ԳԼՈՒԽ 2

ԱՄԲՈՂՋ ՑՈՒՑԻՉՈՎ ԱՍՏԻՃԱՆ ՄԻԱՆԴԱՄՆԵՐ ԵՎ ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐ ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 5. ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐ ԵՎ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՆՐԱՆՑ ՀԵՏ

Հանրահաշվական կոտորակների հատկությունները

Ամենից առաջ նշենք, որ հանրահաշվական $\frac{A}{B}$ կոտորակի մեջ B հայտարարը՝ ներկայացված բազմանդամի ստանդարտ տեսքով, պետք է պարունակի փոփոխականներ, իսկ A համարիչը, մասնավորաբար, կարող է չպարունակել փոփոխական, այսինքն՝ լինել որևէ թիվ:

Փոքր-ինչ կանգ առնենք «զրոյական բազմանդամ» հասկացության մեկնաբանման վրա: Հայտնի է, որ բազմանդամը միանդամների գումար է, և թե ինչ է նշանակում բազմանդամի ստանդարտ տեսք: Եթե բազմանդամը ներկայացվել է ստանդարտ տեսքով և պարզվել է, որ նրա բոլոր գործակիցները զրո են, ապա պարզ է, որ նրանում եղած փոփոխականների (տառերի) ցանկացած արժեքների դեպքում այդ բազմանդամի արժեքը 0 է: Ընդունված է այդպիսի բազմանդամն անվանել զրոյական բազմանդամ:

Օրինակ, $3\left(x^2-2x\right)-x\left(x+4\right)+x\left(10-x\right)$ արտահայտությունը բազմանդամի ստանդարտ տեսքի բերելուց հետո կստանանք՝ $0\cdot x^2+0\cdot x$, որն էլ x-ի ցանկացած արժեքի դեպքում հավասար է 0: Նշանակում է՝ այն զրոյական բազմանդամ է:

Այդ նկատառումով նշենք հանրահաշվական կոտորակների հատկությունները, որոնք լայնորեն կարող են կիրառվել ռացիոնալ արտահայտությունները ձևափոխելիս:

1) Ցանկացած ոչզրոյական B բազմանդամի դեպքում $\frac{0}{B}=0$ *:*

2) $\frac{A}{B}=A\cdot\frac{1}{B}$:

3) $\frac{1}{A\cdot B}=\frac{1}{A}\cdot\frac{1}{B}$:

4) $\frac{-A}{B}=\frac{A}{-B}=-\frac{A}{B}$:

5) Հանրահաշվական կոտորակի հիմնական հատկությունը.

Եթե հանրահաշվական կոտորակի համարիչը և հայտարարը բազմապատկենք ոչզրոյական միևնույն բազմանդամով, ապա կստացվի նրան հավասար հանրահաշվական կոտորակ.

$$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot C}{B\cdot C}:$$

Այդ հավասարությունը ներկայացնելով «աջից ձախ», այսինքն՝

$$\frac{A\cdot C}{B\cdot C}=\frac{A}{B}$$

տեսքով, կարող ենք այսպիսի կարևոր ձևակերպում տալ.

Հանրահաշվական կոտորակը կարելի է կրճատել ոչզրոյական բազմանդամով (այլ կերպ՝ համարիչը և հայտարարը կարելի է բաժանել միևնույն՝ ոչզրոյական բազմանդամի վրա):

Բերենք վերոնշյալ հատկությունների կիրառման օրինակներ:

Օրինակ 1. $\frac{0}{5x^2+y}=0$ (1-ին հատկություն):

Օրինակ 2. $\frac{3a-5b}{a^2+b^2}=(3a-5b)\cdot\frac{1}{a^2+b^2}$ (2-րդ հատկություն):

Օրինակ 3. $\frac{x-8y}{4y-3x}=\frac{-(8y-x)}{4y-3x}=\frac{8y-x}{3x-4y}=-\frac{8y-x}{4y-3x}$ (3-րդ հատկություն):

Օրինակ 4. $\frac{1}{a^2+7ab}=\frac{1}{a(a+7b)}=\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{a+7b}$ (4-րդ հատկություն):

Օրինակ 5. $\frac{a}{b}=\frac{a(x+y)}{b(x+y)}$ (5-րդ հատկություն):

Օրինակ 6. $\frac{x^2+xy}{y^2+xy}=\frac{x(x+y)}{y(y+x)}=\frac{x}{y}$ (5-րդ հատկություն):

Օրինակ 7. $\dfrac{a^3+b^3}{a^2-b^2}=\dfrac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a+b)(a-b)}=\dfrac{a^2-ab+b^2}{a-b}$(5-րդ հատկություն):

Օրինակ 8. $\dfrac{(x^3-1)(y^2-y+1)}{(y^3-1)(x^2+x+1)}=\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)(y^2-y+1)}{(y-1)(y^2+y+1)(x^2+x+1)}=\dfrac{x-1}{y-1}$ (5-րդ հատկություն):

Նկատենք, որ կոտորակների հիմնական հատկությունը հնարավորություն է տալիս ցանկացած երկու հանրահաշվական կոտորակներ ներկայացնելու միևնույն հայտարարով կոտորակների տեսքով: Իրոք, ցանկացած $\dfrac{A}{B}$ և $\dfrac{C}{D}$ հանրահաշվական կոտորակների համար կարող ենք գրել.

$$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot D}{B\cdot D}\qquad \frac{C}{D}=\frac{C\cdot B}{D\cdot C}:$$

Ստացվում է, որ տրված կոտորակներից յուրաքանչյուրը հավասար է մի կոտորակի, որի հայտարարը միևնույն՝ $B\cdot D$ արտահայտությունն է:

Այդ դեպքում ասում են, որ ***կոտորակները բերվել են ընդհանուր հայտարարի*** (հիշենք այն՝ սովորական կոտորակների համար):

Հետևաբար, ***հանրահաշվական երկու կոտորակներն ընդհանուր հայտարարի բերելու համար բավական է նրանցից յուրաքանչյուրի համարիչը և հայտարարը բազմապատկել մյուսի հայտարարով:***

Օրինակ: $\dfrac{5}{x+2}$ և $\dfrac{7}{3x-4}$ կոտորակները բերենք ընդհանուր հայտարարի: Դրա համար բավական է առաջին կոտորակի համարիչը և հայտարարը բազմապատկել $(3x-4)$-ով, իսկ երկրորդի համարիչը և հայտարարը բազմապատկել $(x+2)$-ով.

$$\frac{5}{x+2}=\frac{5(3x-4)}{(x+2)(3x-4)},\qquad \frac{7}{3x-4}=\frac{7(x+2)}{(3x-4)(x+2)}:$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ինչպիսի՞ հատկություններով են օժտված հանրահաշվական կոտորակները:
2. Ո՞րն են անվանում կոտորակների հիմնական հատկությունը:

3. Օգտվելով կոտորակի հիմնական հատկությունից, կրճատել հանրահաշվական կոտորակը.

ա) $\dfrac{a^2+5a}{3a+15}$, բ) $\dfrac{a+6}{a^2-36}$, գ) $\dfrac{3a^4b^2}{9a^3b^5}$,

դ) $\dfrac{4ab^2-2a^2b}{4b^2-a^2}$, ե) $\dfrac{a^3b^2-a^2b^3}{b^2-a^2}$, զ) $\dfrac{a^3-8}{a^2-4}$:

4. Կոտորակները բերել ընդհանուր հայտարարի.

ա) $\dfrac{5}{x+3}$ և $\dfrac{4}{x-3}$, բ) $\dfrac{2a-1}{2a+1}$ և $\dfrac{2a+1}{2a-1}$,

գ) $\dfrac{a^2}{b+4}$ և $\dfrac{b^2}{a+7}$, դ) $\dfrac{3x}{x^2+y}$ և $\dfrac{2y}{y^2+x}$:

5. Օգտվելով հանրահաշվական կոտորակների հատկություններից և նրանց հետ կատարվող գործողությունների կանոնից, պարզեցնել արտահայտությունը.

ա) $\dfrac{a^2-4a}{a^2+2a}+\dfrac{a^2+a}{1-a^2}$, բ) $\dfrac{3x}{x^2-5x}-\dfrac{3x+12}{x^2-16}$, գ) $\dfrac{6x^2}{y-3}\cdot\dfrac{y^2-9}{2x}$,

դ) $\dfrac{21a^4}{16b^3}\cdot\dfrac{4b^5}{7a}$, ե) $\dfrac{18a^3}{35b^2}:\dfrac{6a^2}{7b}$, զ) $\dfrac{ab^2+b}{ab-b}\cdot\dfrac{a^2-1}{1+ab}$,

է) $\dfrac{a^3b^2}{a+b}:\dfrac{a^2b^3}{b^2-a^2}$, ը) $\dfrac{a^3-b^3}{a+b}\cdot\dfrac{b^2-a^2}{a^2+ab+b^2}$:

Հետաքրքրաշարժ և տրամաբանական խնդիրներ

1. *Դասարանի այն տղաները, որոնք սիրում են մաթեմատիկա, այնքան են, որքան այդ դասարանի այն աղջիկները, որոնք չեն սիրում մաթեմատիկա: Դասարանում ովքե՞ր են շատ, որ սիրում են մաթեմատիկա, տղանե՞րը, թե՞ աղջիկները:*

2. *Հանդեսին ներկա էին նաև երգողներ և պարողներ: Հայտնի է, որ բոլոր երգողների մեկ երրորդը նաև պարում է, իսկ պարողների քառորդ մասը նաև երգում է: Հանդեսում ովքե՞ր էին շատ՝ երգողնե՞րը, թե՞ պարողները:*