ է:

#### 1-ին եղանակ

Եթե այդ 2 թիվը հավասար լինեին, ամեն ինչ հասկանալի կլիներ. 90-ը 2 հավասար մասերի բաժանելը «: 2» թվաբանական գործողությունն է: Բայց այստեղ մեկը մյուսից 30-ով ավելի է: Այ եթե ավելի չլինեք... Եթե մի պահ 30 «ավելցուկը» մի կողմ դնենք (ենթադրենք չկա, հանենք), 2 անհայտն իրար հավասար կլինեն (երկուսն էլ փոքրի չափ), բայց դրանց գումարը 90 չի լինի, այլ 30-ով պակաս, այսինքն՝ 60 (90 - 30): Ուրեմն երկու թիվն էլ 30 (60 : 2) կլինեին, եթե երկուսն էլ փոքր անհայտի չափ լինեին: Նշանակում է փոքր թիվը, տվյալ դեպքում՝ որդու տարիքը **30** է, իսկ մեծը՝ հոր տարիքը՝ դրանից 30-ով ավելի՝ **60**:

Այսինքն՝ «ավելցուկը» թվերի գումարից հանեցինք, բաժանեցինք 2-ի, ստացանք փոքր թիվը: Մեծը կարող ենք ստանալ ն՝ փոքրին 30 ավելացնելով, ն՝ գումարից 30-ը հանելով:

Լուծումն այսպիսին եղավ՝  $(90 - 30) : 2 = 30$  (տարի)

$30 + 30 = 60$  (տարի) կամ  $90 - 30 = 60$  (տարի)

*Պարզ.՝ որդին 30 փարեկան է, հայրը՝ 60:*



Նկատեցի՞ր, որ հասնումն ու բաժանումը մի գործողությամբ անել էնք առաջարկում: Հաջորդ գործողությունները քո տարիքում կարելի է բանավոր կատարել, միանգամից պատասխանը գրել (հատկապես, եթե թվերը փոքր են):

### 2-րդ եղանակ

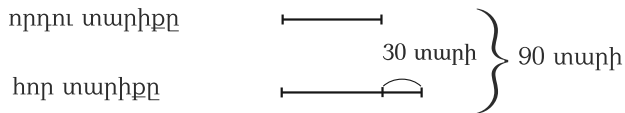
Կարելի է նաև հետևյալ կերպ պատկերել և լուծել:



Լուծումը նույնն է:

### 3-րդ եղանակ

Կարելի է նաև գծապատկերել, ինչն ավելի ընդունված է, քանի որ հատված գծելը շատ ավելի հեշտ է:



**Խնդիր 2.** (մեկը մյուսից մի քանի անգամ ավելի մասերի բաժանում) Հայրն ու որդին միասին 90 տարեկան են, և հայրը որդուց 2 անգամ մեծ է: Նրանց տարիքները որոշիր:

#### 1-ին եղանակ (մասերով լուծում)

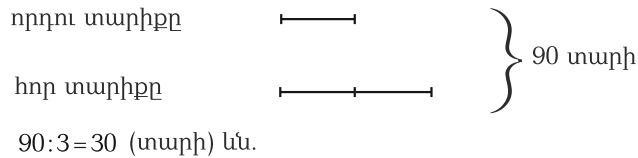
Եթե որդու տարիքն ընդունենք 1 մաս, հոր տարիքը կլինի 2 այդպիսի մաս, երկուսինը միասին՝ մի կողմից 3 մաս, մյուս կողմից, ըստ խնդրի, 90 տարի: 3 մասը 90 է, ուրեմն 1 մասը (որդու տարիքը) 3 անգամ դրանից քիչ է՝ **30 տարի** ( $90 : 3$ ), իսկ հոր տարիքը՝ դրանից 2 անգամ ավելի՝ **60**:

Պատր.՝ որդին 30 տարեկան է, հայրը՝ 60:

#### 2-րդ եղանակ (պատկերելով կամ գծապատկերելով լուծում)



Կամ այսպես՝



**3-րդ եղանակ** (մանր առարկաներով ցուցադրելով լուծում)

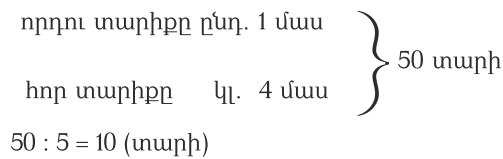
Եթե մինչև վերջ չհասկացար, 3 միանման գրիչներ (ռետին, մատիտ կամ որևէ մանր առարկա) վերցրու և պատկերացրու այսպես. ենթադրենք մի գրիչը որդու տարիքն է, ապա մյուս 2 գրիչը (2 անգամ ավելին) հոր տարիքը կլինի: Ուրեմն միասին 3 գրիչ՝ հավասար մաս կլինի և այդքանը՝ 90, ուստի մեկը՝ 30 նն.:

**ԶԳՈՒՅՇ**  
(առավել հաճախ հանդիպող սխալները)

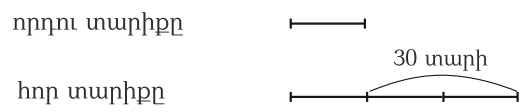
- «...-ով ավելի» -ն տարբերի «... անգամ ավելի» -ից:
- **1-ից 2 անգամ ավելին** 2-ն է ( $1 \times 2 = 2$ ), այսինքն՝ 1 մատիտից 2 անգամ ավելին 2 մատիտն է, 1 կգ-ից 2 անգամ ավելին 2 կգ-ն է, 1 մասից 2 անգամ ավելին 2 մասն է (ոչ թե 3 մասը)... Կողմնորոշվիր «**անգամ**» բառով:



**Խնդիր 3.** Հայրը որդուց 4 անգամ մեծ է, իսկ նրանց տարիքների գումարը 50 է: Քանի տարի հետո հայրը որդուց 3 անգամ մեծ կլինի:



Ներկայումս որդին 10 տարեկան է, հայրը՝ 40: Հայրը որդուց **30 տարով է մեծ** (միշտ): Երբ հայրը որդուց 3 անգամ մեծ լինի, նա էլի 30 տարով մեծ կլինի, այսինքն՝



1 մասը  $30 : 2 = 15$  (տարի): Որդին 15 տարեկան կլինի, այսինքն՝ **5 տարուց**:




*Պատր.՝ 5 փարուց:*

Այս և նման խնդիրների լուծման մեջ գծապատկերների օգտագործումը հատկապես օգտակար է: Միայն պետք է գծապատկերման հիմնական սկզբունքը չխախտել: Այն է՝ **հավասար մեծությունները հավասար երկարության հատվածների տեսքով է հարկավոր պատկերել**: Այսինքն՝ նույն խնդրի պատկերման մեջ 10 տարին չի կարող մի պայմանում, օրինակ, 1 վանդակի չափ հատվածով պատկերվել, մյուս պայմանում՝ 2:



## Ազատ Նավարկություն

(Թե՛ն առաջին, թե՛ն երկրորդ մասի գծապատկերով տրված խնդիրների հիմնական մասն առաջարկում ենք բանավոր անել)

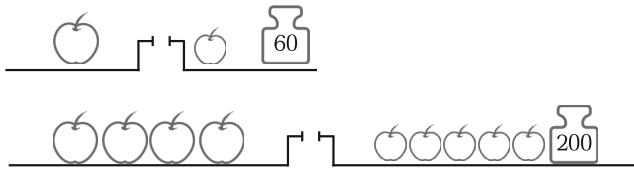
- 39.** Ջայլամի տարիքը   
 Ագոավի տարիքը   
 Քարարծիվի տարիքը  } Բոլորը միասին 240 տարի կարող են ապրել:

Ագոավը քանի՞ տարի կարող է ապրել:

- 40.** Պարոն Արշակյանը 84 ուրբուց այնքան ծախսեց, որ ծախսածից 3 անգամ շատ իր մոտ մնաց: Նա որքան ծախսեց:
- 41.** 100 լուցկու հատիկը երկու կույտի բաժանեցին այնպես, որ մեկում մյուսից 3 անգամ ավելի էր: Ամեն կույտում քանի՞ հատիկ էր:
- 42.** 3 պահեստ 270 տ բեռ բերեցին: Առաջին պահեստ 2 անգամ շատ բեռ բերեցին, քան երկրորդ պահեստ և 6 անգամ շատ, քան երրորդ պահեստ: Յուրաքանչյուր պահեստ քանի՞ տոննա բեռ բերեցին:
- 43.** Տարբեր արժողությամբ մետաքսի 4 հակի համար 61200 ռ. վճարեցին: Ամեն հակ ինչ արժեք, եթե առաջինի համար 2 անգամ ավելի են վճարել, քան երկրորդի համար, երկրորդի՝ 3 անգամ ավելի, քան երրորդի, իսկ երրորդի՝ 5 անգամ ավելի, քան չորրորդի:

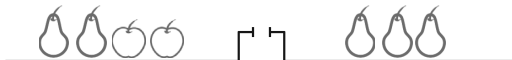
44. Երեք վաճառական միմյանց միջև 8260 \$ եկամուտը հետևյալ կերպ բաժանեցին. առաջինը 2 անգամ, երկրորդը՝ 4 անգամ ավելի ստացավ, քան երրորդը: Յուրաքանչյուրը որքան ստացավ:
45. Կիրակի օրն առավոտյան, կեսօրին և երեկոյան ձուկ եմ բռնել: Ամբողջ որսս 3 կգ է: Ըստ որում առավոտյան 3 անգամ ավելի ձուկ եմ բռնել, քան կեսօրին, իսկ կեսօրին՝ երեկոյից 2 անգամ քիչ: Առավոտյան ու երեկոյան որքան ձուկ եմ բռնել:
46. Երկու թիվ գտիր, որոնց գումարը 2867 է, իսկ տարբերությունը՝ 453:
47. Երկու թվերի գումարը 13248 է, իսկ քանորդը՝ 35: Այդ թվերը գտիր:
48. Այժմ Սերգեյը 11 տարեկան է, իսկ Վարդանը՝ 1 տարեկան: Քանի տարեկան կլինեն Սերգեյն ու Վարդանն այն ժամանակ, երբ Սերգեյը Վարդանից 2 անգամ մեծ լինի:
49. 360 մ ջրանցք էր պետք փորել: Առաջին շաբաթում մի քանի մետր փորեցին, երկրորդ շաբաթում՝ դրանից 2 անգամ շատ, որից հետո 60 մ մնաց փորելու: Երկրորդ շաբաթվա ընթացքում ինչ երկարությամբ ջրանցք փորեցին:
50. Արշակն Անահիտից 4 անգամ շատ տետր ունի: Յուրաքանչյուրը քանի տետր ունի, եթե Անահիտի տետրերը 24-ով քիչ են:

51.



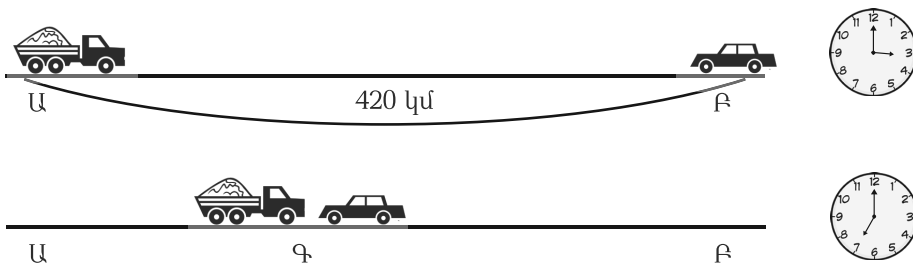
Փոքր խնձորի զանգվածը որոշիր:

52.



Ամբողջ միրգը 720 գ է: Խնձորի զանգվածը որոշիր:

53.



Մարդատարի արագությունը գտիր, եթե նա բեռնատարից 2 անգամ արագ է շարժվում: