ԳԼՈՒԽ 2

ԱՍՏԻՃԱՆՆԵՐ ԵՎ ԱՐՄԱՏՆԵՐ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 2. ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Արտահայտությունների նույնական ձևափոխություններ: Նույնություններ

Փոփոխականներով արտահայտություններին և նրանց հետ կատարվող գործողություններին դուք ծանոթ եք դեռևս միջին դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացից: Այժմ, ի մի բերելով, կրկնենք և խորացնենք այդ թեմային վերաբերող հիմնական հասկացությունները:

Մաթեմատիկայում ցանկացած թեմայի վերաբերող հարցերը դիտարկելիս անհրաժեշտություն է առաջանում մի արտահայտությունը փոխարինել մյուսով՝ ավելի պարզ կամ ավելի հարմար տեսքով:

Արտահայտությունների նույնական ձևափոխությունները մաթեմատիկայում կարևոր տեղ են զբաղեցնում: Հավասարումներ և անհավասարումներ լուծելիս, ֆունկցիաներ հետազոտելիս, հանրահաշվի և երկրաչափության շատ բանաձևեր արտածելիս և բազմաթիվ այլ հարցերում հարկ է լինում կատարել այս կամ այն նույնական ձևափոխությունը:

Փոփոխականներ պարունակող երկու արտահայտությունների՝ փոփոխականների միևնույն արժեքների դեպքում ընդունած արժեքներն անվանում են այդ արտահայտությունների ***համապատասխան արժեքներ***:

Օրինակ, $1+2x^3$ և $3x$ արտահայտությունների համապատասխան արժեքները $x=2$ արժեքի դեպքում կլինեն 17-ը և 12-ը:

Փոփոխականների այն արժեքները, որոնց դեպքում տվյալ արտահայտությունն իմաստ ունի, անվանում են ***փոփոխականների թույլատրելի արժեքներ***, իսկ փոփոխականների բոլոր այդպիսի արժեքների բազմությունն անվանում են այդ արտահայտության ***թույլատրելի արժեքների բազմություն*** (ԹԱԲ):

Օրինակ 1: $\frac{1-5a}{a^2+a}$ արտահայտության թույլատրելի արժեքների բազմությունը բոլոր իրական թվերի բազմությունն է՝ առանց 0 և -1 թվերի, այսինքն՝ $(-\infty;-1)\cup(-1;0)\cup(0;\infty)$ բազմությունն է:

Օրինակ 2: $\sqrt{x}+\frac{x^2+3y}{x-y}$ արտահայտության ԹԱԲ–ը կազմված է բոլոր այն *(x; y)* թվազույգերից, որտեղ $x\geq 0$ և $y\neq x$, $y\in R$:

Օրինակ 3: $x^{-2}+\frac{x+y}{x-2y}+\frac{y-z}{z-3}$ արտահայտության ԹԱԲ–ը կազմված է իրական թվերի բոլոր այն *(x; y; z)* եռյակներից, որտեղ $x\neq 0$, $x\neq 2y$, $z\neq 3$:

Այնպիսի հավասարությունը, որը ճիշտ է նրա մեջ մտնող փոփոխականների բոլոր թույլատրելի արժեքների դեպքում, անվանում են ***նույնություն:*** Նույնություն հասկացությունը հանրահաշվի հիմնական հասկացություններից մեկն է:

Եթե որևէ M բազմությանը պատկանող բոլոր արժեքների դեպքում փոփոխականներ պարունակող երկու արտահայտությունների համապատասխան արժեքները հավասար են, ապա ընդունված է ասել, որ այդ արտահայտությունները ***նույնաբար հավասար*** են M բազմության վրա:

Ակնհայտ է, որ եթե տրված արտահայտությունների թույլատրելի բոլոր արժեքների բազմությունը A–ն է (այլ կերպ՝ այդ արտահայտությունների թույլատրելի արժեքների բազմությունների հատումը), ապա $M\subset A$:

Որևէ արտահայտության փոխարինումն իրեն նույնաբար հավասար մեկ այլ արտահայտությամբ անվանում են այդ արտահայտության ***նույնական ձևափոխություն***:

Օրինակ 4: $\frac{a^4+a}{a}=a^3+1$ հավասարությունը նույնություն է, քանի որ այն ճիշտ է զրոյից տարբեր a–ի բոլոր իրական արժեքների դեպքում (այդ հավասարության երկու մասերում գտնվող արտահայտությունների ԹԱԲ–երի ընդհանուր մասի վրա):

Օրինակ 5: $\frac{x^2-xy}{2x}$ և $\frac{x-y}{2}$ արտահայտությունները նույնաբար հավասար են (զրոյից տարբեր բոլոր x–երի և ցանկացած y–ի համար համապատասխան արժեքները հավասար են):

Հարցեր

1. Ինչն են անվանում արտահայտության թույլատրելի արժեքների բազմություն (ԹԱԲ):
2. Ո՞ր հավասարությունն են անվանում նույնություն:
3. Ո՞ր դեպքում են ասում, որ տրված երկու արտահայտությունները նույնաբար հավասար են:
4. Ձևակերպել արտահայտությունների նույնական ձևափոխություններն իրականացնող հիմնական կանոնները:
5. Ձևակերպել կրճատ բազմապատկման բանաձևերը:

Առաջադրանքներ

1. Նույնությո՞ւն է արդյոք տրված հավասարությունը.

ա) $(a+3)^2=a^2+9$, բ) $(4a-5)(4a+5)=16a^2-25$,

գ) $\dfrac{2a}{a^2+9ab}=\dfrac{2}{a+9b}$, դ) $(x+2)(x^2+2x+4)=x^3+8$,

ե) $\dfrac{1}{a(a+1)}=\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{a+1}$, զ) $\dfrac{1}{x(x+2)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+2}$,

է) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2a+2b+2c$,

ը) $\dfrac{x^2-10x+16}{x-2}=x-8$:

2. Ճի՞շտ է արդյոք պնդումը.

ա) $a(a-1)(a+1)$ և a^3-1 արտահայտություններն իրական թվերի բազմությունում նույնաբար հավասար են,

բ) $(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)$ և $a-4$ արտահայտություններն իրական թվերի բազմությունում նույնաբար հավասար են,

գ) $\dfrac{a-36}{\sqrt{a}+6}$ և $\sqrt{a}-6$ արտահայտությունները $[0;\infty)$ միջակայքում նույնաբար հավասար են,

դ) $\dfrac{x^3+x^2-2}{x-1}$ և x^2+2x+2 արտահայտությունները $[2;\infty)$ միջակայքում նույնաբար հավասար չեն: