ԳԼՈՒԽ 2

ԱՍՏԻՃԱՆՆԵՐ ԵՎ ԱՐՄԱՏՆԵՐ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 1. ԱՍՏԻՃԱՆԻ ՀԱՍԿԱՑՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՈՒՄԸ

3. Ռացիոնալ ցուցիչով աստիճան

Օրինակ 4: Ձևափոխենք արտահայտությունը.

$$\text{ա)}\ \frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}},\qquad \text{բ)}\ \frac{a^{1,2}-b^{2,1}}{a^{0,8}+a^{0,4}b^{0,7}+b^{1,4}}:$$

Լուծում: Ունենք՝

$$\text{ա)}\ \frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}=\frac{\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2-\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^2}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}=\frac{\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}=a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}},$$

$$\text{բ)}\ \frac{a^{1,2}-b^{2,1}}{a^{0,8}+a^{0,4}b^{0,7}+b^{1,4}}=\frac{\left(a^{0,4}\right)^3-\left(b^{0,7}\right)^3}{\left(a^{0,4}\right)^2+a^{0,4}b^{0,7}+\left(b^{0,7}\right)^2}=a^{0,4}-b^{0,7}:$$

Նշենք ռացիոնալ ցուցիչներով աստիճանների հետևյալ երկու կարևոր հատկությունները:

6^0. *Դիցուք՝* r*-ը ռացիոնալ թիվ է և* $0<a<b$*: Այդ դեպքում՝*

$$a^r<b^r,\ \textit{եթե}\ r>0;$$
$$a^r>b^r,\ \textit{եթե}\ r<0:$$

7^0. ***Յանկացած r և s ռացիոնալ թվերի համար $r > s$ անհավասարությունից հետևում է, որ.***

$$a^r > a^s, \text{ **եթե** } a > 1;$$
$$a^r < a^s, \text{ **եթե** } 0 < a < 1:$$

Ապացուցենք 6-րդ հատկությունը: Եթե $r > 0$, ապա r-ը կարելի է գրել $r = \dfrac{m}{n}$ տեսքով, որտեղ m-ը և n-ը բնական թվեր են: $0 < a < b$ անհավասարությունից և ամբողջ ցուցիչով աստիճանների հատկություններից հետևում է, որ $a^m < b^m$: Արմատների հատկության համաձայն այդ անհավասարությունից ստանում ենք՝

$$\sqrt[n]{a^m} < \sqrt[n]{b^m}, \text{ այսինքն՝ } a^r < b^r$$

$r < 0$ դեպքում արվում է համանման դատողություն:

7-րդ հատկությունն ապացուցելու համար նախ r և s ռացիոնալ թվերը բերենք ընդհանուր հայտարարի՝ $r = \dfrac{m}{n}$ և $s = \dfrac{p}{n}$, որտեղ n-ը բնական թիվ է, իսկ m-ը և p-ն ամբողջ թվեր են: $r > s$ անհավասարությունից հետևում է, որ $m > p$:

Եթե $a > 1$, ապա $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} > 1$ և ամբողջ ցուցիչով աստիճանի հատկության համաձայն՝

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m > \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^p:$$

Մնում է նկատել, որ $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} = a^r$ և $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{p}{n}} = a^s$:

$0 < a < 1$ դեպքում ապացուցվում է նման ձևով:

Օրինակ 5: Բաղդատենք՝ $\sqrt[5]{8}$ և $2^{\frac{2}{3}}$ թվերը:

$\sqrt[5]{8}$ թիվը ներկայացնենք ռացիոնալ ցուցիչով աստիճանի տեսքով՝ $\sqrt[5]{8} = 2^{\frac{3}{5}}$: Քանի որ $\dfrac{2}{3} > \dfrac{3}{5}$, ուստի 7-րդ հատկության համաձայն ստանում ենք՝ $2^{\frac{2}{3}} > 2^{\frac{3}{5}}$: