ԻՐԱԿԱՆ ԹՎԵՐ
ԿՈՈՐԴԻՆԱՏՆԵՐ

§ 3. ՊԱՐԶ ԵՎ ԲԱՂԱԴՐՅԱԼ ԹՎԵՐ: ԲՆԱԿԱՆ ԹՎԻ ՎԵՐԱԾՈՒՄԸ ՊԱՐԶ ԱՐՏԱԴՐԻՉՆԵՐԻ

Խնդիրներ լուծելիս օգտակար կլինեն հետևյալ պնդումները.

1) Եթե p–ն պարզ թիվ է, ապա ցանկացած բնական թիվ կամ բաժանվում է p–ի, կամ փոխադարձաբար պարզ է p–ի հետ:

2) Երկու բնական թվերի արտադրյալը կբաժանվի p պարզ թվի այն և միայն այն դեպքում, երբ այդ թվերից գոնե մեկը բաժանվում է p–ի:

3) Յուրաքանչյուր $n \neq 1$ բնական թիվ կամ պարզ է, կամ պարզ թվերի արտադրյալ է:

Վերջին պնդումից հետևում է, որ ***ցանկացած $n \neq 1$ բնական թիվ կարելի է ներկայացնել $p_1 p_2 \ldots p_m$ թվերը պարզ են***: Նման դեպքում ասում են, որ թիվը ***վերածվել է պարզ բազմապատկիչների արտադրյալի***: Քանի որ բազմապատկիչները կարող են կրկնվել, ուստի հարմար է այն ներկայացնել

$$n = p_1^{m_1} \cdot p_2^{m_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{m_k}$$

տեսքով, որտեղ $p_1, p_2, \ldots, p_k$–ն իրարից տարբեր պարզ թվեր են, իսկ $m_1, m_2, \ldots, m_k$ ցուցիչները բնական թվեր են:

Ընդունված է վերջին գրելաձևն անվանել n թվի ***կանոնական վերլուծություն***: Յուրաքանչյուր բնական թվի համար կանոնական վերլուծությունը միակն է:

Բնական թվերի կանոնական վերլուծությունը հնարավորություն է տալիս հեշտությամբ լուծելու նրանց հետ կապված շատ հարցեր (օրինակ, երկու թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը կամ ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը գտնելը):

Ընդունված է n թվի բոլոր բնական բաժանարարների քանակը նշանակել $\tau(n)$ –ով: Կարելի է ապացուցել, որ

$$\tau(n) = (1+m_1)(1+m_2)\dots(1+m_k):$$

Որպես օրինակ՝ գտնենք 840–ի բաժանարարների քանակը: Նախապես այն վերածենք պարզ արտադրիչների արտադրյալի տեսքով.

$$840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7:$$

Այնուհետև ստացված պարզ թվերի ցուցիչներից յուրաքանչյուրին գումարենք 1 և ստացված թվերը բազմապատկենք.

$$(3+1)(1+1)(1+1)(1+1) = 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32:$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Գտնել տրված թվի բոլոր բաժանարարների քանակը.

ա) 18, բ) 40, գ) 64, դ) 160,

ե) 256, զ) 840, է) 10 000, ը) 7^{14}, թ) 9^{12}:

2. Օգտվելով բաժանարարների քանակի վերաբերյալ բանաձևից, ինչպե՞ս կարելի է համոզվել, որ կենտ թվով բաժանարարներ ունեն միայն լրիվ քառակուսիները (բնական թվերի քառակուսիները):

3. Ելնելով նախորդ խնդրի արդյունքից, որոշել, թե 1–ից 1000 բնական թվերի մեջ քանի՞սն ունեն կենտ քանակով բաժանարարներ:

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

1. գ) 7, զ) 32, թ) 25: **2.** ***Ցուցում:*** Եթե թիվը լրիվ քառակուսի է, ապա նրա կանոնական տեսքի մեջ բոլոր ցուցիչները կլինեն զույգ, այսինքն՝ $m_1, m_2, \dots, m_k$ թվերը զույգ են: Այդ դեպքում ակնհայտ է, որ նրա բաժանարարների քանակը որոշող $(1+m_1)(1+m_2)\dots(1+m_k)$ թիվը կլինի կենտ: Ճիշտ է նաև հակադարձ պնդումը. եթե բնական թվի բաժանարարների թիվը կենտ է, ապա այն լրիվ քառակուսի է: **3.** ***Ցուցում:*** Այդ թվերն են՝ $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 29^2, 30^2, 31^2$, որոնց քանակը 31 է: