

ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

§ 5. ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Օրինակ 2: Ապացուցենք, որ $f(x) = \cos 3x + \cos 4x$ ֆունկցիան պարբերական է և գտնենք դրա հիմնական պարբերությունը:

Լուծում: $f_1(x) = \cos 3x$ ֆունկցիան ունի $T_1 = \frac{2\pi}{3}$ պարբերություն, իսկ $f_2(x) = \cos 4x$ ֆունկցիան՝ $T_2 = \frac{2\pi}{4}$ պարբերություն: T_1 և T_2 թվերը համաչափելի են, քանի որ $3T_1 = 4T_2 = 2\pi$: Հետևաբար, 2π թիվը տրված ֆունկցիայի պարբերություն է: Ապացուցենք, որ այն ամենափոքր դրական պարբերությունն է: Նկատենք, որ $f(0) = 2$: Պարզ է, որ $f(x)$ ֆունկցիայի ամենամեծ արժեքը հավասար է 2-ի, որն ընդունում է միայն այն կետերում, որոնց համար $\cos 3x = 1$ և $\cos 4x = 1$: $[0; 2\pi]$ հատվածում $\cos 3x$ ֆունկցիան 1-ին հավասար արժեք է ընդունում միայն $0, \frac{3\pi}{2}$ և 2π կետերում, իսկ $\cos 4x$ ֆունկցիան՝ միայն $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$ կետերում: Հետևաբար, $f(x) = \cos 3x + \cos 4x$ ֆունկցիան $[0; 2\pi]$ հատվածում 2-ին հավասար արժեքն ընդունում է միայն 0 և 2π կետերում: Այստեղից էլ հետևում է, որ 2π -ն տրված ֆունկցիայի հիմնական պարբերությունն է:

Օրինակ 3: Ապացուցենք, որ ֆունկցիան պարբերական չէ.

$$\text{ա) } f(x) = \sin \sqrt{x}, \quad \text{բ) } g(x) = \cos x + \cos(\sqrt{3}x):$$

Լուծում: ա) Քանի որ ցանկացած $T \neq 0$ թվի դեպքում $0; 0 \pm T$ թվերից մեկը չի պատկանում տրված ֆունկցիայի որոշման տիրույթին ($D(f) = [0; \infty)$), ուստի, սահմանման համաձայն, f ֆունկցիան պարբերական չէ (անհրաժեշտ է, որ $D(f)$ -ին պատկանող ամեն մի x -ի դեպքում $x - T$ և $x + T$ թվերը նույնպես պատկանեն $D(f)$ -ին):

բ) Ունենք՝ $g(0)=2$: Եթե g ֆունկցիան լիներ պարբերական, ապա անվերջ շատ x -երի դեպքում ($x=0+Tn, n \in Z$) այն պետք է ընդուներ 2-ին հավասար արժեք: Ցույց տանք, որ $\cos x + \cos(\sqrt{3}x) = 2$ հավասարումը գրոյից տարբեր լուծում չունի: Դժվար չէ համոզվել, որ այդ հավասարումը համարժեք է հետևյալ համակարգին՝

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos(x\sqrt{3}) = 1 \end{cases}$$

Համակարգի առաջին հավասարումից կստանանք՝ $x = 2\pi k$ ($k \in Z$), իսկ երկրորդից՝ $x = \frac{2\pi n}{\sqrt{3}}$ ($n \in Z$): Հավասարեցնելով x -ի ստացված արժեքները, կունենանք՝ $n = \sqrt{3}k$: Պարզ է, որ վերջին հավասարությունը տեղի կունենա միայն $k = n = 0$ դեպքում ($k \neq 0$ դեպքում կստանայինք՝ $\frac{n}{k} = \sqrt{3}$, որը հնարավոր չէ, քանի որ $\frac{n}{k}$ -ը ռացիոնալ թիվ է, իսկ $\sqrt{3}$ -ը՝ իռացիոնալ), հետևաբար $x = 0$: Այսպիսով, $g(x) = 2$ հավասարությունը տեղի ունի x -ի միայն մեկ արժեքի դեպքում. նշանակում է՝ $g(x)$ ֆունկցիան պարբերական չէ: