ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

§ 4. ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

2. Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների զրոները և արժեքների նշանները՝ ըստ քառորդների

Դիցուք՝ $P_\alpha(\cos\alpha;\ \sin\alpha)$ կետը շարժվում է միավոր շրջանագծով:

Եթե P_α կետը գտնվում է առաջին քառորդում, ապա նրա աբսցիսը և օրդինատը դրական են, այսինքն՝ 1–ին քառորդին պատկանող α անկյունների համար

$$\cos\alpha > 0 \text{ և } \sin\alpha > 0:$$

Եթե P_α կետը գտնվում է երկրորդ քառորդում, ապա նրա աբսցիսը բացասական է, իսկ օրդինատը՝ դրական, այսինքն՝ 2-րդ քառորդին պատկանող α անկյունների համար

$$\cos\alpha < 0 \text{ և } \sin\alpha > 0:$$

Եթե P_α կետը գտնվում է երրորդ քառորդում, ապա նրա աբսցիսը և օրդինատը բացասական են, այսինքն՝ 3-րդ քառորդին պատկանող α անկյունների համար

$$\cos\alpha < 0 \text{ և } \sin\alpha < 0:$$

Եթե P_α կետը գտնվում է չորրորդ քառորդում, ապա նրա աբսցիսը դրական է, իսկ օրդինատը՝ բացասական, այսինքն՝ 4–րդ քառորդին պատկանող α անկյունների համար

$$\cos\alpha > 0 \text{ և } \sin\alpha < 0:$$

Պարզաբանենք նաև α անկյան տանգենսի և կոտանգենսի նշաններն ըստ քառորդների: Ունենք՝

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \text{ և } \mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}:$$

Այդ հավասարություններից հետևում է, որ ցանկացած թույլատրելի α-ի համար $\mathrm{tg}\alpha$-ն և $\mathrm{ctg}\alpha$-ն ունեն միևնույն նշանը: Հետևաբար, $\mathrm{tg}\alpha$-ն և $\mathrm{ctg}\alpha$-ն դրական են, երբ $\sin\alpha$-ն և $\cos\alpha$-ն միևնույն նշանի են, այսինքն՝ α-ն առաջին կամ երկրորդ քառորդի անկյուն է:

Երկրորդ և չորրորդ քառորդներին պատկանող α անկյունների համար $\mathrm{tg}\alpha$-ն և $\mathrm{ctg}\alpha$-ն բացասական են (այդ քառորդներում գտնվող անկյունների համար սինուսն ու կոսինուսն ունեն տարբեր նշաններ):

Օրինակ 1: Պարզենք, թե որ քառորդում է գտնվում α-ն, եթե.

ա) $\alpha = 21,2\pi$, բ) $\alpha = -11,4\pi$, գ) $\alpha = 13$:

Լուծում: ա) Նկատենք, որ $\alpha = 10 \cdot 2\pi + 1,2\pi$:

Հետևաբար,

$$2\pi k + \pi < \alpha < 2\pi k + \frac{3\pi}{2}, \text{ որտեղ } k = 10:$$

Նշանակում է՝ α-ն գտնվում է 3-րդ քառորդում:

բ) Նկատենք, որ

$$\alpha = -11,4\pi = -12\pi + 0,6\pi = 2\pi \cdot (-6) + 0,6\pi:$$

Հետևաբար, կարող ենք գրել՝

$$2\pi k + \frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi k + \pi, \text{ որտեղ } k = -6:$$

Նշանակում է՝ α-ն գտնվում է 2-րդ քառորդում:

բ) Քանի որ

$$4\pi < 13 < 4\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (ստուգեք),}$$

ուստի $13 \in \left(2\pi k;\ 2\pi k + \frac{\pi}{2}\right)$ միջակայքին, որտեղ $k = 2$:

Նշանակում է՝ $\alpha = 13$-ը (13 ռադ անկյունը) գտնվում է 1-ին քառորդում:

Օրինակ 2: Որոշենք արտահայտության նշանը.

ա) $\sin 3 \cdot \cos 12,6\pi$, բ) $\sin\frac{21}{4}\pi \cdot \cos 314$, գ) $tg2 \cdot tg6 \cdot ctg\left(8\frac{1}{5}\pi\right)$:

Լուծում: ա) Քանի որ $\frac{\pi}{2} < 3 < \pi$, իսկ $12\pi + \frac{\pi}{2} < 12,6\pi < 12\pi + \pi$, ուստի 3 ռադ և $12,6\pi$ ռադ անկյունները պատկանում են երկրորդ քառորդին: Նշանակում է՝ $\sin 3 > 0$, իսկ $\cos 12,6\pi < 0$: Հետևաբար,

$$\sin 3 \cdot \cos 12,6\pi < 0:$$

բ) $\sin\frac{21\pi}{4} = \sin\left(4\pi + \frac{5\pi}{4}\right) = \sin\frac{5\pi}{4} < 0$, քանի որ $\pi < \frac{5\pi}{4} < \frac{3}{2}\pi$ ($\frac{5\pi}{4}$-ը պատկանում է III քառորդին): Մյուս կողմից՝

$$100\pi < 315 < 100\pi + \frac{\pi}{2},$$

ուստի 315 ռադ անկյունը պատկանում է 1-ին քառորդին: Նշանակում է՝ $\cos 315 > 0$: Հետևաբար,

$$\sin\frac{21\pi}{4} \cdot \cos 315 < 0:$$

գ) Նկատենք, որ

$$\frac{\pi}{2} < 2 < \pi, \quad \frac{3}{2}\pi < 6 < 2\pi:$$

Նշանակում է՝ 2 ռադիան անկյունը գտնվում է երկրորդ քառորդում, իսկ 6 ռադիան անկյունը՝ չորրորդ քառորդում: Հետևաբար, $\mathrm{tg}2 < 0$, $tg6 < 0$: Մյուս կողմից՝

$$\mathrm{ctg}\left(8\frac{1}{5}\pi\right) = \mathrm{ctg}\left(8\pi + \frac{\pi}{5}\right) = \mathrm{ctg}\frac{\pi}{5} > 0 \qquad \left(0 < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{2}\right):$$

Այսպիսով՝

$$\mathrm{tg}2 \cdot \mathrm{tg}6 \cdot \mathrm{ctg}\left(8\frac{1}{5}\pi\right) > 0:$$