ԱՍՏԻՃԱՆՆԵՐ ԵՎ ԱՐՄԱՏՆԵՐ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 1. ԱՍՏԻՃԱՆԻ ՀԱՍԿԱՑՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՈՒՄԸ

2. Թվաբանական արմատների հատկությունները

Օրինակ 2: Պարզեցնենք հետևյալ արտահայտությունները.

ա) $\sqrt[8]{(3-10)^4}$,   բ) $\sqrt{27-10\sqrt{2}}$,   գ) $\sqrt[3]{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}}$:

Լուծում: ա) Ելնելով 5-րդ հատկությունից, կարող ենք գրել.

$$\sqrt[8]{\left(3-\sqrt{10}\right)^4}=\sqrt{\left|3-\sqrt{10}\right|}=\sqrt{10}-3 \ :$$

բ) Նկատենք, որ $27-10\sqrt{2}=25-2\cdot5\sqrt{2}+2=\left(5-\sqrt{2}\right)^2$: Հետևաբար,

$$\sqrt{27-10\sqrt{2}}=\sqrt{\left(5-\sqrt{2}\right)^2}=\left|5-\sqrt{2}\right|=5-\sqrt{2} :$$

գ) Ունենք՝

$$9\sqrt{3}=3\sqrt{3}+6\sqrt{3}=\left(\sqrt{3}\right)^3+3\sqrt{3}\left(\sqrt{2}\right)^2,$$

$$11\sqrt{2}=9\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\left(\sqrt{3}\right)^2\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^3 :$$

Հետևաբար,

$$9\sqrt{3}-11\sqrt{2}=\left(\sqrt{3}\right)^3-3\left(\sqrt{3}\right)^2\cdot2+3\sqrt{3}\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^3=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^3 :$$

Այսպիսով՝ $\sqrt[3]{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}}=\sqrt[3]{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^3}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$:

Ապացուցենք թվաբանական արմատի հետևյալ հատկությունը:

6) ***Եթե*** $n \geq 2\ (n \in N)$, ***ապա*** $0 \leq a < b$ ***պայմանին բավարարող ցանկացած*** a և b ***թվերի համար տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝***

$$\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}:$$

Ապացուցենք հակասող ընդունելության մեթոդով: Ենթադրենք, թե $\sqrt[n]{a} \geq \sqrt[n]{b}$: Այդ դեպքում բնական ցուցիչով աստիճանների հատկության համաձայն կունենանք՝ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n \geq \left(\sqrt[n]{b}\right)^n$, այսինքն՝ $a \geq b$, որն էլ հակասում է $a < b$ պայմանին: Դրանով էլ հիմնավորվում է բերված պնդումը:

Օրինակ 3: Բաղդատենք $\sqrt[3]{4}$ և $\sqrt[4]{6}$ թվերը:

Լուծում: $\sqrt[3]{2}$ և $\sqrt[5]{3}$ թվերը ներկայացնենք միևնույն ցուցիչով արմատների տեսքով՝ $\sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$, իսկ $\sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{6^3} = \sqrt[12]{216}$ (օգտվեցինք 4–րդ հատկությունից): $256 > 216$ անհավասարությունից և 6–րդ հատկությունից հետևում է, որ $\sqrt[12]{256} > \sqrt[12]{216}$, ուստի նաև՝ $\sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{6}$:

Դիտողություն: *6–րդ հատկությունը հաստատում է, որ* $f(x) = \sqrt[n]{x}$ *ֆունկցիան* $[0; \infty)$ *միջակայքում աճող է:*