

## ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

### § 6. ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՓԱԿԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՆՈՒՅՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

**Օրինակ 3:** Հայտնի է, որ  $\operatorname{ctg} \alpha = -3$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ : Գտնենք մյուս երեք հիմնական եռանկյունաչափական ֆունկցիաների արժեքները:

Լուծում: Ամենից առաջ գտնենք  $\operatorname{tg} \alpha$ -ն՝ օգտվելով  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$  նույնությունից.  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$ : Այնուհետև  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  բանաձևից կգտնենք  $\cos \alpha$ -ն՝

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-3)^2} = 0,1:$$

Քանի որ  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ , ուստի  $\cos \alpha > 0$ , հետևաբար,  $\cos \alpha = \sqrt{0,1}$ :

Մյուս կողմից ունենք՝  $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha = (-3) \cdot \sqrt{0,1} = -3\sqrt{0,1}$ :

**Օրինակ 4:** Հայտնի է, որ  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$ : Գտնենք  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$  արտահայտության արժեքը:

Լուծում: Օգտվելով  $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$  նույնությունից, կարող ենք գրել՝

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2(\sin \alpha \cos \alpha)^2:$$

$\sin \alpha \cos \alpha$  արտադրյալը որոշելու համար տրված հավասարության երկու մասերը բարձրացնենք քառակուսի՝

$$\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{4},$$

որտեղից՝

$$\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{3}{8}:$$

$$\text{Այսպիսով՝ } \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\left(-\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{23}{32}:$$

**Օրինակ 5:** Ապացուցենք, որ ցանկացած  $x \neq \frac{\pi n}{2}$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ) արժեքների դեպքում ճիշտ է  $|\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x| \geq 2$  անհավասարությունը:

Լուծում: Նշանակենք՝  $\operatorname{tg} x = y$ , այդ դեպքում  $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{y}$ : Անհրաժեշտ է ապացուցել  $\left|y + \frac{1}{y}\right| \geq 2$  անհավասարությունը ( $y \in \mathbb{R}, y \neq 0$ ): Ունենք՝

$$\left|y + \frac{1}{y}\right| \geq 2 \Leftrightarrow \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 \geq 4 \Leftrightarrow y^2 + 2 + \frac{1}{y^2} \geq 4$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 2 + \frac{1}{y^2} \geq 0 \Leftrightarrow \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 \geq 0 \quad :$$

Քանի որ վերջին անհավասարությունն ակնհայտ ճշմարիտ անհավասարություն է, ուստի ճշմարիտ է նաև տրված անհավասարությունը:

**Օրինակ 6:** Գտնենք  $\frac{\cos \alpha}{3 \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}$  արտահայտության արժեքը, եթե  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ :

Լուծում:

$$\frac{\cos \alpha}{3 \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{3 \sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + 1} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}{3 \operatorname{tg}^3 \alpha + 1} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{3 \operatorname{tg}^3 \alpha + 1} = \frac{1 + 2^2}{3 \cdot 2^3 + 1} = \frac{1}{5}:$$

**Օրինակ 7:** Հայտնի է, որ  $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,5$ : Գտնենք արտահայտության արժեքը.

ա)  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ ;                      բ)  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ ;                      գ)  $\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$ :

Լուծում: Տրված հավասարության երկու մասերը բարձրացնելով քառակուսի, կստանանք՝

$$\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}:$$

Քանի որ  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , ուստի կունենանք  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ -ի արժեքը՝

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{3}{8}:$$

$$\text{բ) } \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = 1 : \left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{8}{3} :$$

գ) Օգտվելով  $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$  նույնություներից՝ կարող ենք գրել.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha &= (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^3 - 3 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) = \\ &= \left(-\frac{8}{3}\right)^3 - 3 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = -\frac{296}{27} : \end{aligned}$$