ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

§ 4. ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

2. Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների զրոները և արժեքների նշաններն ըստ քառորդների

Դիցուք՝ $P_\alpha(\cos\alpha;\ \sin\alpha)$ կետը շարժվում է միավոր շրջանագծով:

Եթե P_α կետը գտնվում է առաջին քառորդում, ապա նրա աբսցիսը և օրդինատը դրական են, այսինքն՝ 1-ին քառորդին պատկանող α անկյունների համար

$$\cos\alpha > 0 \text{ և } \sin\alpha > 0:$$

Եթե P_α կետը գտնվում է երկրորդ քառորդում, ապա նրա աբսցիսը բացասական է, իսկ օրդինատը՝ դրական, այսինքն՝ 2-րդ քառորդին պատկանող α անկյունների համար

$$\cos\alpha < 0 \text{ և } \sin\alpha > 0:$$

Եթե P_α կետը գտնվում է երրորդ քառորդում, ապա նրա աբսցիսը և օրդինատը բացասական են, այսինքն՝ 3-րդ քառորդին պատկանող α անկյունների համար

$$\cos\alpha < 0 \text{ և } \sin\alpha < 0:$$

Եթե P_α կետը գտնվում է չորրորդ քառորդում, ապա նրա աբսցիսը դրական է, իսկ օրդինատը՝ բացասական, այսինքն՝ 4-րդ քառորդին պատկանող α անկյունների համար

$$\cos\alpha > 0 \text{ և } \sin\alpha < 0:$$

Պարզաբանենք նաև α անկյան տանգենսի և կոտանգենսի նշաններն ըստ քառորդների: Ունենք՝

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \text{ և } \mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}:$$

Այդ հավասարություններից հետևում է, որ ցանկացած թույլատրելի α-ի համար $\mathrm{tg}\alpha$-ն և $\mathrm{ctg}\alpha$-ն ունեն միևնույն նշանը: Հետևաբար, $\mathrm{tg}\alpha$-ն և $\mathrm{ctg}\alpha$-ն դրական են, երբ $\sin\alpha$-ն և $\cos\alpha$-ն միևնույն նշանի են, այսինքն՝ α-ն առաջին կամ երկրորդ քառորդի անկյուն է:

Երկրորդ և չորրորդ քառորդներին պատկանող α անկյունների համար $\mathrm{tg}\alpha$-ն և $\mathrm{ctg}\alpha$-ն բացասական են (այդ քառորդներում գտնվող անկյունների համար սինուսն ու կոսինուսն ունեն տարբեր նշաններ):

Օրինակ 1: Պարզենք, թե որ քառորդում է գտնվում α-ն, եթե.

ա) $\alpha = 21{,}2\pi$, բ) $\alpha = -11{,}4\pi$, գ) $\alpha = 13$:

Լուծում: ա) Նկատենք, որ $\alpha = 10\cdot 2\pi + 1{,}2\pi$:

Հետևաբար,

$$2\pi k + \pi < \alpha < 2\pi k + \frac{3\pi}{2}, \text{ որտեղ } k = 10:$$

Նշանակում է՝ α-ն գտնվում է 3–րդ քառորդում:

բ) Նկատենք, որ

$$\alpha = -11{,}4\pi = -12\pi + 0{,}6\pi = 2\pi\cdot(-6) + 0{,}6\pi:$$

Հետևաբար, կարող ենք գրել՝

$$2\pi k + \frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi k + \pi, \text{ որտեղ } k = -6:$$

Նշանակում է՝ α-ն գտնվում է 2-րդ քառորդում:

բ) Քանի որ

$$4\pi < 13 < 4\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (ստուգեք)},$$

ուստի $13 \in \left(2\pi k;\ \ 2\pi k + \frac{\pi}{2}\right)$ միջակայքին, որտեղ $k = 2$:

Նշանակում է՝ $\alpha = 13$–ը (13 ռադ անկյունը) գտնվում է 1–ին քառորդում:

Օրինակ 2: Որոշենք արտահայտության նշանը.

ա) $\sin 3\cdot\cos 12{,}6\pi$, բ) $\sin\frac{21}{4}\pi\cdot\cos 314$, գ) $\mathrm{tg}2\cdot\mathrm{tg}6\cdot\mathrm{ctg}\left(8\frac{1}{5}\pi\right)$:

Լուծում: ա) Քանի որ $\frac{\pi}{2} < 3 < \pi$, իսկ $12\pi + \frac{\pi}{2} < 12{,}6\pi < 12\pi + \pi$, ուստի 3 ռադ և $12{,}6\pi$ ռադ անկյունները պատկանում են երկրորդ քառորդին: Նշանակում է՝ $\sin 3 > 0$, իսկ $\cos 12{,}6\pi < 0$: Հետևաբար,

$$\sin 3\cdot\cos 12,6\pi<0:$$

բ) $\sin\frac{21\pi}{4}=\sin\left(4\pi+\frac{5\pi}{4}\right)=\sin\frac{5\pi}{4}<0$, քանի որ $\pi<\frac{5\pi}{4}<\frac{3}{2}\pi$ ($\frac{5\pi}{4}$–ը պատկանում է III քառորդին): Մյուս կողմից,

$$100\pi<315<100\pi+\frac{\pi}{2},$$

ուստի 315 ռադ. անկյունը պատկանում է 1–ին քառորդին: Նշանակում է՝ $\cos 315>0$: Հետևաբար,

$$\sin\frac{21\pi}{4}\cdot\cos 315<0:$$

գ) Նկատենք, որ

$$\frac{\pi}{2}<2<\pi,\quad \frac{3}{2}\pi<6<2\pi:$$

Նշանակում է՝ 2 ռադիան անկյունը գտնվում է երկրորդ քառորդում, իսկ 6 ռադիան անկյունը՝ չորրորդ քառորդում: Հետևաբար, $tg2<0$, $tg6<0$: Մյուս կողմից,

$$\text{ctg}\left(8\frac{1}{5}\pi\right)=\text{ctg}\left(8\pi+\frac{\pi}{5}\right)=\text{ctg}\frac{\pi}{5}>0\qquad\left(0<\frac{\pi}{5}<\frac{\pi}{2}\right):$$

Այսպիսով,

$$\text{tg}2\cdot\text{tg}6\cdot\text{ctg}\left(8\frac{1}{5}\pi\right)>0:$$