ԳԼՈՒԽ 1

ԻՐԱԿԱՆ ԹՎԵՐ
ԿՈՈՐԴԻՆԱՏՆԵՐ
ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 6. ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆ: ԵՆԹԱԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆ: ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԵՏ

1. Բազմության հասկացությունը

Բազմության և նրա ***տարրերի*** հասկացությունները մաթեմատիկայում սկզբնական (նախնական) հասկացություններ են: Բազմությունը կարող է ընկալվել որպես առարկաների (օբյեկտների) հավաքածու (համախմբություն): Օրինակ, կարելի է խոսել դահլիճում գտնվող մարդկանց բազմության մասին, անտառում եղած կեչիների բազմության մասին, բնական թվերի բազմության մասին, տրված հատվածի կետերի բազմության մասին: Դահլիճի մարդիկ, անտառի կեչիները, բնական թվերը, հատվածի կետերը համապատասխան բազմության տարրերն են:

Բազմությունները սովորաբար նշանակում են մեծատառերով՝ $A, B, C, X, \ldots$, իսկ նրանց տարրերը՝ փոքրատառերով. a, b, c, x և այլն: Որոշ, առավել կարևոր բազմությունների համար ընդունված են ավանդական նշանակումներ. ինչպես, օրինակ, N, Z, Q, R տառերով նշանակվում են, համապատասխանաբար, բնական, ամբողջ, ռացիոնալ, իրական թվերի բազմությունները:

Եթե բազմության տարրերը միայն թվեր են, ապա այն կոչվում է ***թվային բազմություն***:

Այն փաստը, որ a ***օբյեկտը*** A ***բազմության տարր է***, գրառվում է այսպես՝ $a \in A$ և կարդացվում՝ «a-ն պատկանում է A բազմությանը» կամ «a-ն գտնվում է A բազմության մեջ»: $b \notin A$ (կամ $b \overline{\in} A$) գրառումը նշանակում է՝ b-ն չի պատկանում A բազմությանը (կամ՝ b-ն A բազմության տարր չէ): Օրինակ,

$$3 \in N, \quad -7 \notin N, \quad \frac{3}{17} \in Q, \quad \sqrt{3} \notin Q, \quad \pi \in R:$$

Տարբերվում են ***վերջավոր*** և ***անվերջ*** բազմություններ:

Վերջավոր է կոչվում այն բազմությունը, որը բաղկացած է վերջավոր թվով տարրերից: Եթե բազմությունը վերջավոր չէ, ապա այն անվանում են ***անվերջ*** բազմություն:

Ընդհանուր առմամբ, բազմությունների տրման երկու հիմնական եղանակ կա.

1) Բազմությունը տրվում է նրա բոլոր ***տարրերի թվարկումով*** (կամ՝ տարրերի ցանկով): Այդ դեպքում, սովորաբար, բազմության տարրերն առնվում են ձևավոր փակագծերի մեջ, որտեղ գրության կարգը (տարրերի հերթականությունը) դեր չի խաղում: Օրինակ, միանիշ պարզ թվերի բազմությունն է՝ $\{2, 3, 5, 7\}$, իսկ a, b, c, d չորս տարրերից կազմված բազմությունը գրառվում է այսպես՝ $\{a, b, c, d\}$, կամ այսպես՝ $\{c, a, d, b\}$, կամ՝ $\{d; b; a; c\}$ և այլն: Ակնհայտ է, որ տարրերի թվարկումով կարող են տրվել միայն վերջավոր բազմությունները:

2) Նշվում է դիտարկվող բազմության տարրերը բնութագրող որոշակի հատկություն, որով օժտված են տվյալ բազմության բոլոր տարրերը և միայն նրանք (այսինքն՝ ուրիշ օբյեկտներ օժտված չեն այդ հատկությամբ): Այդպիսի հատկությունը կոչվում է բազմության ***բնութագրիչ հատկություն***:

Այն փաստը, որ A բազմությունը տրված է P հատկությամբ, հակիրճ գրառվում է այսպես՝

$$A = \{\, x \,|\, P(x) \,\}:$$

Այն կարդացվում է այսպես՝ A բազմությունը բաղկացած է միայն այն x տարրերից, որոնք օժտված են P հատկությամբ: Օրինակ,

$$(3x-2)^2 \le 9$$

գրառումը նշանակում է, որ A բազմությունը կազմված է բոլոր այն և միայն այն x թվերից, որոնք բավարարում են $(3x-2)^2 \le 9$ անհավասարությանը:

$B = \{\, x \,|\, x$ -ը եվրոպական պետության մայրաքաղաք է$\}$ գրառումով տրվում է եվրոպական բոլոր պետությունների մայրաքաղաքների բազմությունը:

Հաճախ տվյալ հատկությունը ձևակերպվում է բառերով: Այսպես, օրինակ, հանդեսին մասնակցող տասներորդցիների բազմությունը, $x^3 - x = 0$ հավասարման լուծումների բազմությունը, անկյան ներսում գտնվող և նրա կողմերից հավասարահեռ կետերի բազմությունը:

Երբեմն բազմությունը տրվում է այնպիսի հատկությամբ, որով, ընդհանրապես, օժտված չէ և ոչ մի օբյեկտ: Օրինակ, $x^2+1=0$ հավասարման արմատների բազմությունը, այն ուղղանկյուն եռանկյունների բազմությունը, որոնցից յուրաքանչյուրի կողմերի երկարությունները կենտ թվեր են: Հեշտությամբ կարելի է համոզվել, որ այդպես սահմանված բազմությունները ոչ մի տարր չեն պարունակում:

Ոչ մի տարր չպարունակող բազմությունն անվանում են ***դատարկ*** բազմություն. այն նշանակվում է $\varnothing$ պայմանանշանով:

A և B բազմությունները կոչվում են ***հավասար***, եթե նրանք կազմված են միևնույն տարրերից: Այդ դեպքում գրում են՝ $A=B$:

Օրինակ, եթե $A=\{2,5,8\}$ և $B=\{5,8,2\}$, ապա $A=B$, իսկ եթե $C=\{0,1,5\}$ և $D=\{0,1,5,9\}$, ապա $C\neq D$:

Հարցեր

1. Նկարագրե՛ք «բազմություն» հասկացությունը:
2. Ընդունված ի՞նչ տառերով են նշանակում բնական, ամբողջ, ռացիոնալ, իրական թվերի բազմությունները:
3. Ինչպե՞ս է գրառվում այն փաստը, որ a օբյեկտն A բազմության տարր է:
4. Որո՞նք են կոչվում. ա) վերջավոր, բ) անվերջ բազմություններ:
5. Որո՞նք են բազմությունների տրման հիմնական եղանակները:
6. Ո՞ր դեպքում են ասում, որ բազմությունը դատարկ է:
7. Ձևակերպեք երկու բազմությունների հավասարության վերաբերյալ սահմանումը:

Առաջադրանքներ

1. Ձևավոր փակագծերի միջոցով պատկերել այն բազմությունը, որը տրվում է համապատասխան բնութագրմամբ.

ա) 13-ի բաժանելիս չորս մնացորդ տրվող բոլոր երկնիշ թվերը,

բ) միաժամանակ 1, 3 և 7 թվանշանները պարունակող բոլոր եռանիշ թվերը,

գ) 3 հայտարարով բոլոր այն անկրճատելի կոտորակները, որոնք գտնվում են 2 և 6 թվերի միջև:

2. A-ն պարզ թվերի բազմությունն է, իսկ B-ն՝ 4-ի բաժանելիս 1 մնացորդ տվող թվերի բազմությունն է: Ստորև նշված թվերից որո՞նք են պատկանում A բազմությանը, որո՞նք՝ B բազմությանը: Դրանցից քանի՞սն են պատկանում և՛ A, և՛ B բազմությանը.

7, 9, 13, 27, 61, 89, 99, 101, 107, 138, 907:

2. Ենթաբազմություն

Յուրաքանչյուր արծիվ թռչունների բազմությունից է, յուրաքանչյուր ամբողջ թիվ պատկանում է ռացիոնալ թվերի բազմությանը, յուրաքանչյուր զուգահեռագիծ պատկանում է քառանկյունների բազմությանը, $[1;3]$ հատվածի ցանկացած կետ $(0;4)$ միջակայքի կետ է:

Եթե A բազմության յուրաքանչյուր տարր պատկանում է նաև B բազմությանը, ապա A բազմությունը կոչվում է B բազմության ***ենթաբազմություն***:

Այն փաստը, որ A բազմությունը B բազմության ենթաբազմություն է, գրառվում է այսպես՝ $A \subset B$ կամ $B \supset A$: Այդ դեպքում ասում են՝ A բազմությունը ***պարունակվում է*** B բազմությունում կամ B բազմությունը ***պարունակում է*** A բազմությունը:

Այսպիսով, վերևում բերված մասնավոր պնդումները բազմությունների «լեզվով» կարելի է մեկնաբանել այսպես. բոլոր վագրերի բազմությունը գիշատիչ կենդանիների բազմության ենթաբազմություն է, ամբողջ թվերի բազմությունը ռացիոնալ թվերի բազմության ենթաբազմություն է, այսինքն՝ $Z \subset Q$, $[1;3]$ հատվածը $(0;4)$ միջակայքի ենթաբազմություն է՝ $[1;3] \subset (0;4)$:

Ընդունված է դատարկ բազմությունը համարել ցանկացած բազմության ենթաբազմություն:

Դիտարկենք, օրինակ, երեք տարր պարունակող $\{a,b,c\}$ բազմության բոլոր ենթաբազմությունները: Դրանք են՝ դատարկ բազմությունը $(\varnothing)$, մեկական տարր պարունակող ենթաբազմությունները՝ $\{a\},\{b\},\{c\}$,երկուական տարր պարունակողները՝ $\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}$, և երեքական տարր պարունակողները, որը միակն է՝ տրված բազմությունը՝ $\{a,b,c\}$: Այսպիսով, երեք տարր պարունակող բազմության ենթաբազմությունների թիվը 8-ն է:

Ընդհանուր դեպքում ճիշտ է հետևյալ պնդումը.

n ***տարրերից կազմված բազմության բոլոր ենթաբազմությունների թիվը հավասար է*** 2^n (ապացուցումը կտրվի հետագայում):

Հարցեր

1. Ո՞ր դեպքում են ասում, որ A բազմությունը B բազմության ենթաբազմությունն է:
2. Ինչպե՞ս է գրառվում այն փաստը, որ A բազմությունը B բազմության ենթաբազմությունն է:
3. Ի՞նչ է նշանակում՝ B բազմությունը պարունակում է A բազմությունը:
4. Ո՞ր բազմությունն է համարվում ցանկացած բազմության ենթաբազմություն:
5. Կարելի՞ է պնդել, որ հավասար բազմություններից յուրաքանչյուրը մյուսի ենթաբազմություն է:
6. Ինչի՞ է հավասար n տարր պարունակող բազմության բոլոր ենթաբազմությունների քանակը:

3. Գործողություններ բազմությունների հետ

1^0. Բազմությունների հատումը: Բազմությունը, որը կազմված է բոլոր այն (և միայն այն) տարրերից, որոնք պատկանում են A և B բազմություններից յուրաքանչյուրին, կոչվում է A և B բազմությունների ***հատում*** և նշանակվում է՝ $A \cap B$:

Բազմությունները պայմանականորեն պատկերվում են հարթության վրա՝ շրջանի կամ ուղղանկյան տեսքով, ինչի շնորհիվ ավելի հստակ են լուսաբանվում բազմությունների հետ կատարվող գործողությունները:

1-ին նկարում ուրվագծորեն պատկերված է A և B բազմությունների հատումը (գծապատված պատկերն է):

Օրինակ: 1) Եթե $A=\{0;3;5;7\}$ և $B=\{1;3;5;8\}$, ապա $A \cap B=\{3;5\}$:

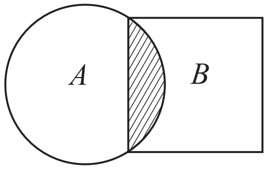
2) $Z \cap R = Z$:

3) $(0;4]$ և $[0;2]$ միջակայքերի հատումը (ընդհանուր մասը) $(0;2]$ միջակայքն է:

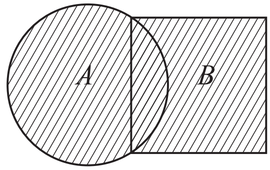
4) Բոլոր ուղղանկյունների բազմության և բոլոր շեղանկյունների բազմության հատումը բոլոր քառակուսիների բազմությունն է:

Եթե A և B բազմությունները չունեն ընդհանուր տարր, ապա ասում են, որ A և B բազմությունները ***չեն հատվում*** կամ՝ նրանց ***հատումը*** դատարկ բազմություն է $(A \cap B = \varnothing)$: Օրինակ, բոլոր պարզ թվերի բազմության և 4-ի բազմապատիկ թվերի բազմության հատումը դատարկ է, $x^2=5$ հավասարման լուծումների բազմության և Q բազմության հատումը դատարկ է:

Ակնհայտ է, որ ցանկացած A բազմության համար $A \cap \varnothing = \varnothing$:



Նկ. 1



Նկ. 2

2^0**. Բազմությունների միավորումը:** Բազմությունը, որը կազմված է բոլոր այն (և միայն այն) տարրերից, որոնք պատկանում են A և B բազմություններից գոնե մեկին, կոչվում է A և B բազմությունների ***միավորում*** և նշանակվում է՝ $A \cup B$:

Օրինակ. 1) *Եթե* $A = \{-1, 0, 4, 7\}$ *և* $B = \{2, 4, 7\}$, *ապա* $A \cup B = \{-1, 0, 2, 4, 7\}$:

2) $Z \cup Q = Q$:

3) *Բոլոր հավասարաւարուն եռանկյունների բազմության և բոլոր հավասարակողմ եռանկյունների բազմության միավորումը բոլոր հավասարաւարուն եռանկյունների բազմությունն է:*

4) $(-\infty; 4]$ և $(0;7]$ *թվային միջակայքերի միավորումը* $(-\infty;7]$ *միջակայքն է:*

Միշտ չէ, որ հնարավոր է թվային երկու միջակայքերի միավորումը ներկայացնել թվային մեկ միջակայքով: Օրինակ՝ $[-2;4]$ և $(5;+\infty)$ բազմությունների (դրանք չունեն ընդհանուր մաս) միավորումը թվային միջակայք չէ: Այս դեպքում պարզապես գրում են՝ $[-2;4] \cup (5;+\infty)$:

2-րդ նկարում A և B բազմությունների միավորումը ներկայացնում է ամբողջ գծապատված պատկերը:

Ակնհայտ է, որ ցանկացած A բազմության համար $A \cup \varnothing = A$:

Հաճախ հարկ է լինում դիտարկելու երեք և ավելի բազմությունների միավորումը և հատումը: Օրինակ, եթե $A=[1;7]$, $B=[2;8]$ և $C=[-1;4]$, ապա $(A \cup B) \cup C = [1;8) \cup [-1;4] = [-1;8)$, $(A \cap C) \cup B = [-1;4] \cup [2;8) = [1;8)$:

Բազմության տրոհումը զույգ առ զույգ չհատվող ենթաբազմությունների, անվանում են տվյալ բազմության ***դասակարգում***, իսկ ստացված ենթաբազմությունները՝ այդ դասակարգմանը համապատասխանող ***դասեր***:

Օրինակ 1: Բոլոր մարդկանց բազմությունը կարելի է տրոհել երկու խմբի՝ 1) մինչև 160 սմ հասակ ունեցողներ, 2) 160 սմ-ից բարձր հասակ ունեցողներ:

Օրինակ 2: Բնական թվերի բազմությունը կարելի է տրոհել երեք դասի՝

$$\{3k|\, k\in N\},\quad \{3k-1|\, k\in N\},\quad \{3k-2|\, k\in N\}:$$

Օրինակ 3: Բոլոր եռանկյունների բազմությունը կարելի է տրոհել երկու դասի՝

1) ուղղանկյուն եռանկյուններ, 2) ոչ ուղղանկյուն եռանկյուններ:

Օրինակ 4: Հարթության մեջ գտնվող բոլոր բազմանկյունների բազմությունը կարելի է տրոհել անվերջ թվով դասերի, նրանց դասակարգելով ըստ կողմերի թվի՝ եռանկյուններ, քառանկյուններ, հնգանկյուններ և այլն:

A, B և C բազմությունների ***միավորումը*** մի բազմություն է, որի յուրաքանչյուր տարր պատկանում է A, B կամ C բազմություններից գոնե մեկին (նկ. 3):

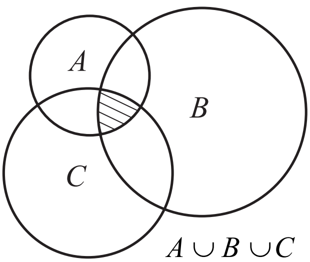
A, B և C բազմությունների ***հատումը*** բոլոր այն տարրերի բազմությունն է, որոնք պատկանում են A, B և C բազմություններից յուրաքանչյուրին (նկ. 4):

Օրինակ, հավասարակողմ եռանկյունների, հավասարասրուն եռանկյունների և անհավասարակողմ եռանկյունների բազմությունների միավորումը բոլոր եռանկյունների բազմությունն է:

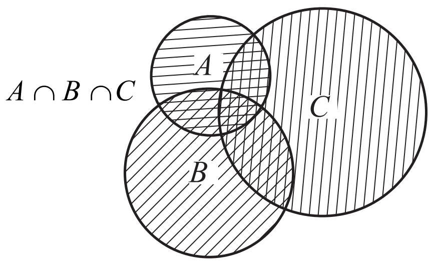
Եթե A-ն $6n+1,\ n\in N$ տեսքի պարզ թվերի բազմությունն է, B-ն $4n+3,\ n\in Z$ տեսքի թվերի բազմությունն է, իսկ C-ն 100-ը չգերազանցող դրական թվերի բազմությունն է, ապա A, B և C բազմությունների հատումը

$$\{7;19;31;43;55;67;79;91\}$$

բազմությունն է (համոզվեք դրանում):



Նկ. 3



Նկ. 4

Բազմությունների միավորումը և հատումը օժտված են թվերի գումարման և բազմապատկման հատկություններին համանման որոշ հատկություններով. օրինակ, ***տեղափոխական, զուգորդական*** և ***բաշխական*** հատկություններով:

Ստորև ներկայացված են այդ հատկություններն արտահայտող հավասարություններ. ձախ կողմում՝ բազմությունների, իսկ աջ կողմում՝ թվերի համար:

1. $A\bigcup B = B\bigcup A$, $\quad a+b=b+a$:

2. $A\bigcap B = B\bigcap A$, $\quad ab=ba$:

3. $(A\bigcup B)\bigcup C = A\bigcup (B\bigcup C)$, $\quad (a+b)+c=a+(b+c)$:

4. $(A\bigcap B)\bigcap C = A\bigcap (B\bigcap C)$, $\quad (ab)\cdot c = a\cdot (bc)$:

5. $(A\bigcup B)\bigcap C = (A\bigcap C)\bigcup (B\bigcap C)$, $\quad (a+b)\cdot c = ac+bc$:

Սակայն միշտ չէ, որ կա այդպիսի նմանություն: Օրինակ, բազմությունների համար, ակնհայտորեն, ճիշտ են

$$A\bigcup A = A,\ \ A\bigcap A = A,\ \ (A\bigcup C)\bigcap (B\bigcup C) = (A\bigcap B)\bigcup C$$

հավասարությունները, բայց

$$a+a=a,\ \ a\cdot a=a \text{ և } (a+c)(b+c)=ab+c$$

թվային հավասարությունները նույնություններ չեն:

Վերջավոր A բազմության համար $m(A)$-ով նշանակենք նրա տարրերի քանակը: Դատարկ բազմության տարրերի քանակը, ակնհայտորեն, հավասար է զրոյի:

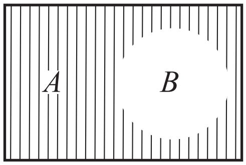
Յանկացած վերջավոր A ***և*** B ***բազմությունների համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը՝***

$$m(A\bigcup B) = m(A)+m(B)-m(A\bigcap B): \qquad (1)$$

Այս թեորեմի ապացուցումը դժվարություն չի ներկայացնում (ապացուցեք ինքնուրույն):

3^0. Բազմությունների տարբերություն: Ենթաբազմության լրացում: Բազմությունը, որը կազմված է A բազմության բոլոր այն տարրերից (և միայն դրանցից), որոնք չեն պատկանում B բազմությանը, կոչվում է A և B բազմությունների տարբերություն և նշանակվում է՝ $A\setminus B$:

5-րդ նկարում ուրվագծորեն պատկերված են այնպիսի A և B բազմություններ, որտեղ B-ն A-ի ենթաբազմություն է: Գծապատված պատկերը B բազմության լրացումն է մինչև A բազմությունը:



Նկ. 5

Օրինակ 4. Եթե $A=\{1;\ 3;\ 5;\ 7\}$, $B=\{5;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10\}$, ապա

$$A\setminus B=\{1;\ 3\},\qquad B\setminus A=\{8;\ 9;\ 10\}:$$

Օրինակ 5. Եթե A բազմությունը 2-ից մեծ բոլոր իրական թվերի բազմությունն է, իսկ B-ն 5-ից փոքր բոլոր իրական թվերի բազմությունն է, այսինքն՝

$$A=\{x\in R\,|\,x>2\},\qquad B=\{x\in R\,|\,x<5\},$$

ապա A և B բազմությունների տարբերությունը 5-ից ոչ փոքր բոլոր իրական թվերի բազմությունն է, իսկ B և A բազմությունների տարբերությունը 2-ից ոչ մեծ բոլոր իրական թվերի բազմությունն է, այսինքն՝

$$A\setminus B=\{x\in R\,|\,x\geq 5\},\quad B\setminus A=\{x\in R\,|\,x\leq 2\}:$$

Եթե $A\subset B$, ապա $B\setminus A$ տարբերությունն անվանում են A բազմության ***լրացում*** մինչև B բազմությունը և նշանակում են A'_B:

Օրինակ, եթե $A=\{a,b,c\}$, $B=\{a,b,c,d,e\}$, ապա $A'_B=\{d,e\}$: Եթե I-ն իռացիոնալ թվերի բազմությունն է, ապա $Q'_R=I$ (Q-ն և R-ը, համապատասխանաբար, ռացիոնալ և իրական թվերի բազմություններն են):

Բազմության լրացման սահմանումից անմիջականորեն հետևում են հետևյալ հավասարությունները՝

$$A\cup A'_B=B,\quad A\cap A'_B=\varnothing,\quad (A'_B)'_B=A:$$

4^0. Դեկարտյան արտադրյալ: Եթե $a\in A$ և $b\in B$, ապա $(a;b)$ տեսքով գրված a և b տարրերի զույգն անվանում են ***կարգավորված զույգ***, ընդ որում համարում են, որ $(a_1;b_1)$ և $(a_2;b_2)$ զույգերը ***հավասար են*** միայն այն դեպքում, երբ $a_1=a_2$ և $b_1=b_2$:

Բոլոր $(a;b)$ կարգավորված զույգերից բաղկացած բազմությունը, որտեղ $a\in A$ և $b\in B$, կոչվում է A և B բազմությունների ***դեկարտյան արտադրյալ*** և նշանակվում է $A\cdot B$:

Օրինակ, եթե $A=\{a;b\}$ և $B=\{b;c\}$, ապա

$$A\cdot B=\{(a;b),\ (a;c),\ (b;b),\ (b;c)\},$$

$$B\cdot A=\{(b;a),\ (b;b),\ (c;a),\ (c;b)\}:$$

Դեկարտյան արտադրյալը չի ենթարկվում տեղափոխական օրենքին:

$A\cdot B=B\cdot A$ հավասարությունը տեղի ունի միայն այն դեպքում, երբ $A=B$:

$A\cdot A$ արտադրյալն անվանում են ***դեկարտյան քառակուսի*** և նշանակում են A^2:

Օրինակ, R^2 դեկարտյան քառակուսին կոորդինատային հարթության բոլոր $(x;y)$ կետերի բազմությունն է:

Հարցեր

1. Ո՞ր դեպքում են ասում, որ A և B բազմությունները հավասար են:
2. Ո՞ր դեպքում են ասում, որ A բազմությունը B բազմության ենթաբազմությունն է:
3. Ո՞ր բազմությունն են անվանում A և B բազմությունների հատումը:
4. Ո՞ր դեպքում են ասում՝ A և B բազմությունների հատումը դատարկ բազմություն է:
5. Ո՞ր բազմությունն են անվանում A և B բազմությունների միավորումը:

Առաջադրանքներ

3. Բնութագրիչ հատկությամբ տրված բազմությունը ներկայացնել նրա տարրերի թվարկումով.

ա) $A=\left\{x\,\middle|\,x^3=4x\right\}$, բ) $B=\left\{x\,\middle|\,x^2<7,\ x\in Z\right\}$,

գ) $C=\left\{n\,\middle|\,3{,}15\le\pi n\le15{,}75,\ n\in N\right\}$, դ) $D=\left\{k\,\middle|\,\dfrac{3k+2}{k-1}=m;\ k\in Z,\ m\in Z\right\}$:

4. Բերել թվային A և B բազմությունների այնպիսի օրինակներ, որ՝

ա) $A\cup B=R$ և $A\cap B=\varnothing$, բ) $A\cup B=A$ և $A\cap B=B$:

5. Ապացուցել, որ. ա) $A\cup B=B$, բ) $A\cap B=A$ հավասարությունները ճիշտ են միայն այն դեպքում, երբ $A\subset B$:

6. Ապացուցել հավասարությունը.

ա) $A\setminus(A\setminus B)=A\cap B$, բ) $(A\setminus B)\cup(B\setminus A)=(A\cup B)\setminus(A\cap B)$:

7. Գտնել՝ $A\cup B$, $A\cap B$, $A\cap C$, $B\cup C$, $A\cap B\cap C$, $(A\cup B)\cap C$ և այդ բազմությունները պատկերել կոորդինատային ուղղի վրա, եթե՝

ա) $A=[1;5]$, $B=[3;7)$, $C=(-1;1]$; բ) $A=[-1;4]$, $B=[6;+\infty)$, $C=(-\infty;0)$:

8. Դիցուք,

$A=\{x\in N\,|\,2<x\le 6\}$, $B=\{x\in N\,|\,1<x<4\}$, $C=\{x\in N\,|\,x^2-4=0\}$:

9. Ինչ տարրերից է բաղկացած հետևյալ բազմությունը.

ա) $B\cup C$, բ) $A\cap B\cap C$, գ) $A\cup B\cup C$,

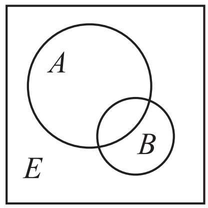
դ) $(A\cap B)\cup(B\cup C)$, ե) $B\cdot C$, զ) $C\cdot B$:

10*. Ապացուցել հետևյալ թեորեմը՝ *n **տարրից կազմված բազմության բոլոր ենթաբազմությունների քանակը հավասար է** 2^n **–ի:***

11. A և B բազմությունները E բազմության ենթաբազմություններ են (նկ. 6): Նկարի վրա գծապատել հետևյալ բազմությունը.

ա) $A\cup B'$, բ) $A'\cap B$, գ) $(A\cup B)'$,

դ) $(A\cup B')'$, ե) $(A\cap B)'$, զ) $(A'\cap B)\cup(A\cap B')$:



Նկ. 6

12. Դիցուք, $A=\{3n-1\,|\,n\in N\}$ և $B=\{4n+3\,|\,n\in N\}$: Գտնել $A\cap B$–ն:

13. Դիցուք՝ A–ն պարզ թվերի բազմությունն է: Ճի՞շտ է արդյոք հետևյալ գրառումը.

ա) $29\in A$, բ) $101\notin A$, գ) $803\in A$, դ), $18711\notin A$:

14. Դիցուք՝ B–ն $x^3-9x_2+23x-15=0$ հավասարման արմատների բազմությունն է: Ճի՞շտ է արդյոք հետևյալ պնդումը.

ա) $0\in B$, բ) $1\in B$, գ) $4\in B$, դ) $5\notin B$:

15. Նշել տրված բազմությանը պատկանող երեք տարր.

ա) A–ն $4n-1\,(n\in Z)$ տեսքի թվերի բազմությունն է,

բ) B–ն 100–ից մեծ պարզ թվերի բազմությունն է,

գ) M–ը շախմատի գծով աշխարհի բոլոր չեմպիոնների բազմությունն է:

16. Երկնիշ թվերի բազմությունից առանձնացնել $6k+1\,(k\in N)$ տեսքի պարզ թվերի բազմությունը:

17. Տրված բազմությունները դասավորել այնպես, որ յուրաքանչյուր բազմություն լինի հաջորդի ենթահաջորդականությունը.

ա) N – բնական բոլոր թվերի բազմությունը,

A – բոլոր կենտ թվերի բազմությունը,

$B - 4k - 1$ տեսքի բոլոր թվերի բազմությունը $(k \in N)$,

$R+$ – բոլոր դրական իրական թվերի բազմությունը:

բ) A – բոլոր բազմանկյունների բազմությունը,

B – բոլոր զուգահեռագծերի բազմությունը,

C – բոլոր քառանկյունների բազմությունը,

D – բոլոր շեղանկյունների բազմությունը:

18. Քանի՞ ենթաբազմություն ունի n տարրից կազմված բազմությունը, եթե. ա) $n = 4$, բ) $n = 5$:

19. Ընդամենը քանի՞ երկնիշ թիվ կա, որ նրանցից յուրաքանչյուրը բաժանվում է. ա) և՛ 2-ի, և՛ 3-ի, բ) կա՛մ 2-ի, կա՛մ 3-ի:

20. Եռանիշ թվերից քանի՞սն են, որ.

ա) չեն բաժանվում ո՛չ 3-ի, ո՛չ 7-ի,

բ) բաժանվում են 7-ի, բայց չեն բաժանվում 3-ի:

21. Սպորտային ճամբարում տղաների 65%-ը կարողանում է խաղալ ֆուտբոլ, 70%-ը՝ վոլեյբոլ, և 75%-ը՝ բասկետբոլ: Ո՞րն է ամենափոքր տոկոսն այն տղաների, որոնք կարողանում են խաղալ և՛ ֆուտբոլ, և՛ վոլեյբոլ, և՛ բասկետբոլ:

22. Տասներորդ դասարանի 40 աշակերտից 30-ը կարողանում են լողալ, 27-ը կարողանում են շախմատ խաղալ, և միայն հինգը չեն կարողանում ոչ մեկը, ոչ՝ մյուսը: Տասներորդցիներից քանի՞սն են, որ կարողանում են և՛ լողալ, և՛ շախմատ խաղալ:

23. Ֆիրմայում աշխատողներից յուրաքանչյուրը գիտի անգլերեն, ֆրանսերեն և գերմաներեն լեզուներից առնվազն մեկը: 10 մարդ գիտի անգլերեն, 9-ը՝ ֆրանսերեն, 8-ը՝ գերմաներեն, 4 մարդ գիտի անգլերեն և ֆրանսերեն, 3-ը՝ ֆրանսերեն և գերմաներեն, 2-ը՝ անգլերեն և գերմաներեն, իսկ 1 մարդ գիտի բոլոր երեք լեզուները:

ա) Քանի՞ մարդ է աշխատում ֆիրմայում,

բ) քանի՞ մարդ գիտի միայն մեկ լեզու:

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

71. բ) 32: **72.** ա) 15, բ) 60: **73.** ա) 515, բ) 85: **74.** 10%: **75.** 22: **76.** ա) 16, բ) 6: