ՖՈՒՆԿՑԻԱ

§ 2. ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

1. Զույգ և կենտ ֆունկցիաներ

Օրինակ 1: Ապացուցենք, որ $f(x)=|x-4|-|x+4|$ ֆունկցիան կենտ է:

Լուծում: Ամենից առաջ նկատենք, որ f ֆունկցիայի որոշման տիրույթը R–ն է (ուստի և համաչափ է զրո կետի նկատմամբ): Այնուհետև,

$$f(-x)=|-x-4|-|-x+4|=|-(x+4)|-|-(x-4)|=|x+4|-|x-4|=$$
$$=-\left(|x-4|-|x+4|\right)=-f(x):$$

Նշանակում է՝ f–ը կենտ ֆունկցիա է:

Հետևյալ պնդումները հնարավորություն են տալիս հեշտացնելու ֆունկցիաների հետազոտումը զույգության և կենտության առումով:

1) Եթե միևնույն X բազմության վրա որված $f(x)$ և $g(x)$ ֆունկցիաները զույգ են, ապա

$$f(x)+g(x), \qquad f(x)-g(x), \qquad f(x)\cdot g(x)$$

ֆունկցիաները նույնպես զույգ են X բազմության վրա: Իսկ եթե X բազմության վրա $g(x)\neq 0$, ապա $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ֆունկցիան ևս զույգ է այդ բազմության վրա:

2) Եթե միևնույն X բազմության վրա որված $f(x)$ և $g(x)$ ֆունկցիաները կենտ են, ապա այդ բազմության վրա

$$f(x)+g(x), \qquad f(x)-g(x)$$

ֆունկցիաները կենտ են, իսկ

$$f(x)\cdot g(x) \text{ և } \frac{f(x)}{g(x)}$$

ֆունկցիաները զույգ են (վերջինիս համար այն պայմանով, որ X–ում $g(x) \neq 0$):

3) Եթե միևնույն բազմության վրա տրված $f(x)$ և $g(x)$ ֆունկցիաներից մեկը զույգ է, իսկ մյուսը՝ կենտ, ապա $f(x) \cdot g(x)$ ֆունկցիան կենտ է նույն բազմության վրա:

Ելնելով ֆունկցիաների զույգ և կենտ լինելու սահմանումներից և անհավասարությունների վերաբերյալ հիմնական հատկություններից, հեշտությամբ կարելի է ապացուցել վերոհիշյալ հատկությունները (ապացուցե՛ք ինքնուրույն):

Քանի որ հաստատուն ֆունկցիան զույգ է, ապա 3–րդ պնդումից հետևում է, որ af ֆունկցիան, որտեղ $a \in R$, զույգ է, եթե f–ը զույգ է, այն կենտ է, եթե f–ը կենտ է: