ԻՐԱԿԱՆ ԹՎԵՐ
ԿՈՈՐԴԻՆԱՏՆԵՐ
ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 2. ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԹՎԵՐ

2. Կարգավորված դաշտ: Անհավասարություններ

Թեորեմներ 1–ը և 2–ը, ինչպես նաև անհավասարությունների մյուս հատկությունները ճիշտ են ցանկացած կարգավորված դաշտում: Այնուհետև, ցանկացած կարգավորված P դաշտում կա 1 թիվը (աքսիոմ 7): Ցույց տանք, որ 1–ը դրական է: Ենթադրենք, թե 1–ը բացասական թիվ է, այդ դեպքում (–1)–ը կլինի դրական (աքսիոմ 10), ուստի $(-1)(-1)$ –ը դրական է (աքսիոմ 12): Սակայն $(-1)\cdot(-1)=1\cdot1$ (հիմնավորեք), իսկ $1\cdot1=1$ (աքսիոմ 7): Ստացվում է, որ 1–ը դրական է, որը հակասում է մեր ենթադրությանը: Ստացված հակասությունը ցույց է տալիս, որ 1–ը դրական թիվ է: Դրա հետ մեկտեղ P դաշտը պարունակում է $1+1$, $1+1+1$, $1+1+1+1,\ldots$ թվերը: Դրանք բոլորը դրական են (աքսիոմ 11) և դրա համար էլ զրոյից տարբեր են: Այսպիսով, ցանկացած բնական n (ներկայացված միավորների գումարի տեսքով) պարունակվում է P–ում, հետևաբար, նաև $-n$ թիվն է պարունակվում P–ում (աքսիոմ 4): Նշանակում է՝ բոլոր ամբողջ թվերի Z բազմությունը պարունակվում է P–ում: Այնուհետև, եթե p–ն և q–ն ամբողջ թվեր են $(q\neq0)$, ապա $p\in P$ և $q\in P$ պայմաններից հետևում է, որ $\frac{1}{q}\in P$ (աքսիոմ 8) և $\frac{p}{q}\in P$: Այլ կերպ ասած՝ բոլոր ռացիոնալ թվերի Q դաշտը պարունակվում է P–ում:

Առաջադրանքներ

1. Ապացուցել, որ.

ա) եթե $r \geq 0$ և $s \geq 0$, ապա $r+s \geq 0$;

բ) եթե $r \geq 0$ և $s \geq 0$, ապա $rs \geq 0$;

գ) եթե $a < b$ և $b < c$, ապա $a < c$;

դ) եթե $a \geq b$ և $b \geq c$, ապա $a \geq c$:

2. Ապացուցել, որ թեորեմ 2-ի պնդումը մնում է ճշմարիտ նաև ոչ խիստ անհավասարությունների համար:

3. Ապացուցել, որ եթե r-ը դրական թիվ է, իսկ s-ը՝ բացասական, ապա $r > s$:

4. r և $-r$ թվերից մեծը կոչվում է r թվի մոդուլ և նշանակվում՝ $|r|$: Ապացուցել, որ.

ա) ցանկացած r-ի համար ճիշտ է $|r| \geq 0$ անհավասարությունը,

բ) $|r| = |-r|$, գ) $|ab| = |a| \cdot |b|$, դ) եթե $r < s < 0$, ապա $|r| > |s|$,

ե) ցանկացած r-ի դեպքում ճիշտ է $r^2 = |r|^2$ հավասարությունը;

զ) եթե $rs > 0$, ապա $|r+s| = |r| + |s|$,

է) եթե $rs < 0$, ապա $|r+s| \leq |r| + |s|$,

ը) ցանկացած r և s թվերի համար ճիշտ է $|r+s| \leq |r| + |s|$ անհավասարությունը:

5. Ապացուցել, որ եթե r-ը դրական թիվ է, ապա $\frac{1}{r}$-ը նույնպես դրական է:

6. Ապացուցել, որ եթե $r > s > 0$, ապա $\frac{1}{r} < \frac{1}{s}$: