

1-ին. Հատուկ մեթոդներ չպահանջող խնդիրներ



Արի խնդիր լուծենք

Այս բաժնի խնդիրների լուծման համար անհրաժեշտ գործողությունները կան խնդրում ուղղակի աված են, կան խնդրի պայմաններից են պարզվում: Պետք չէ մտածել, որ այդ կարգի խնդիրները միշտ հեշտ են լուծվում: Այդպիսի խնդիրների մեջ այնպիսիք կան, որոնց լուծումը բացատրելը դժվար է: Կան նաև այնպիսիք, որոնք դժվար են, որովհետև տվյալների ու անհայտների կապը (կախվածությունը) միանգամից չի երևում: Եվ իվերջո ցանկացած խնդիր լուծելու համար դրան հարմար դաստոգություններն անելու փորձ, վարժանք է անհրաժեշտ:

Այս բաժնում հիմնականում ընդգրկված են այնպիսի խնդիրներ, որոնցում երկու համեմատական (ուղիղ կամ հակադարձ) մեծություններ են մասնակցում, ըստ որում դրանցից յուրաքանչյուրը երկու կամ երեք արժեք կարող է ընդունել, և այդ արժեքներից մեկն անհայտ է:

Ներկայացված լուծումներն ուսումնասիրիր և կնկատես տրամաբանական դաստոգությունների սուրբ տարբերությունները: Դրանց նկատմամբ ուշադիր եղիր և յուրաքանչյուր խնդրի լուծման առավել հարմար ուղին, եղանակը կկարողանաս ընտրել (այդ հիմնական ուղիները չորսն են):

Այժմ միասին նման խնդիրներ լուծենք, իսկ մնացածն ինքնուրույն կանես:



Խնդիր 1. 24 տետրը 120 գ են կշռում: Նման քանի տետրն է 180 գ կշռում:

1-ին եղանակ

Քանի որ 24 տետրը 120 գ են կշռում, ուրեմն 1 տետրը 24 անգամ քիչ կկշռի, այսինքն՝ $120:24=5$ (գ): Մի տետրը 5 գ է կշռում, ապա 180 գ կկշռեն $180:5=36$ (տետր): (Պարզեցինք, թե քանի՞ 5 գ կա 180 գ-ի մեջ):

Պատր.՝ 36 տետր:

2-րդ եղանակ

Նկատում ենք, որ և՛ 120-ը, և՛ 180-ը 60-ի են բաժանվում ($120=2 \times 60$ և $180=3 \times 60$) և այսպիսի դաստոգություններ ենք անում.

Քանի որ 120 գ (2×60) են կշռում 24 տետրը, ապա 60 գ կկշռեն 2 անգամ քիչ՝ 12 տետրը ($24:2=12$): Քանի որ 12 տետրը 60 գ են կշռում, ապա 180 գ կկշռեն, այսինքն՝ 3 անգամ ծանր կլինեն 3 անգամ շատ՝ **36** (3×12) տետրը:

Կարելի է նկատել, որ 60-ը 120-ի և 180-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է, և լուծման այս եղանակը նպատակահարմար չէ փոխադարձ պարզ թվերի համար (ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 1 է):

Ի դեպ ևս 2 եղանակով կարող ենք այս խնդիրը լուծել, սակայն դրանք այս խնդրին այնքան էլ հարմար չեն: Բայց լավ կլինի ինքդ համոզվես:

3-րդ եղանակ

180 գ-ը 120 գ-ից $\frac{180}{120} = \frac{3}{2}$ անգամ մեծ է, ուրեմն 180 գ են կշռում ոչ թե 24, այլ դրանից $\frac{3}{2}$ անգամ շատ՝ $24 \times \frac{3}{2} = 36$ (տետրը): (Տետրերի կշիռը և դրանց քանակն ուղիղ համեմատական մեծություններ են, ուրեմն քանի՞ անգամ առաջինի արժեքը մեծ է /կամ փոքր/, նույնքան անգամ երկրորդի արժեքն է մեծ /կամ փոքր/):

4-րդ եղանակ

120 գ կշռում են 24 տետրը, ուրեմն 1 գ կկշռի 24-ից 120 անգամ քիչ՝ $\frac{24}{120}$ տետրը և 180 գ՝ սրանից 180 անգամ շատ՝ $\frac{24}{120} \times 180 = 36$ (տետրը):



Խնդիր 2. 5 մարդ մի աշխատանքը 8 օրում կատարեցին: Նույն աշխատանքը 20 մարդը քանի՞ օրում կկատարեին (բոլորը նույն արագությամբ են աշխատում):

1-ին եղանակ

Քանի որ 5 մարդը գործը 8 օրում են ավարտում, ուրեմն 4 անգամ շատ մարդիկ (20-ը 5-ից 4 անգամ ավելի է) նույն գործը 4 անգամ արագ՝ 4 անգամ քիչ ժամանակում կանեն: Այսինքն 20 մարդն այդ նույն աշխատանքը ոչ թե 8, այլ **2 օրում** (8 : 4) կավարտին:

Պատր.՝ 2 օրում:

2-րդ եղանակ

Քանի որ 5 մարդը գործը 8 օրում են ավարտում, ուրեմն 1 մարդուն գործն ավարտելու համար 5 անգամ շատ ժամանակ՝ 40 օր պետք կլիներ: Եթե յուրաքանչյուրը մենակ գործը կարող էր 40 օրում ավարտել, ուստի 20 աշխատողն այդ կանեն 20 անգամ արագ՝ ոչ թե 40, այլ դրանից 20 անգամ քիչ ժամանակում՝ **2 օրում** (40 : 20):

3-րդ եղանակ

Քանի որ 5 մարդը գործը 8 օրում են ավարտում, ուրեմն 1 մարդուն գործն ավարտելու

համար 5 անգամ շատ ժամանակ՝ 40 օր պետք կլիներ: Նշանակում է յուրաքանչյուրը մենակ օրական գործի $\frac{1}{40}$ մասն է կատարում, ուստի 20 աշխատողն օրական գործի $\frac{1}{2}$ մասն են կատարում (20 անգամ ավելի): Քանի որ օրական գործի կեսն են կատարում, ուրեմն ամբողջ գործը **2 օրում** կավարտեն:

4-րդ եղանակ

Քանի որ 8 օրում գործն ավարտելու համար 5 մարդ է անհրաժեշտ, ուրեմն 1 օրում այն ավարտելու համար 8 անգամ շատ՝ 40 մարդ է անհրաժեշտ: Եթե 40 մարդը տվյալ գործը 1 օրում կարող են ավարտել, ուրեմն 20 մարդուն նույն գործի համար 2 անգամ ավելի (որովհետև աշխատողները 2 անգամ քիչ են), այսինքն՝ **2 օր** անհրաժեշտ կլինի:

Չմոռանաք, որ ինդրի լուծման այս 4 տարբերակներից 1-ը, ծայրահեղ դեպքում՝ 2-ն են առավել հարմար:

Հավելված 1

Որոշ չափման միավորների համեմատական աղյուսակ

1 ֆութ (ոտք, ոտքաչափ) = 30,48սմ

1 սաժեն = 7 ֆութ = 2,13 մ

1 փութ = 16 կգ

Հավելված 2

Դարձյալ խնդիրներ լուծելու մասին (մաթեմատիկայի ուսուցչի մտորումներ)

Տարիներ շարունակ, այս կամ այն առիթով, ցանկություն է առաջացել տարրական դպրոցում թվաբանական խնդիրների լուծման հարցերի շուրջ հողված գրել և նոր միայն ձեռնարկում եմ:

Թվում է, թե խնդիրներով այնքան վաղուց ենք զբաղվում, որ երեխաների մոտ դրանց լուծման հմտություններ ձևավորելու և զարգացնելու մեթոդիկայում հարցեր չպիտի մնացած լինեին: *Բարեբախտաբար այդպես չէ:* Բարեբախտաբար, որովհետև այլապես մաթեմատիկայի ավանդման մեթոդիկան չէր զարգանա. *կյանքի առաջադրած հարցերի պատասխանները գտնելով ենք մենք սովորում, առաջ գնում, զարգանում:*

Խնդիրների լուծման հետ կապված բոլոր հարցերին, անշուշտ, մի հողվածում անդրադառնալ հնարավոր չէ: Դրանցից մի քանիսին միայն կանդրադառնանք:

Ուզում ենք նախ նշել, որ մինչև ներկայիս 6-րդ դասարան (ներառյալ) խնդիրները թվաբանորեն լուծելու անհրաժեշտությունը մեզ համար անվերապահ ճշմարտություն է. թվաբանությունից այդչափ զինված սովորողի համար մաթեմատիկայի հետագա ուսումնասիրումն անհամեմատ հեշտ, ավելի մատչելի է:

1. Խնդիրը համառոտագրելու մասին

Համառոտագրության հետ կապված երկու հիմնական հարցի ենք հանդիպել՝

- Խնդիրը համառոտագրելը պարտադիր է,
- Համառոտագրության ո՞ր ձևն է ճիշտ (տարբեր դասագրքերում հանդիպողներից),

Համառոտագրության շուրջ (ինչպես ցանկացած մեթոդական հարցի շուրջ) այս կամ այն հարցի ճիշտ պատասխանները, կարծում ենք, հարկ է համառոտագրության նպատակից բխեցնել:

Ինչո՞ւ ենք խնդիրը համառոտագրում: Որպեսզի հասկանանք և հետո լուծենք:

Նշանակում է, միշտ չէ, որ համառոտագրելն անհրաժեշտ է: Եթե խնդիրը կարդում և պայմանն ու պահանջը բանավոր, մտքում վերլուծելով հասկանում ենք, *հստակ համառոտ-*

տագրելու համառոտագրելը ժամանակի և ջանքերի ավելորդ կորուստ է: Այս դեպքում սովորողին համառոտագրել ստիպելը ճիշտ չէ. դրա փոխարեն նա 1-2 ուրիշ խնդիր կհասցնի լուծել, ինչն ավելի օգտակար կլինի:

Իսկ «համառոտագրության դր ձևն է ճիշտ» հարցի մեր պատասխանն այսպիսին է՝ «այն, որը տվյալ խնդրին և տվյալ սովորողին է հարմար»: Այսինքն՝ սովորողը կամ խնդիր լուծող որևէ մեկը համառոտագրելու ամենատարբեր եղանակներից (դրանց մեր օգնությամբ է տիրապետում) ընտրելու ազատություն պիտի ունենա: Նա խնդիրն իր համար առավել հասկանալի դարձնող, իր ձեռքում լավ աշխատող գործիքը կընտրի:

Սա միաժամանակ մեզ վրա պարտականություն է դնում սովորողին բազմաթիվ այդպիսի գործիքներ ցույց տալ, նրա մոտ դրանք կիրառելու հմտություններ ձևավորել ու զարգացնել: Մյուս կողմից, եթե համառոտագրելու փոխարեն սովորողը խնդիրը, ասենք, մոդելավորի, պիտի պատժենք: Ազնիվ չէ և մաթեմատիկայի ըմբռնմանն ու դրա նկատմամբ հետաքրքրությունը պահելուն չի նպաստում: Հաստատում:

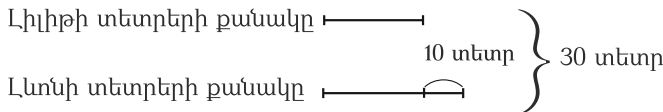
Եթե համառոտագրելը պարտադիր չենք համարում, ապա խնդիրը սովորողին ինչպես բացատրենք, հասկանալի դարձնենք:

2. Խնդիրը հասկանալու մասին

Խնդիրները հասկանալի դարձնելու ամենատարբեր եղանակներ գիտենք: Անշուշտ, այս կամ այն եղանակի ընտրությունը խնդիրն է թելադրում: Խնդիրներ կան, որոնց համար հարմար է՝

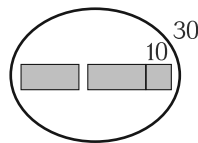
- գծապատկերելը,

Օրինակ՝ «Մայրը Լևոնին ու Լիլիթին 30 տետր տվեց: Լևոնին 10-ով ավելի տվեց: Ամեն մեկին քանի տետր տվեց»: Խնդիրը կարելի է այսպես պատկերացնել.



- նկարելը,

վերը բերված խնդիրը կարելի է նաև այսպես պատկերել.



- պայմանները համառոտ գրելը,

Օրինակ՝ «2 պղինձն ու 3 դույլը միասին 18 Լ ջուր են տանում, իսկ նույնպիսի 2 պղինձն ու 4 դույլը՝ 22: Դույլը քանի լիտր տարողություն ունի»: Խնդիրն արժե այսպես գրանցել.

$$2 \text{ պղինձ} + 3 \text{ դույլ} \text{ --- } 18 \text{ Լ} \quad (1)$$

- իրադրությունը ձեռքի տակ եղած մանր առարկաներով մոդելավորելը,
Կարծում եմ՝ այսպես հաճախ եք վարվում և համաձայն եք, որ այս ձևը շատ օգտակար է առարկայական մտածող փոքրերի համար՝ նաև առարկայական մտածողությունից տրամաբանականին անցման շրջանում:

- խնդիրն այնպիսի պատմություն դարձնելը, որի գլխավոր գործող անձը խնդիրը լուծողն է,

Օրինակ՝ *«Ավտոմեքենան 4 ժամում 240 կմ անցավ: Եթե ժամում 6 կմ-ով ավելի անցնի, 7 ժամում քանի՞ կմ կանցնի:»* խնդրի մեջ սովորողը վարորդը կդառնա,

«Երեխաներն իրենց ստացած վարունգի բերքը 5 զամբյուղի մեջ լցրին, ամեն զամբյուղում՝ 6 կգ: 28 կգ-ը զամբյուղներում չտեղավորվեց: Քանի՞ կգ վարունգի բերք էին հավաքել:» խնդրում՝ արկղերի մեջ լցնողը,

«Անան 3 գրիչ և 6 տետր գնեց: Մի գրիչը 40 դր.արժեք, իսկ մի տետրը՝ 30 դր.: Անան քանի՞ դրամ վճարեց:» խնդրում՝ գնողը նն.:

- պայմաններն ամենատարբեր կողմերից բանավոր դիտարկելը:

Օրինակ՝ *«Նարինեն 3 խաղալիք է պատրաստել: Դա Արմենի պատրաստածից 2 անգամ քիչ է: Ո՞վ է ավելի շատ խաղալիք պատրաստել և որքանով:»*

Կարող ենք հատ-հատ հարցերով առաջ գնալ: Օրինակ՝

Ովքեր են խաղալիքներ պատրաստել: - Նարինեն և Արմենը:

Ո՞վ քանի՞ խաղալիք է պատրաստել - Նարինեն 3 խաղալիք է պատրաստել, իսկ Արմենը՝ չգիտենք քանի:

Լավ, իսկ ո՞վ է ավելի շատ պատրաստել: - Արմենը:

Ինչո՞ւ: - Նարինեն Արմենից քիչ է պատրաստել, ուրեմն Արմենը նրանից շատ է պատրաստել:

Իսկ չգիտենք ինչքան շատ: - Գիտենք՝ Նարինեից 2 անգամ շատ:

Ուրեմն, Նարինեն 3 խաղալիք էր պատրաստել, իսկ Արմենը՝ դրանից 2 անգամ շատ: Այսինքն՝ 6 (3-ից 2 անգամ շատ):

Խնդիրն իրապես հասկանալուց հետո լուծման քայլերն ակնհայտ են դառնում:

Հաճախ ենք սովորողների և մանկավարժների հետ մտածել՝ ինչպե՞ս վստահ լինենք, որ խնդիրը մինչև վերջ հասկացել ենք: Մտածում ենք, որ կարող ենք խնդիրը մինչև վերջ հասկացած համարել, եթե՝

- մեզ խնդրի մեջ պատկերացնենք, մեր շուրջը նայենք ու ամեն ինչ մեզ համար պարզ լինի (ոչ մի մութ անկյուն),

- խնդրի մեջ բերված իրադրության մասնակիցների մասին ցանկացած հարցի կարողանանք ճիշտ պատասխանել,

- խնդրի տեքստը կարողանանք վերացարկել՝ խնդրի կմախքը պարզել (Ա-ն ու Բ-ն միասին այսքան են, մեկը մյուսից՝ այսքանով ավելի):

Փորձեք, գուցե այս հնարները Ձեզ էլ օգտակար լինեն:

3. Ճիշտ տեղում ճիշտ հարց ձևակերպելը

Գրեթե բոլոր խնդիրներում լուծման հաջողությունը որոշվում է ճիշտ տեղում ճիշտ հարցը տալով, անհրաժեշտության դեպքում՝ *խնդրի հարցը* նոր փաստերի լույսի ներքո *վերաձևակերպելով*: Եթե հիշում եք բարոն Մյունհաուզենի այն պատմությունը, ըստ որի նա ինքն իրեն, մազերից ձգելով, ճահճից դուրս է քաշել, ապա պիտի համաձայնեք՝ դա շատ նման է հարցեր ձևակերպելով, դրանց պատասխանները քայլ առ քայլ պարզելով խնդիր լուծելուն՝ դժվարությունը (ճահիճը) հաղթահարելուն:

Օրինակ՝ *«Եղբայրներով 5 կարմիր և 7 կապույտ նույն արժեքի մատիտ գնեցինք: Կապույտների համար 40 դր. ավելի վճարեցինք: Մի մատիտն ինչ արժեք:»* խնդիրը վերլուծելիս բավական է ինքնեքս մեզ հարցնենք, թե ինչո՞ւ ենք նույն գնի 7 կապույտ մատիտի համար 40 դրամով ավելի վճարել և կհասկանանք, որ պատճառը դրանցից 2-ով ավելի գնելն է: Այսինքն՝ 2 մատիտը (անկախ գույնից) 40 դր. արժե, ուստի 1 մատիտը՝ 2 անգամ պակաս՝ 20 դր.:

Կամ՝ *«2 պղինձն ու 3 դույլը միասին 18 լ ջուր են տանում, իսկ նույնպիսի 2 պղինձն ու 4 դույլը՝ 22: Դույլը քանի՞ լիտր տարողություն ունի:»* խնդիրը վերլուծելիս մեզ հարցնենք, թե երկու պայմանների մեջ նկատված 4 լ տարբերությունն ինչո՞ւ է գոյացել (տարբերության պատճառն ի՞նչն է) և անհայտներից մեկի արժեքը (կամ արժեքի պատիկը) կգտնենք: Այսինքն կստանանք՝ 1 դույլը 4 լ տարողություն ունի:

Հարցեր տալու արվեստն ավելի լայն, հատուկ խոսակցության նյութ է:

Ի վերջո, ինչպես որ *ոչ մի խնդիր մինչև վերջ սպառել հնարավոր չէ*, այնպես էլ այս թեման է անսպառ:

*Միրով իր որոշ մտքեր Ձեզ հետ կիսեց
Գայանե Բեդիրյանը*