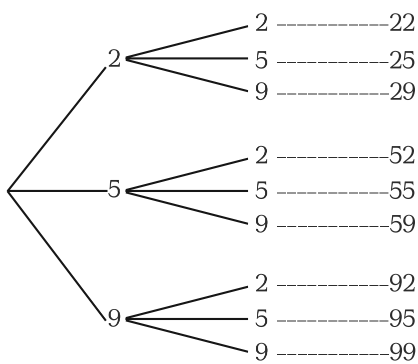
Արի խնդիր լուծենք

Միացությունների տեսությունը կամ կոմբինատորիկան մաթեմատիկայի այն ճյուղն է, որն առարկաների զուգակցումներն ու տեղափոխություններն է ուսումնասիրում*:

Խնդիր 1. 2, 5 և 9 թվանշաններով քանի՞ երկնիշ թիվ կարելի է կազմել:

Եթե սահմանափակում չկա, ուրեմն թվանշանները թվի գրության մեջ կարող են կրկնվել:

1-ին եղանակ



Պատ.՝ 9:

Այս ներկայացումը «**ընտրության ծառ**» են անվանում:

Այս խնդիրը կարող ենք նաև **բազմապատկման սկզբունքով** լուծել:

2-րդ եղանակ

Երկնիշ թվի առաջին թվանշանը կորոշվի **երեք տարբերակով** (կա՛մ 2, կա՛մ 5, կա՛մ 9): Այդ տարբերակներից **յուրաքանչյուր դեպքում** երկրորդ թվանշանը կարելի է ընտրել դարձյալ երեք թվանշաններից (թվանշանները կարող են կրկնվել) **երեք տարբերակով**: *«Երեք տարբերակներից յուրաքանչյուր դեպքում երեք տարբերակ»* – բազմապատկման տրամաբանությունը: Ստացվում է $3 \times 3 = \mathbf{9}$ **տարբերակ**:

Եթե խնդրի պայմանում թվանշանը կրկնվելը թույլ չտրվեր, ապա խնդրի լուծումն այլ

* Առավել մանրամասն՝ հավելվածում:

կլիներ: Երկնիշ թվի առաջին թվանշանը կորոշվեր **երեք տարբերակով**: Այդ տարբերակներից **յուրաքանչյուր դեպքում** երկրորդ թվանշանը կարելի կլիներ ընտրել մյուս երկու թվանշաններից՝ **երկու տարբերակով**: Կստացվեր $3 \times 2 = \mathbf{6}$ **տարբերակ**:

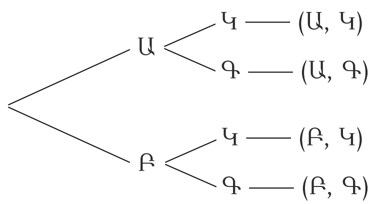
Խնդիր 2. Արմենին, Բաբկենին, Կարինեին և Գայանեին քանի՞ ձևով կարելի է 2 աշակերտական նստարանի նստեցնել (1 տղա ու 1 աղջիկ):

1-ին եղանակ

Տղաներին նստարաններին նստեցնելու 2 ձև կա՝ առաջինին Ա-ն, երկրորդին Բ-ն կամ հակառակը՝ ԲԱ: Այս դասավորություններից յուրաքանչյուրի դեպքում 2 աղջիկներին կարող ենք 2 տարբեր ձևով նստեցնել, այսինքն՝ $2 \times 2 = \mathbf{4}$ դասավորություն է հնարավոր:

Պատ.՝ 4:

2-րդ եղանակ



Խնդիր 3. 2 տարբեր ծրար ու 3 տարբեր դրոշմանիշ ունենք: Քանի՞ ձևով կարող ենք նամակ (1 դրոշմանիշ ու 1 ծրար) ուղարկել:

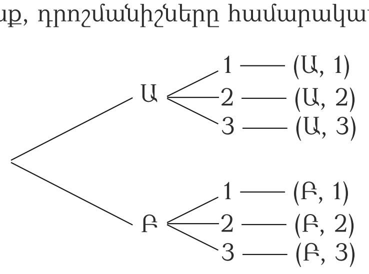
1-ին եղանակ

Ծրարները կարող ենք 2 ձևով ընտրել, իսկ *յուրաքանչյուր դեպքում* 3 դրոշմանիշներից մեկը՝ 3 ձևով: Ուրեմն $2 \times 3 = \mathbf{6}$ եղանակով կարող ենք 1 ծրար ու 1 դրոշմանիշ վերցնել:

Պատ.՝ 6:

2-րդ եղանակ

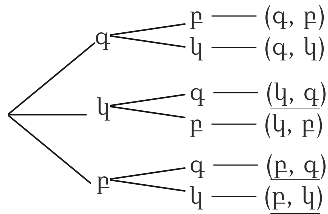
Ծրարները Ա, Բ նշանակենք, դրոշմանիշները համարակալենք՝ 1; 2; 3:



Խնդիր 4. Նապաստակին զազանանոցում ամեն կերակրելիս 2 տարբեր բանջարեղեն են տալիս: Գազար, կաղամբ և բազուկ ունենալու դեպքում նապաստակի համար քանի՞ տարբեր ուտելիք կարելի է պատրաստել:

1-ին եղանակ

Կարող ենք, գազարը «գ» կարճ գրանցել, բազուկը՝ «բ», իսկ կաղամբը՝ «կ»:



6 տարբերակ է ստացվում, իսկ կրկնությունները (դրանք ընդգծված են) բացառելուց հետո՝ *3 տարբեր* ուտելիք:

Պատ.՝ 3:

2-րդ եղանակ *(հաշվի գունավոր փայտիկներով կամ ձեռքի տակ եղած մանր գրենական պիտույքներով)*

Պատկերացնենք, թե մեր այս դեղին փայտիկը գազարն է, սպիտակը՝ կաղամբը, կարմիրը՝ բազուկը: Այս 3 փայտիկներից քանի՞ ձևով կարող ենք 2-ը վերցնել:

Փորձելով անում ենք ու կրկնությունները բացառելով գրանցում (դ, սպ), (դ, կ), (կ, սպ):

3-րդ եղանակ

Զույգեր կազմելու այդ նույն փորձերը գրանցում ենք՝ որոշ պայմանական նշաններ մտցնելով.

Գազարը ▲ ենք նշանակում, կաղամբը՝ ●, բազուկը՝ ■:

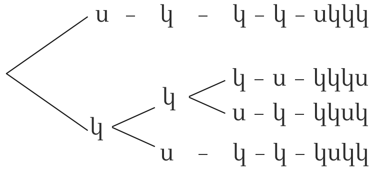
Զույգերը գրում ենք, կրկնությունները՝ հանում (ընդգծված են):

▲●; ▲■; ●▲; ●■; ■▲; ■●

Խնդիր 5. 3 կարմիր ու 1 սև ուլունքները քանի՞ ձևով կարող ենք թելի վրա շարել:

1-ին եղանակ

Կարմիր ուլունքը «կ» նշանակենք, իսկ սևը՝ «ս»:



Պատ.՝ 4 ձևով:

2-րդ եղանակ

Թելի վրա ուլունքների տեղերը քառակուսիներով պատկերենք, ընդ որում՝ սևը որպես *դատարկ վանդակ*, իսկ կարմիրը՝ *մեջը կետով*:

Կստանանք՝

●	●	●	

●		●	●

●	●		●

	●	●	●

Խնդիր 6. 5 ճամպրուկ և այդ ճամպրուկների 5 բանալի ունենք, բայց բանալիները խառնվել են: Վատագույն դեպքում քանի՞ փորձով կարելի է բոլոր բանալիները համապատասխան ճամպրուկների վրա դնել:

Առաջին ճամպրուկի բանալին վատագույն դեպքում 4 փորձով կգտնենք (եթե չորսից ոչ մեկը չհարմարվի, ուրեմն վերջինինն է), հաջորդինը՝ մնացած 4 բանալիներից՝ 3 փորձով (եթե 4-ից 3-ը չհարմարվեն, վերջինը հաստատ դրանը կլինի), հաջորդինը՝ 2 փորձով, նախավերջինի բանալին 2 հատից 1 փորձով կորոշվի: Այսինքն $4+3+2+1=\mathbf{10}$ **փորձով** բոլոր բանալիներն իրենց ճամպրուկների վրա կլինեն:

Պատ.՝ 10 փորձ:

Խնդիր 7. Շախմատի մրցումների 10 մասնակիցները քանի՞ պարտիա կխաղան, եթե ցանկացած երկուսը մի պարտիա են խաղում:

Հարմարության համար մասնակիցներին 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 համարներ տանք:

Հ.1-ը խաղում է 9 պարտիա մյուս 9 մասնակիցների հետ, հ. 2 – ը՝ 8 պարտիա (հ.1-ի հետ պարտիան արդեն հաշվել ենք), հ. 3-ը՝ 7 և այսպես ..., հ. 9-ը՝ 1 պարտիա, իսկ հ.10-ի պարտիաները համապատասխան տեղերում արդեն հաշվել ենք (նախորդ շախմատիստների հետ է խաղացել):

Ուրեմն, ընդամենը $9+8+\ldots+2+1=4\cdot10+5=\mathbf{45}$ կամ՝ $\dfrac{9\cdot10}{2}$ պարտիա է խաղացվել:

Առաջին դեպքում հաշվել ենք *Գաուսի ձևով*՝ ծայրերից հավասարահեռ թվերի գումարը 10 է, այդպիսի զույգերը չորսն են, մեջտեղի թիվը՝ 5-ը առանձին է: Այսինքն՝

$$4\cdot10+5:$$

Երկրորդ դեպքում առաջին n բնական թվերի գումարի բանաձևով ենք հաշվել:

Այն է՝ $1+2+3+...+n=\dfrac{n\cdot(n+1)}{2}$

Պատ.՝ 45 պարտիա:

Խնդիր 8. Տուփի մեջ 12 միանման մատիտ ունենք, որոնցից 2-ը սև են, 10-ը՝ կանաչ: Առանց նայելու (մթության մեջ) քանի՞ մատիտ վերցնենք, որպեսզի դրանց մեջ 1 կանաչ մատիտ լինի:

Պատահականորեն, առանց տեսնելու ենք հանում, ուրեմն պիտի հաշվարկները վատագույն ելքի դեպքում անենք: Սև մատիտի հանելը մեզ պետք չէ, բայց վատագույն իրավիճակը քննարկելիս այդ ելքը հնարավոր է: Ենթադրենք, որ առաջինը սև մատիտ հանեցինք, երկրորդն էլ, հաջորդն անպայման կանաչ կլինի:

Այսինքն, **3 մատիտ** հանելը պայմանի կատարման համար միանգամայն բավարար է:

Պատ.՝ 3 մատիտ:

Խնդիր 9. Պարկում 12 միանման կոճակ կա, որոնցից 4-ը սև են, 5-ը՝ կարմիր, 3-ը՝ սպիտակ: Առանց պարկի մեջ նայելու, ամենաքիչը քանի՞ կոճակ հանենք, որ մեկը գոնե սև լինի:

Դարձյալ վատագույն դեպքն ենք քննարկում: Ենթադրենք նախ 5 կարմիր կոճակը հանեցինք (ամենևին մեզ պետք չէր), հետո՝ 3 սպիտակը, որը նույնպես մեր նպատակին հասնելուն խանգարում է: Այսինքն, 8-ն արդեն հանել ենք: Հաջորդը՝ 9-րդը միայն սև կարող է լինել: Այսինքն՝ $5+3+1=\mathbf{9}$ (կոճակ):

Պատ.՝ 9 կոճակ:

Խնդիր 10. 4 մարդուն քանի՞ ձևով կարելի է սեղանի շուրջ նստեցնել:

Խնդիրը լուծելուց առաջ երկու հարց պիտի պարզենք.

1-ին հարց. Անշուշտ դասավորությունները տարբեր են, եթե մարդկանցից որևէ մեկի հարևանները փոխվել են, սակայն աջակողմյան ու ձախակողմյան հարևանների միջև տարբերություն պե՞տք է դնել:

2-րդ հարց. Տեղերի մեջ տարբերություն դրվու՞մ է (ասենք, պատվավոր տեղ կա՞): «Այո» կամ «ոչ» պատասխաններից կախված 4 տարբեր խնդիր է ստացվում:

Սրանց պատասխաններից կախված ստացվող խնդիրները քննարկենք և արդյունքները համեմատենք:

Ազատ նավարկություն

143. 1 տանձը, 1 խնձորն ու 1 բանանը քանի՞ եղանակով կարող ենք 3 մարդու միջև բաժանել:

144. 2 կապույտ և 2 կարմիր ժետոններից քանի՞ եղանակով կարող ենք 1 կարմիրն ու 1 կապույտն ընտրել:

145. Հյուրանոցում 4 զբոսաշրջիկին քանի՞ ձևով կարող են 2 երկտեղանոց սենյակներում տեղավորել:

146. 3 տարբեր գույնի (ասենք՝ կարմիր, կապույտ, սպիտակ) կտորներից քանի՞ եռագույն դրոշ կարելի է կարել (ուղղահայաց շերտերով):

147. 5 բանվորներից քանի՞ ձևով կարող ենք բրիգադ կազմել (1 բրիգադիր ու 4 բանվոր):

148. 4 տարբեր ծրար ու 4 տարբեր դրոշմանիշ ունենք: Դրանք օգտագործելով քանի՞ տարբեր նամակ (դրոշմանիշով ծրար) կարելի է ուղարկել:

149. Գրչատուփում կա 4 կարմիր և 5 կապույտ գրիչ: Մթության մեջ ամենաքիչը քանի՞ գրիչ հանենք, որպեսզի գոնե

ա) 1 կարմիր գրիչ դուրս գա,
բ) 1 կապույտ գրիչ դուրս գա,
գ) 2 կարմիր գրիչ դուրս գա,
դ) 2 կապույտ գրիչ դուրս գա,
ե) 2 կարմիր և 1 կապույտ գրիչ դուրս գա,
զ) 2 կարմիր և 2 կապույտ գրիչ դուրս գա,
է) 1 կարմիր և 1 կապույտ գրիչ դուրս գա:

150. Ստուգարք հանձնող 3 աշակերտներ քանի՞ ձևով կարող են գնահատվել (հինգբալյան համակարգով), եթե հայտնի է, որ «2» ստացող չի եղել:

151. 5 հին ծանոթներ հանդիպեցին ու միմյանց ձեռքսեղմումով ողջունեցին: Քանի՞ ձեռքսեղմում եղավ:

152. 41–ից մինչև 49–ը թվերի գումարը հաշվիր:

153. 0–ից մինչև 900 ներառյալ թվերի գրության մեջ քանի՞ «9» թվանշան է օգտագործվում: