Հ. Ս. Միքայելյան

7

ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ

Դասագրքի բովանդակությունը լրացնող այլ ուսումնական նյութեր

Բովանդակություն

ԳԼՈՒԽ 1

ԴԱՍԱԳՐՔԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ ԸՆԴԼԱՅՆՈՂ ԵՎ ԽՈՐԱՑՆՈՂ ՏԵՍԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԵՐ ԵՎ ՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐ ԴՐԱՆՑԻՑ ՕԳՏՎԵԼՈՒ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ցուցումներ նյութերից օգտվելու վերաբերյալ

Իմ կրտսեր բարեկամ

Այս բաժնում ներառված են տեսական նյութեր «Հանրահաշիվ 7» դասագրքում ընդգրկված առանձին թեմաների վերաբերյալ: Նպատակը դասագրքային նյութերի իմացությունը ավելի խորացնելու և դրանց իմացությունը ավելի հիմնավոր դարձնելու հնարավորությունների ստեղծումն է: Այն հիմնականում նախատեսված է հանրահաշվի նկատմամբ առավել մեծ հետաքրքրություն ցուցաբերող աշակերտների համար: Այստեղ ընդգրկված նյութերի շարադրանքը որոշ չափով տարբերվում է դասագրքային շարադրանքից:

1. Այդ նյութերի ծրագրային են: Այստեղ ես առանձնացրել եմ հանրահաշվի այն բաժինները, որոնք համարել եմ առանձնապես կարևոր հանրահաշվի իմացության տեսանկյունից:

2. Դասագրքի սկզբում հանրահաշվի լեզվին և կիրառական միջավայրին վերաբերող նյութերը շարադրված են առանձին: Այստեղ դրանք հանդես են գալիս միասնաբար: Եթե դասագրքում կիառական միջավայրին նվիրված նյութը շարադրված է առանձին և օգնում է դրա ամբողջական ներկայացմանը և ընկալմանը, ապա այստեղ այն շաղախված է հանրահաշվի լեզվի հետ և նպատակ ունի անմիջականորեն նպաստել հանրահաշվի վերացական գաղափարների ընկալմանը: Օրինակ, գումարի տեղափոխական օրենքը ավելի ընկալելի է դառնում երբ դուք մեծությունների գումարը գիտեք, և a և b արտահայտությունների գումարը մեկնաբանում եք որպես առաջին վայրից երկրորդ վայր, ապա՝ երկրորդից երրորդ վայր անցնելու ճանապարհների գումար: Հետ վերադառնալիս դուք կունենաք b և a արտահայտությունների գումարը: Իսկ ճանապարհները նույնն են: Այսինքն՝ $a + b = b + a$:

Ընդհանրապես դպրոցական դասընթացում հանրահաշվական լեզուն և կիրառական միջավայրը, այսինքն՝ այն տեղերը, որտեղ այդ լեզուն կիրառվում է, հանդես են գալիս միասնաբար: Սա ընդգծում է հանրահաշվի և մաթեմատիկայի կիրառական նշանակությունը, նրա օգտակարությունը:

Հիշի՛ր մեծ Գալիլեյի իմաստությունը՝ ***Բնության գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով, և որպեսզի կարողանաք կարդալ այդ գիրքը, պետք է իմանաք այդ լեզուն:***

3. Հաջորդ առանձնահատկությունը Այստեղ ներկայացված պնդումների ապացուցելիությունն է: Դասագրքում, ելնելով չափորոշի-չային պահանջներից, հանրահաշվական պնդումները հիմնականում ներկայաց-ված են առանց ապացույցի: Անշուշտ, դա ունի իր թերությունը: Ահա այստեղ դասագրքային հիմնական պնդումները ներկայացված են իրենց ապացուցումներով, ինչը կհամապատասխանի նաև «ինչո՞ւ» հարցադրման պատասխանը գտնելու ձեր բնական պահանջմունքին:

Հիշի՛ր՝ *Ապացուցումը ձեզ սովորեցնում է հասկանալ և հիմնավորել այն, ինչ պնդում եք: Մաթեմատիկական գիտելիքը առանց հասկանալու և հիմնավորելու արժեք չունի: Մաթեմատիկան սովորեցնում է հասկանալ և հիմնավորել ասածը. դա է մաթեմատիկայի հմայքը:*

4. Ավելին: Այստեղ ներկայացված է ապացուցման մաթեմատիկայի դասագրքերում և այլ գրականության մեջ հանդիպող ապացուցումների եղանակներից տարբեր մի եղանակ, որ կոչվում է ծառի տեսքով ապացուցում, ինչը չափազանց օգտակար կարող է լինել ապացուցումները հասկանալու տեսակետից: Բերեմ մեկ օրինակ:

Հավասարության սահմանման համաձայն այն պետք է բավարարի երեք պայմանների՝ լինի անդրադարձելի համաչափելի և փոխանցելի: Այսինքն, կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝

$x = x$ – անդրադարձելիություն,

եթե $x = y$, ապա $y - x$, համաչափելիություն,

եթե $x = y$, $y = z$, ապա $x = z$ – փոխանցելիություն:

Այժմ օգտվելով այս պայմաններից, ապացուցենք հետևյալ պնդումը.

Կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝ եթե $x = y$, $x = z$, ապա $y = z$

Ավանդական ապացուցումը:

Դիցուք ունենք x, y, z արտահայտությունները և $x = y$, $x = z$: Այս հավասարություններից առաջինից, համաձայն հավասարության համաչափության հատկության, կստանանք $y = x$ և այն դիտարկելով $x = z$ հավասարության հետ միասին, հավասարության փոխանցականության հատկության համաձայն, կստանանք $y = z$: Այն, ինչ և պահանջվում էր ապացուցել:

Ծառի տեսքով ապացուցումը

Ապացուցումը	**Փաստարկները**
$x = y$ $x = z$	*պայմանները*
$y = x$	*հավասարության համաչափության օրենքը*
$y = z$	*հավասարության փոխանցելիության օրենքը*

Այս երկրորդ ապացուցման մեջ ակնառու ձևով երևում է, թե որ հավասարությունը ինչից է հետևում: Այսինքն, այն մեզ թույլ է տալիս ավելի լավ հասկանալ ապացուցումը: Այստեղ առանձնացված են նաև փաստարկները, ինչը ձեզ կսովորեցնի հիմնավորել ապացույցը, այսինքն՝ փաստարկել, տիրապետել փաստարկման մշակույթին:

Հիշի՛ր՝ ***փաստարկված խոսքը մեծ հարստություն է:***

Նյութեր.

1.1.Հանրահաշվի լեզուն

1.2. Գումարումը հանրահաշվում

1.3. Հանումը հանրահաշվում

1.4. Բազմապատկումը հանրահաշվում

1.5. Բաժանումը հանրահաշվում

1.6. Բնական ցուցիչով աստիճան

1.7. Գործողություններ բազմանդամների հետ

1.8. Ֆունկցիաներ

Թեմա 1.1. ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԻ ԼԵԶՈՒՆ

1. Թվերը հանրահաշվում: Հանրահաշիվը լեզու է, որի միջոցով գրառվում և լուծվում են առօրյա կյանքում և գիտության տարբեր բնագավառներում առաջացած խնդիրներ: Ինչպես յուրաքանչյուր լեզու, այնպես էլ հանրահաշիվը ունի իր այբուբենը: Սակայն, ի տարբերություն հայոց, ռուսաց կամ այլ լեզուների, որոնց այբուբենների մեջ մտնում են միայն տվյալ լեզվի տառերը, հանրահաշվի այբուբենը շատ ավելի բազմազան է ու հարուստ:

Հանրահաշվի հիմքում ընկած են թվերը: Թվերի հետ առօրյա կյանքում մենք առնչվում ենք ամենուրեք: Մեր տարիքն ու հասակը, օրվա ժամն ու օդի ջերմաստիճանը, ճանապարհի երկարությունն ու լայնությունը. այս բոլորը արտահայտվում են թվերով: Ավելի հաճախ թվերը մեզ անհրաժեշտ են լինում առարկաները հաշվելու և համարակալելու համար: Այդպիսի թվերը կոչվում են ***բնական թվեր***: Բնական թվերն են՝

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \dots$$

Բնական թվերը, նրանց հակադիր թվերը և 0 թիվը միասին կազմում են ***ամբողջ թվերը***: Ամբողջ թվերն են՝

$$\dots, -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \dots$$

Կյանքում և, առանձնապես, գիտության մեջ շատ են գործածվում ***իրական թվերը***: Իրական թվերը այն թվերն են, որոնք մենք կարող ենք գրել կամ ներկայացնել որպես ***տասնորդական կոտորակներ***: Իրական թվեր են, օրինակ,

$$2{,}5,\ -3{,}4,\ 0{,}333,\dots$$

տասնորդական կոտորակները: Այս կոտորակներից յուրաքանչյուրը նաև ***ռացիոնալ թիվ*** է՝ երկու ամբողջ թվերի հարաբերությամբ գրված թիվ: Տասնորդական կոտորակներից տարբերելու համար երկու ամբողջ թվերի հարաբերությամբ գրված թվերը անվանում են նաև ***սովորական կոտորակներ***: Ռացիոնալ թվեր են՝ օրինակ $1/2,\ 4/3,\ -5/6,\ 7/7$ սովորական կոտորակները:

Ռացիոնալ թվերից բացի գոյություն ունեն նաև ուրիշ իրական թվեր, որոնց հետ մենք կծանոթանանք հետագայում:

Իրական թվերը կարելի է գրել $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$ նիշերի՝

թվանշանների միջոցով: Ահա այդ թվանշանները կազմում են հանրահաշվի այբուբենի մի մասը:

2. Տառերը հանրահաշվում: Ծանոթ կամ մեզ հայտնի մարդու մասին խոսելիս մենք սովորաբար տալիս ենք նրա անունը: Մենք ասում ենք. «Տիգրան Պետրոսյանը եղել է շախմատի աշխարհի չեմպիոն», կամ «Տիգրան Մեծը եղել է հայոց ամենահզոր թագավորը»: Այստեղ Տիգրան Պետրոս-յանը և Տիգրան Մեծը որոշակի մարդիկ են: Իսկ ինչպե՞ս ենք մենք վարվում, երբ խոսք է գնում անծանոթ կամ մեզ անհայտ մար-դու մասին: Նման դեպքերում մենք ասում ենք. «Նա եղել է աշխարհի չեմպիոն», կամ «Մարդը եղել է հայոց թագավոր» և այլն: Առաջին նախադասության մեջ *նա* -ն անհայտ մեկն է, որը կարող է լինել ինչպես Տիգրան Պետրոսյանը, այնպես էլ որևէ այլ մարդ, որը եղել է աշխարհի չեմպիոն: Երկրորդ նախադասության մեջ էլ *մարդը* բառի տակ կարելի է հասկանալ ոչ միայն Տիգրան Մեծին, այլև հայոց ամեն մի թագավորի:

Նման իրավիճակներ հաճախ են հանդիպում նաև հանրահաշվում: Երբ մենք խոսում ենք որևէ՝ մեզ հայտնի քանակի մասին, ապա այն նշանակում ենք այդ քանակն արտահայտող թվով: Իսկ ինչպե՞ս նշանակենք մեզ անհայտ քանակությունը: Պատահական, մեզ անծանոթ մարդու տարիքը, օրինակ, մենք չենք կարող նշանակել որոշակի թվով, որովհետև տարբեր մարդիկ կարող են ունենալ տարբեր տարիք:

Ահա այդ անհայտ թվերը նշանակելու համար հանրահաշվում գործածվում են ***տառերը:*** Օրինակ՝ x տառով մենք կարող ենք նշանակել որևէ մարզադաշտի տեղերի թիվը: Մենք կարող ենք ասել. «Մարզադաշտը տեղավորում է x հանդիսատես»: Կամ եթե խոսք է գնում մեզ անծանոթ մարդու տարիքի մասին, ապա կարող ենք ասել. «Մարդը x տարեկան է»: Այսպիսով՝ եթե մենք ուզում ենք հանրահաշվում դիտարկել մեզ անհայտ որևէ թիվ, այն նշանակում ենք ինչ-որ տառով: Այդ տառերը անվանում ենք նաև ***անհայտներ:*** Տառերը կամ անհայտները, իրենց հերթին, կարող են ընդունել զանազան թվային արժեքներ: Օրինակ, նշանակենք x տառով որևէ դասարանի մեկ օրվա դասաժամերի թիվը: Եթե ուրբաթ օրը անցկացվել է, ասենք, 5 դաս, ապա այդ օրվա համար x տառը կընդունի 5 թվային արժեքը: Կիրակի օրվա համար x տառը ընդունում է 0 թվային արժեքը, եթե այդ օրը դաս չի եղել: Նկատի ունենալով տառերի ընդունած արժեքների այս փոփոխությունը՝ հաճախ դրանք կանվանենք նաև ***փոփոխականներ:*** Դիտարկված օրինակնե-րում միևնույն նպատակներին կարելի էր հասնել նաև x տառի փոխարեն վերցնելով y կամ էլ կամայական այլ տառ: Իսկ երբ անհրաժեշտ է լինում միևնույն իրադրության շրջանակներում դիտարկել մեկից ավելի անհայտ թվեր, մենք գործածում ենք արդեն տարբեր տառեր: Օրինակ, եթե մենք ուզում ենք նշել հոր և որդու՝ մեզ անհայտ տարիքները, ապա պարտավոր ենք գործածել երկու տառ, մենք կարող ենք ասել. հայրը x տարեկան է, որդին՝ y:

Հանրահաշվում մեծ մասամբ գործածվում են լատինական և հունական այբուբենների տառերը: Այդ տառերի հետ միասին հանրահաշվում երբեմն անհրաժեշտ է լինում գործածել նաև այլ, այդ թվում և հայկական այբուբենի տառեր: Բոլոր այդ տառերը մտնում են հանրահաշվի այբուբենի մեջ:

3. Գործողությունների կարգը:

Գործողությունների կարգի սահմանումը

ա. Գումարումը և հանումը միևնույն կարգի գործողություններ են:

բ. Բազմապատկումը և բաժանումը միևնույն կարգի գործողություններ են:

գ. Բազմապատկումը և բաժանումը ավելի բարձր կարգի գործողություններ են, քան գումարումն ու հանումը:

Այժմ կարող ենք ձևակերպել գործողությունների կատարման հերթականությունը կարգավորող կանոնները:

Գործողությունների հերթականության կանոնը

Եթե արտահայտության մեջ գործողությունների կատարման հերթականությունը չի նշված փակագծերի միջոցով, ապա նախ կատարվում է.

ա. ավելի բարձր կարգի գործողությունը,

բ. այն, որն ընկած է ավելի ձախ, եթե գործողությունները միևնույն կարգի են:

Օրինակներ.

ա. $7-3+2=(7-3)+2=6$:

բ. $4\cdot 6-24:8=(4\cdot 6)-(24:8)=21$:

գ. $2\cdot 3:6=(2\cdot 3):6=1$:

Վերջում դիտարկենք արտահայտությունների մեջ կոտորակների գործածության հարցը: Բանն այն է, որ x -ի և y -ի հարաբերության գրառումը $\frac{x}{y}$ կոտորակի տեսքով, այլ արտահայտությունների մեջ գործածվելիս, որոշ առավելություն ունի $x:y$ գրառման նկատմամբ: Օրինակ, 4 -ի հավասար 2:(4:8) արտահայտության մեջ չի կարելի բաց թողնել փակագծերը, քանի որ 2:4:8 արտահայտության արժեքը հավասար է 0,0625: Իսկ եթե 4:8 հարաբերության փոխարեն գործածենք $\frac{4}{8}$ կոտորակը, ապա կարող ենք փակագծերը չօգտագործել՝ $2:\frac{4}{8}=2:(4:8)$:

Կոտորակի փակագծային կանոնը

Արտահայտության մեջ կոտորակի հետ գործողություն կատարելիս ընդունվում է, որ կոտորակը վերցված է փակագծերի մեջ:

4. Արտահայտության թվային արժեքը: Արտահայտության մեջ մտնող տառերի ընդունած թվային արժեքների միջոցով արտահայտության արժեքները գտնելու համար հաճախ նպատակահարմար է օգտվել աղյուսակներից: Ահա նման մի աղյուսակ.

x	y	$x+y$	$x-y$	$2x+1$	$2x+3y-1$
1	0	1	1	3	1
2	3	5	-1	5	12

Այստեղ, օրինակ, երբ x -ը ընդունում է 2 թվային արժեքը, իսկ y-ը՝ 3 թվային արժեքը, ապա $2x+3y-1$ արտահայտությունն ընդունում է 12 թվային արժեքը:

5. Հավասարության հատկությունները: Հավասարության առնչությունը օժտված է երեք կարևորագույն հատկություններով, որոնք օգտակար է իմանալ: Դրանցից առաջինը անդրադարձելիությունն է: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Եթե լծակավոր կշեռքի աջ և ձախ նժարներին միաժամանակ դնենք միևնույն a զանգվածն ունեցող մեկական կշռաքար, ապա կշեռքի նժարները կհավասարակշռվեն: Այսինքն՝ $a=a$: Այսպիսով՝ a թիվը հավասար է ինքը իրեն: Ինքն իրեն է հավասար նաև յուրաքանչյուր x առարկա կամ արտահայտություն, ինչպես ցույց է տալիս հետևյալ օրենքը:

Հավասարության անդրադարձելիության օրենքը

Յուրաքանչյուր արտահայտություն հավասար է ինքը իրեն: Այսինքն՝ կամայական x արտահայտության համար՝

$$x=x:$$

$x=x$ տեսքի բանաձևերը ելակետային հավասարություններ են, որոնց օգնությամբ մենք կստանանք այլ հավասարություններ: Հաջորդ հատկությունը հնարավորություն է տալիս տրված հավասարության միջոցով ստանալ նոր հավասարություն: Նախ դիտարկենք մի օրինակ:

Ենթադրենք, թե վաճառողը ձեզ համար լծակավոր կշեռքով կշռել է 3 կգ խնձոր, և վճարելուց առաջ դուք ուզում եք ստուգել կշեռքը: Ստուգման եղանակներից մեկը թասերը դատարկելն է: Եթե դատարկելուց հետո կշեռքի նժարները հավասարակշռվեն, ապա կշեռքը ճիշտ է աշխատում: Իսկ եթե չե՞ք ուզում թասերը դատարկել: Այստեղ դուք կարող եք կիրառել ստուգման մի հնարամիտ եղանակ: Բավական է տեղափոխեք կշեռքի թասերի տեղերը: Եթե տեղափոխումից հետո նժարները հավասարակշռվեն, ապա կշեռքը ճիշտ է աշխատում, եթե ոչ, ապա այն ճիշտ չի աշխատում: Իսկ ինչո՞ւ, կհարցնեք դուք: Ահա այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ օրենքը:

Հավասարության համաչափության օրենքը

Եթե մի արտահայտությունը հավասար է մյուսին, ապա այդ վերջինն էլ հավասար է առաջինին: Այսինքն՝ կամայական x և y արտահայտությունների համար՝

$$\text{եթե } x=y, \text{ ապա } y=x:$$

Վերևում դիտարկած մեր օրինակում կշեռքի առաջին դիրքը ցույց է տալիս, որ 3 կգ $=x$, որտեղ x-ը աջ նժարի վրա դրված խնձորի զանգվածի քանակությունն է: Համաձայն հավասարության համաչա-փության հատկության՝ 3 կգ $=x$ հավասարությունից կստանանք $x=3$ կգ: Հետևաբար, եթե կշեռքը ճիշտ աշխատեր, ապա երկրորդ դիրքում, այսինքն՝ թասերի տեղերը փոխելուց հետո նույնպես պետք է կշեռքի նժարները հավասարակշռվեին:

Քննարկենք հավասարության ևս մի հատկություն: Նորից դիմենք լծակավոր կշեռքի օգնությանը: Վաճառողը լծակավոր կշեռքով կշռել է 2 կգ խնձոր: Այնուհետև օգտագործել է արդեն կշռված խնձորը՝ 2 կգ տանձ կշռելու համար: Արդյո՞ք ճիշտ է կշռել վաճառողը:

Իհարկե, - կասեք դուք: Իսկ գիտե՞ք ինչու է ճիշտ կշռել վաճառողը: Ահա այս հարցին էլ պատասխանում է հաջորդ օրենքը: Այս օրենքը, միևնույն ժամանակ, մեզ հնարավորություն է տալիս երկու հավասարությունների միջոցով ստանալ երրորդ հավասարությունը:

Հավասարության փոխանցելիության օրենքը

Եթե մի արտահայտություն հավասար է երկրորդին, իսկ այդ երկրորդը հավասար է երրորդին, ապա առաջինը հավասար է երրորդին : Այսինքն՝ կամայական x, y և z արտահայտությունների համար՝

$$\text{եթե } x=y,\ y=z, \text{ ապա } x=z:$$

Եթե քննարկված վերջին օրինակում x տառով նշանակենք կշռված խնձորի զանգվածի քանակությունը, y տառով՝ կշռված տանձի զանգվածի քանակությունը, ապա առաջին կշռումը ցույց է տվել, որ 2 կգ $=x$ ։ Երկրորդ կշռումը ցույց է տվել, որ $x=y$ ։ Այս երկու հավասարություններից, օգտագործելով հավասարության փոխանցելիության օրենքը, կստանանք՝ 2 կգ $=y$ ։ Այսպիսով՝ իսկապես կշռվել է 2 կգ տանձ։

Լայն կիրառություն ունի նաև հավասարության հետևյալ հատկությունը։

Նույն արտահայտությանը հավասարների հատկությունը

Միևնույն արտահայտությանը հավասար արտահայտությունները իրար հավասար են ։ Այսինքն՝ կամայական x , y և z արտահայտությունների համար՝ եթե $x=z$, $y=z$, ապա $x=y$ ։

Ապացուցումը	Փաստարկները
$x = z \quad y = z$	*պայմանները*
$z = y$	*հավասարության համաչափության օրենքը*
$x = y$	*հավասարության փոխանցելիության օրենքը*

6. Հավասարումներ: Մինչև այժմ մեր գործածած բանաձևերը եղել են հավասարություններ։ Սակայն առօրյա կյանքի և գիտության զանազան իրադրությունների հանրահաշվական նկարագրության համար մեզ անհրաժեշտ են բանաձևերի նոր տեսակներ։ Դրանցից կարևորագույնները ***հավասարումներն*** են։

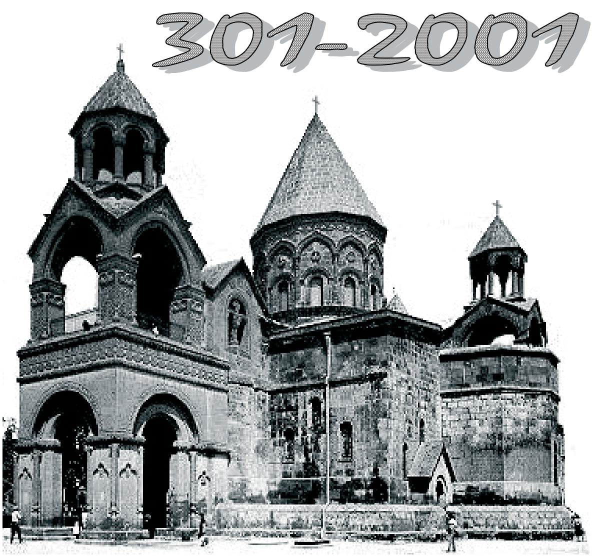
Հավասարումները, ինչպես և հավասարությունները, կազմվում են հանրահաշվական արտահայտությունների և հավասարության՝ = նշանի համակցումից։ Բերենք մեկ օրինակ։

2001 թվականին նշվել է Հայաստանում քրիստոնեությունը պետական կրոն ընդունելու 1700 -ամյակը։ Ո՞ր թվականին է ընդունվել Հայաստանում քրիստոնեությունը՝ որպես պետական կրոն։

Այս իրադրությունը ներկայացնենք հանրահաշվորեն։

x	քրիստոնեությունը ընդունելու թվականը
$x+1700$	քրիստոնեությունն ընդունելու 1700-ամյակը
$x+1700=2001$	խնդրի պայմանը

Այսպիսով, Հայաստանում քրիստոնեությունը որպես պետական կրոն ընդունելու թվականը որոշելու վերաբերյալ խնդիրը հանրահաշվորեն ձևակերպելով, մենք ստացանք $x+1700=2001$ բանաձևը: Նրա մեջ գրված են երկու արտահայտություններ, որոնք կապված են հավասարության նշանով. ճիշտ այնպես, ինչպես հավասարությունները: Սակայն, այդ բանաձևի հավասարություն դառնալը կամ չդառնալը կախված է նրանում մասնակցող x անհայտի կամ փոփոխականի արժեքներից: Այդ փոփոխականի ընդունած 301 արժեքի դեպքում տրված բանաձևի ձախ և աջ մասերը, իրոք, հավասարվում են իրար, այսինքն՝ ստանում ենք հավասարություն՝ $301+1700=2001$: Սակայն x -ի մնացած արժեքների դեպքում բանաձևի աջ և ձախ մասերը իրար չեն հավասարվում, այսինքն՝ հավասարություն չենք ստանում: Ահա այս $x+1700=2001$ բանաձևը հավասարում է: ***Հավասարումը*** որոնելի անհայտ պարունակող բանաձև է, որը ստացվում է երկու արտահայտություններ իրար հետ կապող հավասարության նշանով:



Ինչպես և հավասարությունների մեջ՝ $=$ նշանից առաջ գրված արտահայտությունը կոչվում է հավասարման ***ձախ*** մաս, իսկ $=$ նշանից հետո գրված արտահայտությունը՝ նրա ***աջ*** մաս:

Վերևում մենք տեսանք, որ հավասարման մեջ մտնող անհայտի որոշ արժեքների համար նրա ձախ և աջ մասերում գտնվող արտահայտությունները կարող են ընդունել նույն արժեքը՝ հավասարվել իրար: $x+1700=2001$ հավասարման մեջ մտնող x անհայտի համար այդպիսի արժեք է 301 թիվը: Այն կոչվում է տրված հավասարման ***արմատ*** կամ ***լուծում:*** Եթե անհայտի որևէ արժեք հավասարման արմատ է, ապա ասում են նաև, որ այն բավարարում է այդ հավասարմանը:

Օրինակներ.

ա. $x=0$ հավասարման արմատ է 0 թիվը, որովհետև $0=0$: Իսկ 1 թիվը այս հավասարման արմատ չէ, քանի որ 1 -ը 0 -ի հավասար չէ:

բ. $x+1=2-x$ հավասարման արմատ է 1/2 թիվը:

գ. Մեկ անհայտով հավասարումը կարող է արմատներ չունենալ: $x+1=x$ հավասարումն այդպիսի հավասարում է, այն արմատներ չունի. գոյություն չունի այդ հավասարմանը բավարարող թիվ:

դ. Մեկ անհայտով հավասարումը կարող է շատ արմատներ ունենալ. ցան-կացած թիվ $x=x$ և $0\cdot x=0$ հավասարումներից յուրաքանչյուրի արմատ է:

ե. Մեկ անհայտով հավասարումը, որոշ դեպքերում կարող է ունենալ ճիշտ այն արմատները, որոնք մենք ցանկանում ենք, և այլ արմատներ չունենալ: Եթե վերցնենք, օրինակ, $1, 2$ և 3 թվերը, ապա $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ հավասարման արմատներն են այդ թվերը, և հավասարումը ուրիշ արմատներ չունի: Իսկապես, եթե x-ի փոխարեն տեղադրենք 1, ապա կստանանք $(1-1)(1-2)(1-3)=0$ հավասա-րությունը: Այսինքն՝ 1-ը տրված հավասար-ման արմատ է: Նույն կերպ կհամոզվենք, որ 2 -ը և 3 -ը նույնպես այդ հավա-սարման արմատներ են: Իսկ եթե x-ի փոխարեն տեղադրենք $1, 2, 3$ թվերից տարբեր մի թիվ, օրինակ՝ 4, ապա կստանանք $(4-1)(4-2)(4-3)=0$ բանաձևը, որը հավասարություն չէ: Հետևապես՝ 4-ը տրված հավասարման արմատ չէ:

Հաճախ, երբ մեկ՝ x անհայտով հավասարումը ունի որևէ, ասենք՝ 1 արմատը, ապա կասենք նաև, որ այդ հավասարման արմատն է $x=1$: Օրինակ՝ $x+4=4-x$ հավասարման արմատն է $x=0$:

Հավասարումների հետ կապված ամենակարևոր հանրահաշվական խնդիրը դրանց լուծումն է: ***Լուծել*** հավասարումը՝ նշանակում է գտնել նրա բոլոր արմատները կամ ցույց տալ, որ այն արմատներ չունի: Առաջիկայում մենք կսովորենք լուծել տարբեր տիպի հավասարումներ:

7. Մեծություններ: Հաճախ մենք որևէ կոնկրետ առարկայի մեծու-թյունը կանվանենք նաև ***քանակություն:*** «200 կմ երկարություն» արտահայտության փոխարեն կօգտագործենք «երկարության 200 կմ քանակություն» արտահայտությունը, «25 կգ զանգված» արտահայտու-թյան փոխարեն՝ «զանգվածի 25 կգ քանակություն» և այլն:

Առաջին մեծությունը, որի հետ մենք հաճախ ենք առնչվում մեր առօրյայում, ***երկարությունն է:*** Երկարություն ունեն ճանապարհը, թելը, ճոպանը, հատվածը, սենյակը, գետը, կամուրջը: Որոշ առարկաների երկարությունը բնութագրելիս գործածում ենք նաև հեռավորություն, լայնություն, բարձրություն, խորություն բառերը: Փողոցը, հողամասը ունեն լայնություն, սենյակը, աշտարակը ունեն բարձրություն: Ծովը, տակառը ունեն խորություն:

Հաջորդ մեծությունը, որի հետ նույնպես մենք հաճախ ենք առնչվում, ***մակերեսն է:*** Մակերես ունեն սենյակը, հողամասը, լիճը, պատկերը: Մակերեսը հաճախ անվանում են նաև տարածք: Երբ մենք ասում ենք, օրինակ, թե Ռուսաստանը ունի աշխարհում ամենամեծ տարածքը, ապա նկատի ունենք, որ Ռուսաստանի մակերեսը ավելի մեծ է, քան ցանկացած այլ երկրի մակերեսը:

Լայն գործածություն ունի նաև տարածության հասկացությունը, որը առօրյա խոսքում օգտագործվում է երբեմն երկարության, երբեմն էլ մակերեսի իմաստով: Սակայն այն հիմնականում երկրաչափական հասկացություն է, որը բնութագրող մեծությունը ***ծավալն*** է: Այս իմաստով ծավալի փոխարեն հաճախ գործածվում է ***տարողություն*** բառը: Իսկապես, մենք խոսում ենք շշի, տակառի, ամբարի, պահեստի տարողության մասին ՝ նկատի ունենալով հենց նրանց ծավալը: Ծավալ ունեն նաև քարի կտորը, արկղը, խորանարդը, գունդը և ֆիզիկական ու երկրաչափական մարմինները:

Երկարությունը, մակերեսը և ծավալը ուսումնասիրվում են երկրաչափության մեջ: Դրանք կոչվում են ***երկրաչափական մեծություններ:***

Մենք հաճախ ենք գործ ունենում նաև ***ֆիզիկական մեծությունների*** հետ: Ֆիզիկական մեծություն է ***զանգվածը:*** Զանգված ունեն մարմինները: Որոշ դեպքերում զանգվածի փոխարեն գործածվում է ծանրություն բառը: Երբ ասում ենք, թե փիղը ավելի ծանր է, քան շունը, ապա նկատի ունենք, որ փղի զանգվածը մեծ է շան զանգվածից: Տարիներ առաջ հայերենում զանգվածի փոխարեն գործածում էին լատինական «մասսա» բառը:

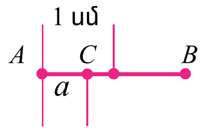
Մեզ ավելի շատ հանդիպող մյուս ֆիզիկական մեծությունը ***ժամանակն*** է: Այն հաճախ անվանում ենք նաև տևողություն: Տևողություն ունեն ուսումնական պարապմունքները, թատերական ներկայացումը, մարզական միջոցառումը և այլն:

Կարևոր ֆիզիկական մեծություն է ***արագությունը:*** Մենք խոսում ենք մարդու, ավտոմեքենայի, ինքնաթիռի շարժման արագության մասին: Ուրեմն՝ արագությունը բնութագրում է մարմնի շարժումը:

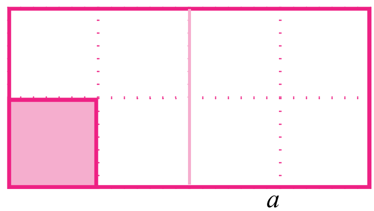
Մեր գործածության համար անհրաժեշտ իրերն ու առարկաները, խանութում և շուկայում վաճառվող ապրանքը ունեն իրենց գինը: Ապրանքի ***գինը*** այդ ապրանքը բնութագրող կարևոր մեծություն է: Այն տնտեսագիտության մեջ ուսումնասիրվող մեծություն է:

Տնտեսագիտության մեջ ուսումնասիրվող մյուս կարևոր մեծությունը ***տոկոսադրույքն*** է: Տոկոսադրույքով են բնութագրվում բանկերի կողմից ավանդի դիմաց տրվող վարկերը: Կան նաև բազմաթիվ այլ մեծություններ, որոնք ուսումնասիրվում և կիրառվում են գիտության և տեխնիկայի մեջ, կյանքի տարբեր բնագավառներում:

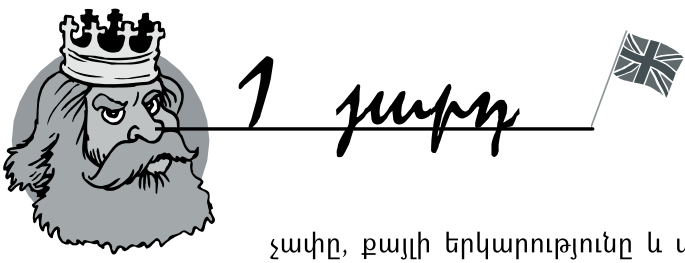
8. Մեծությունների չափումը: Մեծությունների հետ մարդիկ առնչվում էին դեռևս հնագույն ժամանակներում: Չափումներ էին անհրաժեշտ տներ, նավեր կառուցելու և այլ շինարարական աշխատանքներ կատարելու համար: Առանց չափումների անհնար էր առևտուր անել: Իսկ ինչպե՞ս չափել մեծությունը:



Կամայական մեծություն չափելու համար նախապես ընտրում ենք ***չափման միավորը***՝ տրված մեծությանը համասեռ ինչ-որ մեծություն, և այն համեմատում տվյալ մեծության հետ: Օրինակ, եթե որպես երկարության չափման միավոր ընտրենք մեկ սանտիմետրը, ապա այն AB հատվածի մեջ կտեղավորվի 2 անգամ, և AB հատվածի երկարությունը կլինի 2 սմ, իսկ եթե որպես չափման միավոր ընտրենք AC հատվածի a երկարությունը, ապա այն AB հատվածի մեջ կտեղավորվի 3 անգամ, և AB հատվածի երկարությունը կլինի $3a$: Ընտրենք մեկ քառակուսի սանտիմետրը որպես չափման միավոր: Այն տեղավորվում է մեր գծագրած ուղղանկյան մեջ 8 անգամ: Այսինքն՝ այդ ուղղանկյան մակերեսը կլինի 8 քառ.սմ: Իսկ եթե որպես չափման միավոր ընտրենք այդ ուղղանկյան կեսը կազմող քառակուսիներից մեկի b մակերեսը, ապա ուղղանկյան մակերեսը կլինի $2b$: Իսկ որո՞նք են մեզ ծանոթ մեծությունների չափման միավորները:



Հնում տարբեր ժողովուրդներ կիրառել են չափման տարբեր միավորներ: Երկարության չափման միավորների ընտրությունը համարյա բոլոր ժողովուրդները կապել են մարդու մարմնի մասերի հետ: Որպես չափման միավորներ գործած-վել են մատնաչափը, ոտնաչափը, քայլի երկարությունը և այլն: Անգլիայի թագավոր Հենրիխ Առաջինի մտցրած չափի միավորը հավասար էր նրա քթի ծայրից



մինչև իր ձգած ձեռքի միջնամատի ծայրի հեռավորությանը: Այն մեծ տարածում գտավ և կոչվեց ***յարդ:*** Մեծ հեռավորությունները չափելու համար որպես չափման միավորներ ընտրվել են. մարդու մեկ օրում անցած ճանապարհի երկարությունը, ծխամորճը՝ այն հեռավորությունը, որ կանցնի առագաստանավը մեկ ծխամորճ ծխելու ընթացքում, նետը՝ նետի թռիչքի երկարությունը, ձիու կոշիկը՝ այն հեռավորությունը, որ կանցնի ձին նրա ոտքերին ամրացրած ծղոտե ներբանները մաշելու ընթացքում և այլն: Դուք հեշտությամբ կարող եք համոզվել, որ թվարկած այս միավորները կայուն չեն և կախված են հանգամանքներից: Իսկապես, տարբեր մարդիկ ունեն տարբեր մատնաչափեր ու ոտնաչափեր, տարբեր են նրանց քայլերի երկարություններն ու մեկ օրում անցած ճանապարհների երկարությունները: Այդ պատճառով չափման նման միավորներով կատարված չափումները չէին կարող տալ ճշգրիտ արդյունք: Ժամանակի ընթացքում, առևտրական հարաբերությունների զարգացմանը զուգընթաց, առաջ եկավ չափման ավելի ճշգրիտ միավորներ ունենալու հարցը: Իսկապես, մեծ քանակությամբ փոխանակումներ կամ գնումներ կատարելիս միավորի չնչին տատանումն անգամ կարող է հանգեցնել մեծ գումարների կորստի: Այսօր ժամանակակից գիտական և տեխնիկական խնդիրների լուծման և իրականացման համար հաշվի են առնվում մետրի ու վայրկյանի միլիոներորդ և ավելի փոքր մասերը: Առանց դրա անհնար է պատկերացնել ինքնաթիռների ու արբանյակների թռիչքը, համակարգիչների աշխատանքը, հեռուստահաղորդումները,…

Իսկ այդ ամենի հիմքը դրվեց 1790 թվականին: Ֆրանսիայի Ակադեմիայի մի խումբ անդամներ որոշեցին երկարության չափման միավորը կապել մի այնպիսի առարկայի հետ, որը կախում չունենար հանգամանքներից: Որպես նման առարկա ընտրվեց երկրագնդի միջօրեականը: Միջօրեականի երկարության մեկ 40 միլիոներորդական մասն էլ ընդունվեց որպես երկարության չափման միավոր և կոչվեց ***մետր*** *:* Մնացած չափման միավորները սահմանվեցին մետրի միջոցով: Ֆրանսիացիների այս նորամուծությունը այնքան արդյունավետ եղավ, որ կարճ ժամանակում բոլոր ժողովուրդները ընդունեցին այն:

դեկա-	10	դեցի-	0,1
հեկտո-	100	սանտի-	0,01
կիլո-	1000	միլի-	0,001
միրիա-	10000	միկրո-	0,0001

Այսպիսով՝ երկարության չափման հիմնական միավորը մետրն է: Մակերեսի հիմնական միավորը ***քառակուսի մետրն*** է՝ մեկ մետր երկարությամբ կողմ ունեցող քառակուսու մակերեսը: Ծավալի հիմնական միավորը ***խորանարդ մետրն*** է՝ մեկ մետր երկարությամբ կող ունեցող խորանարդի ծավալը: Զանգվածի հիմնական միավորը ***գրամն*** է՝ մեկ խորանարդ սանտիմետրում տեղավորվող ջրի զանգվածը:

Յուրաքանչյուր հիմնական միավորի տասնորդական, հարյուրերորդական և այլ մասերի միջոցով ստացվում են օժանդակ միավորները՝ հունական անվանումներով: Օրինակ՝ 2 կիլոմետր նշանակում է 2000 մետր, մեկ միլիգրամ նշանակում է 0,001 գրամ և այլն:

Ժամանակի հիմնական միավորը *վայրկյանն է:* Նրա որոշ օժանդակ միավորներ ստացվում են վայրկյանի 60-ապատիկ կամ 60-րդ մասերով:

9. **Մեծությունների հավասարությունը:** Մեծությունների համեմատության խնդրի մենք հանդիպում ենք ամենուրեք: Մենք գնումներ ենք կատարում մեզ ավելի մոտ գտնվող խանութում: Ապրանքը գնելիս տարբեր խանութներում հարցնում ենք նրա վաճառքի գները: Մեր բնակարանը ընտրելիս աշխատում ենք, որ այն լինի ավելի ընդարձակ: Բոլոր այս դեպքերում մենք կատարում ենք մեծությունների համեմատում: Մի դեպքում համեմատում ենք տնից մինչև տարբեր խանութներ եղած հեռավորությունները, երկրորդ դեպքում՝ ապրանքների գները, երրորդում՝ բնակարանների մակերեսները: Մեծությունները համեմատելիս անհրաժեշտ է ուշադրություն դարձնել հետևյալ հանգամանքների վրա:

Առաջին. իրար հետ կարելի է համեմատել միայն համասեռ մեծությունները: Կարելի է, օրինակ, համեմատել մի ճանապարհի երկարությունը մի այլ ճանապարհի երկարության հետ, բայց չի կարելի իրար հետ համեմատել ճանապարհի երկարությունը սենյակի մակերեսի հետ, կամ մի ապրանքի զանգվածը մյուսի գնի հետ:

Երկրորդ. համասեռ մեծությունները համեմատելու համար պետք է դրանք արտահայտել չափման միևնույն միավորով: Օրինակ՝ ենթադրենք մենք ուզում ենք համեմատել 5000 սմ և 0,05 կմ երկարությունները: Մենք պետք է դրանք երկուսն էլ արտահայտենք չափման միևնույն միավորով. դրանք երկուսն էլ հավասար են 50 մետրի և, ուրեմն, իրար հավասար են: Այսպիսով՝ համեմա-տության արդյունքում մեծությունները կարող են լինել իրար հավասար:

Մեծությունների հավասարության սահմանումը

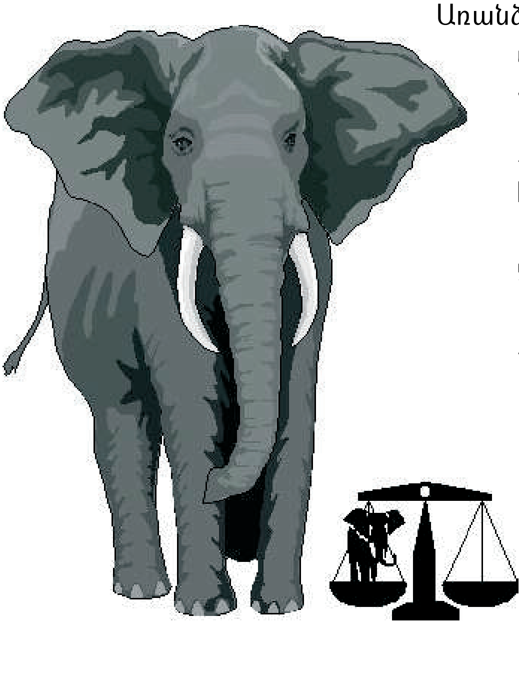
Չափման միևնույն միավորով արտահայտված երկու մեծություններ իրար հավասար են, եթե նրանք ունեն միևնույն թվային արժեքը: Այսինքն՝ եթե e-ն չափման միավորն է, a-ն և b-ն՝ թվեր, ապա

$$ae = be \text{ նշանակում է } a = b:$$

Թեմա 1.2. ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎՈՒՄ

1. Քանակությունների միավորումը և գումարումը: Ինչպե՞ս կշռել փիղը: Որոշ քանակությամբ մթերք կշռելու համար մենք կարող ենք օգտվել լծակավոր կամ զսպանակավոր կշեռքից: Մենք կարող ենք հեշտությամբ կշռվել և իմանալ մեր քաշը: Այսօր կան՝ փիղը, տանկը, ինքնաթիռը և ուրիշ շատ ավելի ծանր առարկաներ կշռելու համար անհրաժեշտ կշեռքներ: Իսկ ինչպե՞ս են փիղը կշռել հին աշխարհի մարդիկ:

Առաջին անգամ փիղը կշռել է հույն հանճարեղ մաթեմատիկոս Արքիմեդը, որն ապրել է մեր թվարկությունից առաջ՝ երրորդ դարում: Արքիմեդը ստեղծեց չափազանց հնարամիտ ու զարմանալի մի կշեռք փիղը կշռելու համար: Նա մտածեց, որ եթե նավը լցնի ինչ-որ առարկաներով, ապա դրանց ծանրության ազդեցության տակ այն ինչ-որ չափով կընկղմվի: Եվ ինչքան ծանր լինեն առարկաները, նավը այնքան ավելի շատ կընկղմվի: Իսկ եթե առարկաների երկու քանակություններ լցնելուց հետո նավը ընկղմվի միևնույն չափով, ապա ի՞նչ կարելի է ասել այդ քանակությունների մասին: Այդ քանակություններն ունեն միևնույն կշիռը, կասեք դուք: Իսկ այդ դեպքում մի՞թե նավը կշեռք չի դառնում, և նրանով հնարավոր չի լինում կշռել, օրինակ, փիղը: Ահա Արքիմեդի մտահղացումը: Նա նավը լցրեց քարերով այնքան ժամանակ, մինչև որ այն ընկղմվեց փղի ծանրության տակ կատարված ընկղմման չափով: Առանձին - առանձին կշռելով օգտագործված



սրերը՝ Արքիմեդը գումարեց դրանց ղորի կշիռները և ստացավ փղի կշիռը:

յս փորձի հիմքում ընկած է ֆիզիկայի ընդհանրագույն օրինաչափություններից որը հետագայում մեծ տարածում գտավ ց Արքիմեդի օրենք: Արքիմեդի փորձի ընկած է նաև մի հանրահաշվական իություն, որը չնայած որևէ անվանում ց մեր կյանքում խաղում է շատ ավելի դեր, քան Արքիմեդի օրենքը: Այդ օրինաչափությունը հնարա-վորություն է տալիս որոշելու առարկա-ների միավորման քանակությունը:

Միավորման գումարային օրենքը

Եթե x և y մեծություններ ունեցող երկու համասեռ առարկաներ չունեն ընդհանուր մաս, ապա նրանց միավորման մեծությունը կլինի $x+y$:

Նկատենք, որ այստեղ խոսվում է համասեռ առարկաների միավորման մասին: Անիմաստ է խոսել տարասեռ առարկաների, ասենք, 2 կիլոմետր երկարություն ունեցող մետաղալարի և 3 ար մակերես ունեցող հողամասի միավորման մեծության մասին. այն ո՛չ երկարության միավորներով կչափվի և ո՛չ էլ մակերեսի միավորներով:

Այնուհետև՝ միավորվող քանակությունները չպետք է ունենան ընդհանուր մաս: Եթե նրանք ընդհանուր մաս ունենային, ապա նրանց միավորման քանակությունը արդեն հավասար չէր լինի նրանց քանակությունների գումարին:

Հայոց լեզվում առարկաների միավորումը նշելու համար հաճախ գործածվում են նաև ***միացնել***, ***կցել***, ***խառնել***, ***միասին***, ***ընդամենը*** և այլ բառեր: Օրինակ, մենք ասում ենք՝ կցեցին պարանի կտորները, միացրին հողամասերը, խառնեցին հեղուկի քանակությունները և այլն:

2. Քանակության ավելացումը և գումարումը: Մեզ շրջապատող առարկաները ժամանակի ընթացքում կարող են փոփոխվել: Առարկաների փոփոխության դեպքում դրանք բնութագրող մեծությունները նույնպես կարող են փոփոխվել՝ ավելանալ կամ պակասել: Այսպես, օրինակ, գիրանալիս տավարի քաշը ավելանում է, նիհարելիս՝ պակասում: Եղանակը տաքանալիս օդի ջերմաստիճանը բարձրանում է, ցրտելիս՝ իջնում: Ապրանքի գինը և բանկից ստացած տարեկան տոկոսադրույքը նույնպես կարող են բարձրանալ կամ իջնել: Երկարության, մակերեսի, ծավալի, զանգվածի և, ընդհանրապես, կամայական մեծության քանակությունը կարող է ավելանալ կամ պակասել: Ինչպե՞ս որոշենք առարկայի մեծությունը նման դեպքերում:

Ավելացման գումարային օրենքը

Ավելացումից հետո ստացված քանակությունը հավասար է սկզբնական քանակության և ավելացված քանակության գումարին: Այսինքն՝ x մեծություն ունեցող առարկային նրան համասեռ y մեծություն ունեցող առարկան ավելացնելուց ստացված առարկայի մեծությունը կլինի $x+y$:

Օրինակ, եթե 3մ պարանին ավելացնենք ևս 2մ, ապա կունենանք 3մ + 2մ պարան, 10կգ խնձորին ավելացնենք 5կգ, կստանանք 10կգ + 5կգ, 8 լիտր ջրին ավելացնենք 2 լիտր ջուր, կստանանք 8լ + 2լ ջուր և այլն:

Ինչպես առարկաների միավորման դեպքում, այստեղ նույնպես պետք է նկատի ունենալ, որ ավելացումից հետո ստացված առարկայի մեծությունը կարող ենք որոշել, եթե տրված և ավելացված առարկաները համասեռ են:

Հայոց լեզվում զանազան առարկաների փոփոխությունը նշելիս ***ավելացնել*** բառին զուգընթաց գործածվում են նաև հետևյալ բառերը.

Առարկաների մեծությունը	«ավելացնել» բառի փոխարեն գործածվող բառերը
երկարություն	մեծացնել, երկարացնել, բարձրացնել, խորացնել, կցել, ձգել, լայնացնել, միացնել
մակերես	մեծացնել, ընդարձակել, լայնացնել, կցել, միացնել
ծավալ	մեծացնել, ընդարձակել, հաստացնել, ծավալել, կցել
զանգված	մեծացնել, ծանրացնել, շատացնել, խոշորացնել,
ժամանակ	մեծացնել, երկարացնել, ձգել,
արագություն	մեծացնել, բարձրացնել,
ջերմություն	մեծացնել, տաքացնել, բարձրացնել,
գին	մեծացնել, թանկացնել, բարձրացնել,
տոկոսադրույք	մեծացնել, բարձրացնել

Այսպես, օրինակ, մենք ասում ենք. ճանապարհը երկարացրին, ջրհորը խորացրին, պարանին կցեցին, միջանցքը լայնացավ, պահեստը ընդարձակվեց, ավտոմեքենայի արագությունը բարձրացավ, ապրանքը թանկացավ և այլն:

3. Գումարման տեղափոխական օրենքը: Գումարման գործողությունը օժտված է մի շարք կարևոր հատկություններով, որոնց իմացությունը հեշտացնում է այդ գործողության կատարումը: Այդ օրենքներից առաջինը վերաբերում է արտահայտությունների գումարի մեջ ***գումարելիների հերթականությունը:*** Նախ դիտարկենք մեկ օրինակ:

Դիցուք մենք A վայրից գնում ենք B վայրը՝ անցնելով a կիլոմետր, այնուհետև B-ից մեկնում ենք C, անցնելով b կիլոմետր: Արդյունքում A-ից C գնալու համար անցնում ենք $a+b$ կիլոմետր: Հետ վերադառնալիս մենք նախ C վայրից գնում ենք B՝ անցնելով b կիլոմետր, ապա B-ից գնում ենք A, անցնելով a կիլոմետր. արդյունքում՝ $b+a$ կիլոմետր: Պարզ է, որ երկու դեպքում էլ մենք անցել ենք նույն ճանապարհը: Այսինքն՝ $a+b=b+a$:

Կամայական արտահայտությունների գումարը նույնպես օժտված է համանման հատկությամբ: Այդ հատկությունն ունի տարածված ձևակերպում:

Գումարման տեղափոխական օրենքը

Գումարելիների տեղափոխումից գումարը չի փոխվում: Այսինքն՝ կամայական x և y արտահայտությունների համար՝

$$x + y = y + x:$$

Օրինակ՝ $(0{,}1 + 2x) + (y + 0{,}9) = (y + 0{,}9) + (0{,}1 + 2x)$:

4. Գումարման զուգորդական օրենքը: Գումարման մյուս կարևոր հատկությունը կապված է երկուսից ավելի գումարելիների գումարման հետ:

Դիտարկենք $(1+2)+3$ և $1+(2+3)$ արտահայտությունները: Դրանք երկուսն էլ 1, 2 և 3 թվերից, միևնույն հաջորդականությամբ, գումարման գործողության միջոցով ստացված արտահայտություններ են, որոնց միակ տարբերությունը գումարելիների զուգորդման հերթականությունն է, որ կատարվել է փակագծերի օգնությամբ: Պարզ է, որ $(1+2)+3 = 1+(2+3)$: Գումարման գործողության հետևյալ հատկությունը ցույց է տալիս, որ զույգավորման կամ զուգորդման նման տարբերությունը էական դեր չի խաղում ոչ միայն տվյալ օրինակում, այլև կամայական երեք արտահայտությունների գումարը կազմելիս:

Գումարման զուգորդական օրենքը

Կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝

$$(x + y) + z = x + (y + z):$$

Գումարման զուգորդական օրենքը թույլ է տալիս երեք կամ ավելի գումարելիների գումարը կազմելիս հաշվի չառնել գումարելիների զույգավորման հերթականությունը և բաց թողնել այն փակագծերը, որոնց միջոցով կատարված է նման զույգավորում: Այսպիսով՝ մասնավորաբար x, y, z երեք արտահայտությունների համար ստանում ենք

$$(x + y) + z = x + (y + z) = x + y + z:$$

5. Հավասարության գումարային հատկությունները: Հավասարությունների ստացման լայն հնարավորություններ է ընձեռնում գումարման գործողությունը: Դիտարկենք մեկ օրինակ: Դիցուք ունենք երկու կշեռք: Առաջին կշեռքի նժարներին դրված են զանգվածի x և y քանակություններ: Կշռումը ցույց է տվել, որ այդ քանակությունները իրար հավասար են՝ $x = y$: Երկրորդ կշեռքի նժարներին դրված զանգվածի z և t քանակությունների կշռումը ցույց է տվել, որ այդ քանակությունները նույնպես միմյանց հավասար են՝ $z = t$: Այժմ, եթե երրորդ կշեռքի նժարներից մեկի վրա դնենք $x + z$ քանակությունը, մյուսի վրա՝ $y+t$ քանակությունը, ապա կշեռքի նժարները նորից կհավասարակշռվեն: Այսինքն՝ $x+z=y+t$:

Այսպիսով՝ մենք գումարեցինք տրված երկու հավասարությունների ձախ մասերը՝ իրար, աջ մասերը՝ իրար և նորից ստացանք հավասարություն: Նման հատկությամբ օժտված են նաև կամայական երկու հավասարություններ:

Հավասարությունների գումարման օրենքը

Հավասարությունները մաս առ մաս գումարելիս ստացվում է հավասարություն: Այսինքն՝ կամայական x, y, z, t արտահայտությունների համար՝

$$\text{եթե}\quad x=y,\ z=t\ ,\quad \text{ապա}\quad x+z=y+t:$$

Հավասարության երկու մասերին միևնույն թիվը կամ արտահայտությունը գումարելով՝ նոր հավասարություն ստանալու հնարավորություն է տալիս հավասարության հետևյալ հատկությունը:

Հավասարության գումարային հատկությունը

Հավասարության երկու մասերին միևնույն արտահայտությունը գումարելիս նորից ստացվում է հավասարություն: Այսինքն՝ կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝

$$\text{եթե}\ x=y\ ,\ \text{ապա}\quad x+z=y+z\ :$$

6. Զրոն հանրահաշվում: Մենք արդեն գիտենք, որ 0-ն այն տասը նիշերից մեկն է, որոնց միջոցով գրվում են բոլոր իրական թվերը: 0 -ն թվաբանության մեջ ունի նաև մի առանձնահատուկ դեր, որը պայմանավորված է գումարման գործողության հետ նրա յուրօրինակ կապով. 0 թիվը կամայական թվի հետ գումարելիս ստացվում է այդ նույն թիվը: Զրոն նման կարևոր դեր ունի նաև հանրահաշվում:

Զրոյի գումարման օրենքը

Կամայական a արտահայտության համար

$$a+0=a:$$

7. Հակադիրը հանրահաշվում: Առօրյա կյանքում և գիտության տարբեր բնագավառներում առաջացած շատ խնդիրների լուծման համար մեզ անհրաժեշտ է թվի կամ արտահայտության հակադիրի գաղափարը: Նման խնդիրների լուծման համար են, առաջին հերթին, ներմուծվել բացասական թվերը, որոնք բնական թվերի հակադիրներ են: Իսկ ի՞նչ է թվի կամ արտահայտության հակադիրը:

Վերցնենք, օրինակ, 5 թիվը: Գումարելով այն -5 թվին՝ կստանանք 0: Այսինքն՝ $5 + (-5) = 0$: -5 թիվն էլ կոչվում է 5 թվի հակադիր: Նման ձևով է սահմանվում նաև կամայական արտահայտության հակադիրը:

Հակադիրի սահմանումը

Կամայական a արտահայտության հակադիրը այն b արտահայտությունն է, որի համար՝

$$a + b = 0:$$

Օրինակ՝ 6 թվի հակադիրը -6 թիվն է, քանի որ $6 + (-6) = 0$: 0 -ի հակադիրը 0-ն է:Նկատի ունենալով գումարման տեղափոխական օրենքը՝ հակադիրի սահմանման մեջ $a + b = 0$ հավասարության փոխարեն կարող ենք ընդունել $b + a = 0$ հավասարությունը:

Վերևում նշեցինք, որ կամայական a իրական թվի հակադիրը $-a$ իրական թիվն է: Հետևյալ օրենքը ապահովում է հակադիրի գոյությունը նաև կամայական արտահայտության համար:

Հակադիրի գոյության օրենքը

Յուրաքանչյուր արտահայտություն ունի իր հակադիրը:

a արտահայտության հակադիրը գրառվում է $-a$ տեսքով: Այս արտահայտությունը կարդացվում է այսպես՝ «մինուս a»: « $-$ » նշանը կարդացվում է «մինուս»: Համաձայն հակադիրի սահմանման՝ $a+(-a) = 0$: Այստեղից հետևում է, որ a -ն էլ $-a$ -ի հակադիրն է:

Հակադիրի հակադիրի հատկությունը

Արտահայտության հակադիրի հակադիրը այդ նույն արտահայտությունն է: Այսինքն՝ կամայական a արտահայտության համար՝

$$-(-a) = a:$$

3. Հակադիրի հատկությունները: Հակադիրի ուսումնասիրու-թյունը սկսենք հետևյալ հատկությունից, որը ցույց է տալիս, որ հավասար արտահայտությունների հակադիրները նույնպես հավասար են:

Հակադիրների հավասարության հատկությունը

Կամայական x և y արտահայտությունների համար.

եթե $x = y$, ապա $-x = -y$:

Ապացուցում: Եթե x *և* y արտահայտությունների համար $x = y$, ապա

$$x + (-y) = y + (-y) = 0:$$

Հետևապես՝ $x + (-y) = 0$, և ուրեմն՝ $-x = -y$:

Մենք արդեն գիտենք, որ արտահայտության հակադիրը սահմանվում է գումարման գործողության միջոցով: Այդ պատճառով գոյություն ունի սերտ կապ այդ երկու գործողությունների միջև:

Գումարի հակադիրի հատկությունը

Երկու արտահայտությունների գումարի հակադիրը հավասար է գումարելիների հակադիրների գումարին: Այսինքն՝ կամայական x *և* y *արտահայտությունների համար*

$$-(x+y) = (-x) + (-y):$$

Ապացուցում: Օգտվելով գումարման տեղափոխական և զուգորդական հատկություններից՝ կստանանք.

$$(x + y) + ((-x) + (-y)) = 0:$$

Ուրեմն՝ $(-- x) + (-- y)$ արտահայտությունը $x + y$ արտահայտության հակադիրն է:

Խնդիր: Եթե երկու արտահայտությունների գումարը հավասար է նրանցից մեկին, ապա մյուսը հավասար է զրոյի:

Լուծում: Դիցուք x *և* y արտահայտությունների համար $x + y = x$: Այդ դեպքում՝

$$y = 0 + y = -x + x + y = -x + x = 0, \ y = 0:$$

9. $x+a=b$ հավասարման լուծումը: Մենք տեսանք, որ գումարման գործողությունը սերտորեն է կապված հավասարությունների հետ: Այդ կապերի մեջ է նաև գումարում պարունակող հավասարումների լուծման հիմնական բանալին:

$x + a = b$ հավասարման լուծումը

Կամայական a և b արտահայտությունների համար $x + a = b$ հավասարման լուծումն է $x = b + (-a)$:

Ապացուցում: $b + (-a)$ *արտահայտությունը* $x + a = b$ *հավասարման լուծումն է, քանի որ*

$$(b + (-a)) + a = b + ((-a) + a) = b:$$

Օրինակ՝ $x + 5 = 1$ հավասարման լուծումն է $x = 1 + (-5)$ կամ $x = -4$:

Նման ձևով կարող ենք լուծել նաև $-x = a$ հավասարումը:

$-x = a$ հավասարման լուծումը

Կամայական a արտահայտության համար $-x = a$ հավասարման լուծումն է $x = -a$:

Օրինակ՝ $-x = 3$ հավասարման լուծումն է $x = -3$:

10. Մեծությունների գումարումը: Մենք արդեն գի-տենք, որ զանազան իրադրություններում անհրաժեշտ է լինում կատարել մեծությունների գումարում: Իսկ ինչպե՞ս գտնենք մեծությունների գումարը:

Եթե մենք համատեղ կշռենք 2 տ և 3 տ բերքը, ապա կստանանք 5 տ: Եթե միավորենք 0,25 հա և 0,75 հա հողամասերը, ապա կստացվի 1 հա: Եթե միևնույն ամանի մեջ լցնենք 90 լ սպիրտ և 100 լ ջուր և չափենք ստացված խառնուրդը, կստանանք 190 լ: Բոլոր այս օրինակներում մեծությունները գումարելու համար մենք գումարում ենք նրանց թվային արժեքները և պահպանում չափման միավորը: Այստեղ անհրաժեշտ է կատարել երկու դիտողություն:

Նախ՝ իրար կարելի է գումարել միայն միևնույն սեռի մեծությունները կամ նույնանուն անվանական թվերը: Չի կարելի իրար գումարել, օրինակ, 2 տ և 0,25 հա մեծությունները: Գործնական իմաստ չունեն նաև 2 լ + 4 ժ, 2 մ + 5 կգ, 3 մ + 4 քմ գրառումները:

Այնուհետև՝ համասեռ մեծությունները գումարելիս անհրաժեշտ է ուշադրություն դարձնել գումարելիների չափման միավորների վրա: Ճիշտ է, համասեռ մեծությունները միշտ կարելի է գումարել, սակայն գումարի թվային արժեքը ստանալու համար անհրաժեշտ է գումարելիները ներկայացնել չափման միևնույն միավորներով:

Մեծությունների գումարման օրենքը

Չափման նույն միավորն ունեցող երկու մեծությունների գումարը չափման նույն միավորն ունեցող մեծություն է, որի թվային արժեքը հավասար է գումարելիների թվային արժեքների գումարին: Այսինքն՝ տրված մեծության չափման e միավորի և կամայական x և y իրական թվերի համար՝

$$xe + ye = (x + y)e :$$

Օրինակ՝ x մ + y մ = $(x + y)$ մ, x կգ + y կգ = $(x + y)$ կգ:

Թեմա 1.3. ՀԱՆՈՒՄԸ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎՈՒՄ

1. Հանման գործողության սահմանումը: Ինչքա՞ն գումար է մնում մեզ մոտ, երբ մենք ծախսում ենք մեր դրամի մի մասը: Ինչքա՞ն պետք է լինի գնումների դիմաց մեր տված դրամի մանրը: Ինչպե՞ս որոշենք մարդու տարիքը, երբ հայտնի է նրա ծննդյան թվականը: Այս և նման բազմաթիվ խնդիրների լուծման համար մեզանից յուրաքանչյուրն ամեն օր բազմիցս կատարում է հանման գործողություն:

Հանման գործողության սահմանումը

Մի արտահայտությունից հանել երկրորդը՝ նշանակում է գտնել մի այնպիսի արտահայտություն, որը գումարելով երկրորդին՝ ստացվում է առաջինը: Տրված երկու արտահայտությունների հանման արդյունքը կոչվում է նրանց տարբերություն:

Այսպիսով՝ a և b արտահայտությունների տարբերությունը այն c արտահայտությունն է, որի համար $b+c=a$: a և b արտահայտությունների տարբերությունը գրառվում է $a-b$ տեսքով: Այն կարդացվում է այսպես՝ «a մինուս b» կամ «a-ից հանած b», կամ «a-ի և b-ի տարբերությունը»:

Բերենք տարբերության մի քանի օրինակ:

ա. $17-9=8$, որովհետև $9+8=17$:

բ. $x-x=0$, որովհետև $x+0=x$:

գ. $3y-2y=y$, որովհետև $2y+y=3y$:

Այստեղ անհրաժեշտ է ուշադրություն դարձնել «–» նշանի գործածության վրա: Նախկինում մենք «–» նշանը գործածել ենք կամայական արտահայտության հակադիրը գրառելու համար: Այդ նույն նշանը այստեղ գործածվում է երկու արտահայտությունների տարբերությունը գրառելու համար: Նման գործածության համար հիմք է ծառայում այն սերտ կապը, որ գոյություն ունի տարբերության և հակադիրի միջև:

Հակադիրը որպես տարբերություն

Կամայական a արտահայտության համար

$$-a=0-a\,:$$

Ապացուցումը	Փաստարկները
$a+(0-a)=0$	*տարբերության սահմանումը*
$0-a=-a$	*հակադիրի սահմանումը*
$-a=0-a$	*հավասարության համաչափության օրենքը*

2. Հանման, գումարման և հակադիրի կապը: Մենք արդեն գիտենք հանման գործողության սահմանումը: Մենք կարող ենք գտնել երկու իրական թվերի տարբերությունը: Հաշվել ենք նաև մի քանի հանրահաշվական արտահայտու-թյունների տարբերությունները: Իսկ ինչպե՞ս գտնենք կամայական երկու արտա-հայտությունների տարբերությունը:

Տարբերության արտահայտումը գումարի և հակադիրի միջոցով

Մի հանրահաշվական արտահայտությունից երկրորդ արտահայտությունը հանելու համար բավական է առաջինին ավելացնել երկրորդի հակադիրը: Այսինքն՝ կամայական a և b արտահայտությունների համար՝

$$a-b=a+(-b):$$

Ապացուցում: Իսկապես՝

$$b+\left(a+\left(-b\right)\right)=\left(b+\left(-b\right)\right)+a=0+a=a\,,\quad a-b=a+\left(-b\right):$$

Օրինակներ.

ա. $7-(-3)=7+(-(-3))=7+3=10$:

բ. $(a+1)-1=a+1+(-1)=a+0=a$:

Օգտվելով տարբերության և գումարման հատկություններից՝ հեշտությամբ կապացուցենք նաև հետևյալ հատկությունը:

Տարբերության արտահայտումը հակադիրի եվ գումարի միջոցով

Կամայական a, b արտահայտությունների համար՝ $a-b=-b+a$:

3. Տարբերության հատկությունները: Հանման գործողությունը գումարման և հակադիրի գործողությունների հետ ունի նաև մի շարք այլ կապեր, որոնց իմացությունը հեշտացնում է արտահայտությունների հետ գործողու-թյունների կատարումը:

Տարբերության հատկությունները

Կամայական a, b և c արտահայտությունների համար

ա. $a+\left(b-c\right)=\left(a+b\right)-c$, բ. $(a+b)-c=a+(b-c)$,

գ. $a-(b+c)=(a-b)-c$, դ. $-\left(a-b\right)=-a+b$,

ե. $a-\left(b-c\right)=\left(a+c\right)-b$:

$-(a-b)=-(a+(-b))$ *տարբերության արտահայտումը գումարով և հակադիրով*
$=-a+(-(-b))$ *գումարի հակադիրի հատկությունը*
$=-a+b$ *հակադիրի հակադիրի հատկությունը*
$-(a-b)=-a+b$ *հավասարության փոխանցական օրենքը*

4. Հանրահաշվական գումար: Դիտարկենք գումարման և հանման գործողությունները պարունակող որևէ արտահայտություն, օրինակ՝ $1+a-b-c$: Օգտվելով գործողությունների կատարման հերթականության օրենքից և գումարման ու հակադիրի միջոցով տարբերության արտահայտման հատկությունից՝ կստանանք

$$1+a-b-c=1+a+(-b)+(-c):$$

Այսինքն՝ արտահայտությունը ներկայացրինք հանրահաշվական արտահայտությունների գումարի տեսքով: Ահա այս պատճառով տվյալ արտահայտությունը, որը չնայած գումարման հետ միասին պարունակում է նաև հանման գործողություն, կոչվում է ***հանրահաշվական գումար***:

Հաճախ $1+a-b-c$ հանրահաշվական գումարի գումարելի կանվանենք նաև b -ն և c -ն: Կասենք, որ այդ հանրահաշվական գումարի մեջ 1 -ի և a -ի հետ միասին մտնում են նաև b -ն և c -ն, սակայն, առաջինները մտնում են դրական կամ $+$ նշանով, իսկ b -ն և c -ն՝ բացասական կամ $-$ նշանով:

Գումարման, հանման և հակադիրի գործողությունների հատկությունները հնարավորություն են տալիս ազատվել արտահայտության մեջ մտնող որոշ գումարելիներն ամփոփող փակագծերից՝ կատարել ***փակագծերի բացում***: Փակագծերը բացելիս անհրաժեշտ է օգտվել հետևյալ կանոնից:

Փակագծերի բացման կանոնը

Եթե հանրահաշվական գումարի մեջ որոշ գումարելիներ գրված են փակագծերի մեջ, ապա կարելի է ազատվել այդ փակագծերից հետևյալ կերպ.

ա. պահպանել այդ գումարելիներից յուրաքանչյուրի նշանը, եթե ձախ փակագծից առաջ եղել է $+$ նշանը,

բ. փոխել այդ գումարելիներից յուրաքանչյուրի նշանը, եթե ձախ փակագծից առաջ եղել է $-$ նշանը:

Օրինակներ.

ա. $x-(2+x)+(1-x)=x-2-x+1-x=-x-1$:

բ. $-(z+1)-(-(2+z)+3)=-z-1-(-2-z+3)=-z-1+z-1=-2$:

Մենք կարող ենք նաև արտահայտության մեջ մտնող որոշ գումարելիներ ամփոփել փակագծերի մեջ՝ կատարել ***փակագծերի փակում:*** Փակագծերը փակելիս անհրաժեշտ է օգտվել հետևյալ կանոնից:

Փակագծերի փակման կանոնը

Հանրահաշվական գումարի որոշ գումարելիներ կարելի է ամփոփել փակագծերի մեջ հետևյալ կերպ.

ա. պահպանել այդ գումարելիներից յուրաքանչյուրի նշանը, եթե ձախ փակագծից առաջ դրվում է $+$ նշանը,

բ. փոխել այդ գումարելիներից յուրաքանչյուրի նշանը, եթե ձախ փակագծից առաջ դրվում է $-$ նշանը :

Նկատենք, որ արտահայտության սկզբում գումարելիի կամ փակագծի դիմաց, սովորաբար $+$ նշանը չի դրվում:

Օրինակներ.

ա. $-3x+4-2y=-3x+(4-2y)$,

ա. $1-6x+2a=1-(6x-2a)$:

5. Հանումը և պակասեցումը: Մենք գիտենք որոշել ավելացնելուց հետո ստացված առարկայի քանակությունը. դրա համար պետք է սկզբնական քանակությանը գումարենք ավելացված քանակությունը: Իսկ ինչպե՞ս որոշենք պակասեցնե-լուց հետո ստացված առարկայի քանակությունը: Նախ դիտարկենք մեկ օրինակ:

Գյուղացին ուներ 2800 քառ. մ հողամաս: Որքա՞ն հողամաս մնաց նրան, երբ նա վաճառեց իր հողամասի քառորդ մասը:

2800-ի քառորդ մասը կլինի 700: Ուրեմն՝ գյուղացին վաճառել՝ իր հողամասը պակասեցրել է 700 քառ. մետրով: Մնացած հողամասի մեծությունը կլինի 2800 քառ.մ. -700 քառ.մ.:

Բերված օրինակում առարկայի մի մասի պակասեցումից ստացված քանակությունը գտնելու համար եղած քանակությունից հանեցինք պակասեց-ված քանակությունը: Հանման գործողության կարևոր կիրառություններից մեկը ստացվում է ահա այս ճանապարհով:

Պակասեցման հանման օրենքը

Մեծության x քանակություն ունեցող առարկայից նրա y քանակությունը պակասեցնելուց հետո մնացած քանակությունը կլինի $x-y$:

Հայոց լեզվում զանազան մեծություններ ունեցող առարկաների փոփոխությունը ցույց տալու համար պակասեցնել բառին զուգընթաց գործածվում են նաև հետևյալ աղյուսակում նշված բառերը:

առարկայի մեծությունը	**«պակասեցնել» բառին զուգընթաց գործածվող բառերը**
երկարություն	*օտարել, առանձնացնել, փոքրացնել, կարճացնել, կտրել ցածրացնել, ծանծաղեցնել, գործածել, օգտագործել*
մակերես	*օտարել , առանձնացնել, փոքրացնել, նեղացնել, գործածել, օգտագործել*
ծավալ	*առանձնացնել, օտարել, փոքրացնել, նվազեցնել, բարակացնել, սեղմել, հատել, գործածել, օգտագործել, թափել*
զանգված	*առանձնացնել, օտարել, փոքրացնել, թեթևացնել, քչացնել, թափել, գործածել, օգտագործել, նվազեցնել*
ժամանակ	*փոքրացնել, կարճացնել, նվազեցնել, կրճատել*
արագություն	*փոքրացնել, ցածրացնել, իջեցնել, նվազեցնել*
ջերմություն	*փոքրացնել, սառեցնել, ցածրացնել, տալ, իջեցնել,*
	գին փոքրացնել, քչացնել, իջեցնել, էժանացնել, գործածել, օգտագործել, ծախսել, վճարել
տոկոսադրույք	*փոքրացնել, իջեցնել, նվազեցնել*

Այսպես, օրինակ, մենք ասում ենք. ճանապարհը կարճացրին, ջրհորը ծանծաղեց, պարանը կտրեցին, սենյակը փոքրացրին, միջանցքը նեղացավ, տակառը սեղմվեց, ավտոմեքենայի արագությունը իջավ և այլն: Բոլոր այս օրինակներում ստորոգյալները գործածված են որպես «պակասեցնել» բառի հոմանիշներ:

6. Հանումը և համեմատումը: Երբ ամերիկացի Իոն Միննոքիին տարան հիվանդանոց, նրան տեղավորելու համար անհրաժեշտ եղավ միացնել երկու մահճակալ: Իսկ նրան փորի վրա շրջել կարողացան միայն 13 ուժեղ տղամարդիկ: Բանն այն էր, որ Իոն Միննոքին աշխարհում երբևէ ապրած ամենածանր տղամարդն էր: Նրա քաշը 635 կգ էր: Ամենածանր կինը եղել է նույնպես ամերիկացի՝ Փերսի Վաշինգտոնը: Սակայն նա կշռել է «ընդամենը» 399,1 կգ: Ինչքանո՞վ է ամենածանր տղամարդը ավելի կշռել ամենածանր կնոջից: Որպեսզի լուծենք այս խնդիրը, մենք պետք է համեմատենք զանգվածի երկու քանակություններ և առաջինից հանենք երկրորդը, այսինքն, գտնենք 635 կգ - 399,1 կգ տարբերությունը:

Դիտարկված օրինակում իրագործվում է հանման գործողության մյուս կարևոր կիրառությունը. այն կապված է առարկաների համեմատման հետ:

Քանակությունների համեմապման հանման օրենքը

Եթե x-ը և y-ը միևնույն սեռի առարկաների երկու քանակություններ են, ապա $x-y$ տարբերությունը ցույց է տալիս, թե ինչքանով է առաջինի քանակությունը տարբերվում երկրորդի քանակությունից.

ա. եթե $x-y>0$, ապա առաջին քանակությունը ավելի է երկրորդ քանակությունից $x-y$ տարբերության չափով,

բ. եթե $x-y=0$, ապա առաջին քանակությունը հավասար է երկրորդ քանակությանը,

գ. եթե $x-y<0$, ապա առաջին քանակությունը պակաս է երկրորդ քանակությունից $y-x$ տարբերության չափով:

Քանակությունների համեմատության ժամանակ «ավելի» և «պակաս» բառերին զուգընթաց հայոց լեզվում զանազան մեծություններ ունեցող առարկաների համար գործածվում են նաև հետևյալ աղյուսակում նշված բառերը:

Այսպես, օրինակ, մենք ասում ենք. ճանապարհներից մեկը երկար է մյուսից, 4 կգ ալյուրը ծանր է 3 կգ ալյուրից, ամիսը երկար է շաբաթից, ինքնաթիռի արագությունը բարձր է ավտոմեքենայի արագությունից և այլն:

Առարկաների փոփոխության հակադիրի օրենքը

ա. Առարկայի պակասեցումը x քանակությամբ նույնն է, ինչ նրան $-x$ քանակության ավելացումը:

բ. Առարկայի ավելացումը x քանակությամբ նույնն է, ինչ նրանից $-x$ քանակության պակասեցումը:

7. Հանումը և հավասարությունը: Վաճառողը ուզում էր կշռել 4 կգ խնձոր, սակայն ուներ միայն մեկ հատ մեկ և մեկ հատ էլ հինգ կիլոգրամանոց կշռաքար: Նա կշեռքի մի նժարին դրեց 5 կիլոգրամանոց կշռաքարը: Մյուս նժարի վրա դրեց 1 կիլոգրամանոցն ու սկսեց նժարը լցնել խնձորով: Երբ կշեռքի նժարները հավասարվեցին, վաճառողը հայտարարեց, որ արդեն նժարին լցված է 4 կիլոգրամ խնձոր: Արդյո՞ք իրավացի էր վաճառողը:

Եթե նժարի մեջ խնձորի քանակությունը՝ մեկ կիլոգրամանոցի հետ միասին, նշանակենք a կիլոգրամով, ապա նժարների հավասարակշռությունը ցույց է տալիս, որ $a=5$: Այս հավասարության երկու մասերից հանենք 1, կստանանք՝ $a-1=5-1$: Ստացված հավասարության ձախ մասը նժարի մեջ եղած խնձորի քանակությունն է, իսկ աջ մասը հավասար է 4-ի: Ուրեմն, իսկապես, վաճառողը կշռել է 4 կգ խնձոր:

Այս խնդիրը լուծելիս մենք $a=5$ հավասարության երկու մասից հանեցինք 1 և նորից ստացանք հավասարություն՝ $a-1=5-1$: Արդյո՞ք դրա իրավունքը ունեինք: Այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ հատկությունը:

Հանման կապը հավասարության հետ

Հավասարության երկու մասերից միևնույն արտահայտությունը հանելիս նորից ստացվում է հավասարություն : Այսինքն՝ կամայական x, y և z արտահայտությունների համար

եթե $x=y$, *ապա* $x-z=y-z$:

Ապացուցումը	Փաստարկները
$x=y$	*պայմանը*
$x+(-z)=y+(-z)$	*հավասարության գումարային հատկությունը*
$x-z=y-z$	*հանման կապը գումարի և հակադիրի հետ*

Դիտարկենք հաջորդ օրինակը: Կշեռքի նժարներին դրված են զանգվածի երկու՝ մեզ անհայտ քանակություններ՝ x և y: Կշռումը ցույց է տվել, որ այդ քանակություններն իրար հավասար են, այսինքն՝ $x=y$: Առաջին նժարից պակասեցնենք z, իսկ երկրորդ նժարից՝ t քանակություններ: Այդ դեպքում, առաջին նժարին կմնա $x-z$, իսկ երկրորդ նժարին՝ $y-t$ քանակություններ: Եթե կշռումից պարզվի, որ պակասեցված քանակություններն իրար հավասար են, այսինքն՝ $z=t$, ապա իրար հավասար կլինեն նաև մնացած քանա-կությունները, այսինքն՝ $x-z=y-t$:

Այսպիսով, մենք հանեցինք տրված հավասարությունների ձախ մասերը իրարից, աջ մասերը՝ իրարից և նորից ստացանք հավասարություն: Այդպիսի հատկությամբ օժտված են նաև կամայական երկու հավասարություններ:

Հավասարությունների հանման հատկությունը

Երկու հավասարություններ մաս առ մաս իրարից հանելիս ստացվում է հավասարություն: Այսինքն՝ կամայական x, y, z և t արտահայտությունների համար

$$\text{եթե } x = y,\ \ z = t, \text{ ապա } \ x - z = y - t :$$

Ապացուցումը	Փաստարկները
$x = y \quad z = t$	*պայմանները*
$-z = -t$	*հակադիրների հավասարության հատկությունը*
$x + (-z) = y + (-t)$	*հավասարությունների գումարման հատկությունը*
$x - z = y - t$	*տարբերության արտահայտումը գումարով և հակադիրով*

8. Հանումը և հավասարումը: Հավասարումների հանգող խնդիրներում հաճախակի են մասնակցում նաև հանման և հակադիրի գործողությունները: Բերենք մեկ օրինակ:

Պաղպաղակ գնելուց հետո Գայանեի մոտ մնաց 850 դրամ: Որքա՞ն դրամ ուներ Գայանեն, եթե պաղպաղակն արժեր 350 դրամ:

Խնդրում նկարագրված իրադրությունը գրառենք հանրահաշվորեն:

x	*դրամի սկզբնական քանակությունը*
$x - 350$	*գնելուց հետո մնացած քանակությունը*
$x - 350 = 850$	*խնդրի պայմանը*

Այսպիսով՝ խնդիրը հանգեց $x - 350 = 850$ հավասարման լուծմանը: Ստացված և նման այլ հավասարումների լուծման հնարավորություն է տալիս հետևյալ հատկությունը:

$x - a = b$ հավասարման լուծումը

$x - a = b$ հավասարման լուծումն է $x = b + a$, որտեղ a-ն և b-ն կամայական արտահայտություններ են:

Ապացուցում: Իսկապես,

$$(b + a) - a = b + a - a = b + 0 = b :$$

Այսինքն՝ $b + a$ -ն $x - a = b$ հավասարման լուծումն է:

Հանման գործողությունը հնարավորություն է տալիս նաև ավելի պարզ ձևով արտահայտել $x + a = b$ հավասարման լուծումը:

Խնդիր: Ցույց տալ, որ $x + a = b$ հավասարման լուծումն է $x = b - a$:

Լուծում: Իսկապես.

$$x + a = b,\ x = b + (-a) = b - a,\ \ x = b - a:$$

Լուծենք հանման գործողությունը պարունակող հավասարման ևս մի տեսակ:

$a - x = b$ հավասարման լուծումը

$a - x = b$ հավասարման լուծումն է $x = a - b$, որտեղ a-ն և b-ն կամայական արտահայտություններ են :

Դիտարկենք հավասարումների լուծման մի քանի օրինակ:

ա. $x - 2,5 = 3,5$, $x = 3,5 + 2,5$, $x = 6$:

բ. $3 - (x - 2) = 4$, $-x + 5 = 4$, $-x = -1$, $x = 1$:

գ. $x - (3,1 - x) + (1,1 - x) = 4,5$, $x - 2 = 4,5$, $x = 6,5$:

9. Մեծությունների հանումը: Մենք արդեն գիտենք, որ մեծությունների տարբերությունը անհրաժեշտ է առարկաների պակասեցման և համեմատման վերաբերյալ զանազան հարցերի պատասխանները ստանալու համար: Իսկ ինչպե՞ս գտնենք մեծությունների տարբերությունը:

Մեծությունների փարբերության սահմանումը

Երկու մեծությունների տարբերությունը այն մեծությունն է, որը գումարելով երկրորդ մեծությանը՝ ստացվում է առաջին մեծությունը: Այսինքն՝ x և y մեծությունների տարբերությունը այն z մեծությունն է, որի համար $y + z = x$:

Օրինակ, 5 մ և 3 մ մեծությունների տարբերությունը 2 մ մեծությունն է, քանի որ 3 մ $+ 2$ մ $= 5$ մ:

Մեծությունների տարբերությունը գտնելու համար անհրաժեշտ է օգտվել հետևյալ հատկությունից

Մեծությունների հանման հափկությունը

Չափման նույն միավորն ունեցող երկու մեծությունների տարբերությունը չափման նույն միավորն ունեցող մեծություն է, որի թվային արժեքը հավասար է տրված մեծությունների թվային արժեքների տարբերությանը: Այսինքն՝ որևէ մեծության չափման e միավորի և կամայական x, y իրական թվերի համար՝

$$xe - ye = (x - y)e :$$

Ապացուցում: Քանի որ

$$ye+(x-y)e=(y+x-y)e=xe,$$

ապա, համաձայն նախորդ սահմանման՝ $xe-ye=(x-y)e$:

Ինչպես գումարման ժամանակ, մեծությունների տարբերությունը կազմելիս նույնպես պետք է հաշվի առնել, որ իրարից կարելի է հանել միայն միևնույն սեռի մեծությունները: Իսկ համասեռ մեծությունները հանելուց անհրաժեշտ է նախ տրված մեծություններն արտահայտել չափման միևնույն միավորով և նոր միայն կատարել նրանց թվային արժեքների հանում:

Օրինակ՝

$1{,}2$ տ - 660 կգ = 1200 կգ - 660 կգ =(1200 - 660) կգ =540 կգ:

Թեմա 1.4. ԱՐՏԱԴՐՅԱԼԸ ՅԱՆՐԱՅԱՇՎՈՒՄ

1. Արտադրյալը և հավասարամեծ առարկաների միավորումը: Որոշ թվով հավասարամեծ առարկաների միավորման մեծությունը գտնելու համար անհրաժեշտ է միավորվող առարկաների թիվը բազմապատկել նրանցից մեկի մեծությամբ: Ընդ որում՝ պարտադիր չէ, որ միավորվող առարկաների թիվը լինի բնական: Մենք կարող ենք դիտարկել նաև կամայական կոտորակային, բայց դրական թվով հավասարամեծ առարկաների միավորումը: Միայն պետք է հասկանանք, որ երբ միավորում ենք, օրինակ, $2{,}5$ հատ հավասարամեծ առարկաներ, ապա նկատի ունենք, որ վերցնում ենք երկու հավասարամեծ առարկաներ և նրանց հավասարամեծ երրորդ առարկայի կեսը: Օրինակ՝ $2{,}5$ հատ 10 ար մակերես ունեցող հողամասը կազմված կլինի երկու հատ 10 ար մակերես ունեցող հողամասերից և մեկ հատ՝ նրանցից մեկի կեսին հավասար մակերես ունեցող հողամասից: Միավորման մակերեսը կլինի $2{,}5\cdot 10$ ար: Ընդհանրապես կամայական թվով հավասարամեծ առարկաների միավորման մեծությունը որոշվում է հետևյալ օրենքով:

Յավասարամեծ առարկաների միավորման մեծությունը

Որոշ թվով հավասարամեծ առարկաների միավորման մեծությունը որոշելու համար պետք է առարկաներից որևէ մեկի մեծությունը բազմապատկել նրանց թվով: Այսինքն՝ x մեծությունն ունեցող a թվով առարկաների միավորման մեծությունն է $a\cdot x$:

2. Արտադրյալը և ավելացումը: Մենք արդեն քննարկել ենք առարկայի այնպիսի փոփոխությունը, որն առաջանում է այդ առարկային ինչ-որ քանակություն ավելացնելիս: Սակայն առարկայի փոփոխությունը տեղի է ունենում ոչ միայն այն ինչ-որ քանակով, այլ նաև ինչ-որ անգամ ավելացնելիս: Մենք կարող ենք, օրինակ, մեր ունեցած դրամը ավելացնել 2 անգամ, առևտրականը իր ապրանքը կարող է ավելացնել 1,5 անգամ, ապրանքի գինը ավելացնել 3 անգամ և այլն:

Ավելացման գումարային օրենքը մեզ սովորեցնում է, որ ինչ-որ քանակությամբ ավելացված առարկայի մեծությունը ստանալու համար պետք է տրված առարկայի մեծությանը գումարել ավելացված առարկայի մեծությունը: Իսկ ինչպե՞ս որոշենք ինչ-որ անգամ ավելացումից հետո ստացված առարկայի մեծությունը:

Ավելացման արտադրյալային օրենքը

Տրված մեծությունն ունեցող առարկան ինչ-որ թիվ անգամ ավելացնելուց հետո ստացված առարկայի մեծությունը հավասար է այդ թվի և տրված մեծության արտադրյալին: Այսինքն՝ x մեծություն ունեցող առարկան a անգամ ավելացումից հետո ստացված առարկայի մեծությունը կլինի $a \cdot x$:

Հաճախ մեծությունը ինչ-որ անգամ ավելացնելու դեպքում «ավելացնել» բառի փոխարեն, դրան զուգընթաց, գործածվում են նաև այն բառերը, որոնք մենք նշեցինք « 9 -ում: Ասում են, օրինակ, կարտոֆիլի քանակությունը հինգ անգամ շատացավ, պարանը երեք անգամ երկարացրին և այլն:

Այստեղ հարկ է ուշադրություն դարձնել ևս մեկ հանգամանքի վրա: Երբ մենք քանակությանը ավելացնում ենք ինչ-որ x քանակություն, ապա ավելացված x քանակությունը տրված քանակությանը համասեռ մի մեծություն է: Իսկ երբ քանակությունը ավելացնում ենք ինչ-որ a անգամ, ապա այդ a -ն ոչ թե մեծություն է, այլ թիվ: Առաջին դեպքում մենք ասում ենք՝ քանակությունը ավելացավ x -ով, իսկ երկրորդ դեպքում՝ a ***անգամ:***

3. Մակերեսը և ծավալը որպես արտադրյալ: Բազմապատկման գործողության կարևոր կիրառություններից մեկը ստացվում է ուղղանկյունաձև առարկայի մակերեսը հաշվելիս:

Ուղղանկյունաձև առարկայի մակերեսը

Ուղղանկյունաձև առարկայի մակերեսը հավասար է նրա երկարության և լայնության արտադրյալին:

Այսպիսով՝ եթե ուղղանկյունաձև առարկայի երկարությունը a է, լայնությունը՝ b, իսկ մակերեսը՝ S, ապա մենք ստանում ենք մաթեմատիկայի կարևոր բանաձևերից մեկը՝ $S = ab$:

Արտադրյալի հաջորդ կարևոր կիրառությունը կապված է մարմնի ծավալը որոշելու խնդրի հետ: Առօրյա կյանքում մեզ հաճախ է անհրաժեշտ լինում իմանալ ամանի, տակառի, ճամպրուկի կամ պահարանի տարողությունները, փայտի, բենզինի, յուղի, ջրի և այլ պինդ կամ հեղուկ մարմինների ծավալները: Իհարկե, եթե ուզում ենք որոշել տակառի տարողությունը, ապա կարող ենք նրա մեջ լցնել հեղուկ այնքան ժամանակ, քանի դեռ տակառը չի լցվել: Տակառը լցնելու համար անհրաժեշտ հեղուկի քանակությունն էլ կլինի տակառի ծավալը: Սակայն տարողության կամ ծավալի հաշվումը նման եղանակով միշտ չէ, որ նպատակահարմար է: Իսկ երբեմն էլ այդ ձևով ծավալի հաշվումը ուղղակի անհնար է: Մենք չենք կարող, օրինակ, նման ձևով հաշվել ճամպրուկի և պահարանի տարողությունը, բնակարանի ու դահլիճի ծավալը: Ահա այս դեպքերում մեզ օգնության է գալիս բազմապատկման գործողությունը:

Ուղղանկյունանիստի տեսք ունեցող մարմնի ծավալը

Ուղղանկյունանիստի տեսք ունեցող մարմնի ծավալը հավասար է նրա հիմքի մակերեսի և բարձրության արտադրյալին:

Այսպիսով՝ եթե ուղղանկյունանիստի տեսք ունեցող մարմնի հիմքի մակերեսը S է, իսկ բարձրությունը՝ h, ապա նրա V ծավալը կլինի $S \cdot h$, և մենք ստանում ենք մաթեմատիկայի՝ նույնպես կարևոր մի բանաձև՝ $V = S \cdot h$:

4. Արտադրյալի այլ կիրառություններ: Առօրյա կյանքում մենք հաճախ հայտնվում ենք այնպիսի իրադրություններում, երբ անհրաժեշտ է լինում կատարել ընտրություն՝ առաջացած տարբեր հնարավորությունների միջև: Առավոտյան հագնվելիս մենք ընտրություն ենք կատարում մեր հագնելիք շորերի միջև, աշխատանքի կամ սովորելու գնալիս ընտրում ենք տրանսպորտի միջոցներից մեկը, հեռուստացույց նայելիս ընտրում ենք տարբեր ալիքներով ցուցադրվող հաղորդումներից մեկը, բարձրագույն կրթություն ստանալու համար ընտրում ենք բազմաթիվ համալսարաններից մեկը և այլն: Հաճախ նման ընտրությունները հաջորդում են մեկը մյուսին, և անհրաժեշտություն է առաջանում հաշվել հնարավոր բոլոր հաջորդական ընտրությունների թիվը: Բերենք մեկ օրինակ:

Արմանն ունի 3 տաբատ և 4 վերնաշապիկ: Այդ շորերը հագնելու ընտրության քանի՞ հնարավորություն ունի նա:

Յուրաքանչյուր տաբատի հետ Արմանը կարող է հագնել իր 4 վերնաշապիկ-ներից յուրաքանչյուրը. հնարավոր է 4 ընտրություն: Քանի որ տաբատների թիվը 3 է, ապա ընդամենը կստացվի 3.4 ընտրություն: Նման արդյունք է ստացվում նաև կամայական թվով ընտրություններ կատարելիս:

Հաջորդական ընտրությունների քանակը

Եթե երկու ընտրություններ հաջորդում են իրար, և առաջին ընտրությունը հնարավոր է կատարել m, իսկ երկրորդը՝ n եղանակով, ապա գոյություն ունի $m \cdot n$ եղանակ՝ կատարելու նախ՝ առաջին, ապա՝ երկրորդ ընտրությունը:

Հաճախ անհրաժեշտ է լինում որոշել ուղղանկյունաձև դասավորված առարկաների թիվը: Նման դեպքերում նպատակահարմար է օգտվել հետևյալ օրենքից:

Ուղղանկյունաձև դասավորված առարկաների թիվը

a թվով հորիզոնական և b թվով ուղղաձիգ շարքեր ունեցող ուղղանկյունաձև դասավորված առարկաների թիվը հավասար է $a \cdot b$:

5. Արտադրյալի տեղափոխական օրենքը: Ուղղանկյան S մակերեսը որոշելու համար նրա a երկարությունը բազմապատկում ենք b լայնությամբ՝ $S=a\cdot b$: Բայց եթե նրա b լայնությունը բազմապատկենք a երկարությամբ, ապա նորից կստանանք նույն S մակերեսը՝ $S=b\cdot a$: Այս երկու հավասարություններից կստանանք՝ $a\cdot b=b\cdot a$: Վերջին հավասարությունը հնարավորություն է տալիս ձևակերպելու արտահայտությունների բազմապատկման կարևորագույն հատկություն-ներից մեկը:

Արտադրյալի տեղափոխական օրենքը

Արտադրիչների տեղափոխումից արտահայտությունների արտադրյալը չի փոխվում: Այսինքն՝ կամայական x և y արտահայտությունների համար

$$x \cdot y = y \cdot x :$$

6. Արտադրյալի զուգորդական օրենքը: Դիցուք՝ այժմ ուզում ենք որոշել ուղղանկյունանիստի ծավալը, որի լայնությունը a է, երկարու-թյունը՝ b, իսկ բարձրությունը՝ h: Ուղղանկյունանիստի V ծավալը հավասար է հիմքի S մակերեսի և բարձրության արտադրյալին: Այսինքն՝ $V=S\cdot h=(a\cdot b)\cdot h$: Այժմ նույն ուղղանկյունանիստի ծավալը հաշվենք մեկ այլ եղանակով: Որպես նրա հիմք ընդունենք b և h երկարությամբ կողեր ունեցող նիստը: Այդ դեպքում a երկարությամբ կողը կլինի ուղղանկյունանիստի բարձրություն: Եվ ուղղանկյունանիստի V ծավալը հավասար կլինի հիմքի $b\cdot h$ մակերեսի և a բարձրու-թյան արտադրյալին, այսինքն՝ $V=(b\cdot h)\cdot a$: Այստեղից, հաշվի առնելով նաև $V=(a\cdot b)\cdot h$, կստանանք՝ $(b\cdot h)\cdot a=a\cdot(b\cdot h)$: Հետևաբար՝ $(a\cdot b)\cdot h=a\cdot(b\cdot h)$: Ստացված հավասարությունը բնութագրում է արտադրյալի մի շատ կարևոր հատկություն:

Արտադրյալի զուգորդական օրենքը

Կամայական x, y, z արտահայտությունների համար

$$(x\cdot y)\cdot z=x\cdot(y\cdot z):$$

Քանի որ երեք արտահայտությունների արտադրյալը տրված հերթականությամբ կազմելիս արդյունքը կախում չունի արտադրիչների զուգորդման հերթականությունից, ապա մենք կարող ենք նման արտադրյալները գրառելիս փակագծերը դնել ուզած ձևով կամ էլ ուղղակի դրանք բաց թողնել: Այսպիսով՝ կամայական x, y, z արտահայտությունների համար

$$(x\cdot y)\cdot z=x\cdot(y\cdot z)=x\cdot y\cdot z:$$

7. Հավասարության արտադրյալային հատկությունները: Հետևյալ օրենքը կապ է հաստատում հավասարության և բազմա-պատկման գործողության միջև:

Հավասարությունների բազմապատկման օրենքը

Երկու հավասարությունների ձախ մասերի արտադրյալը հավասար է նրանց աջ մասերի արտադրյալին: Այսինքն՝ կամայական x, y, z, t արտահայտությունների համար

$$\text{եթե } x=y,\ z=t,\ \text{ապա } x\cdot z=y\cdot t:$$

Իսկ իրավունք ունե՞նք հավասարության երկու մասերը բազմապատկելու միևնույն թվով կամ արտահայտությամբ: Այդպիսի իրավունք է մեզ տալիս հետևյալ հատկությունը:

Հավասարության արտադրյալային հատկությունը

Հավասարության երկու մասերը միևնույն արտահայտությամբ բազմապատկելիս նորից ստացվում է հավասարություն: Այսինքն՝ կամայական x, y, z արտահայտությունների համար

$$\text{եթե } x = y \text{, ապա } x \cdot z = y \cdot z:$$

Ապացուցումը	Փաստարկները
$x = y$	*տրված հավասարությունը*
$z = z$	*հավասարության անդրադարձելիության օրենքը*
$x \cdot z = y \cdot z$	*հավասարությունների բազմապատկման օրենքը*

8. Արտադրյալի գումարային հատկությունները: Ինչպե՞ս գտնենք a երկարություն և b լայնություն ունեցող ուղղանկյան S մակերեսը, եթե այն տրոհված է երկու՝ b_1 և b_2 լայնություններով ուղղանկյունների:

Խնդրի լուծման համար մենք ունենք երկու եղանակ: Մի կողմից $S = a \cdot b$: Մյուս կողմից՝ տրոհումից ստացված ուղղանկյունների մակերեսները կլինեն $a \cdot b_1$ և $a \cdot b_2$: Համաձայն քանակությունների միավորման գումարային օրենքի՝ տրոհված ուղղանկյան մակերեսը հավասար է տրոհումից առաջացած ուղղանկյունների մակերեսների գումարին: Այսինքն՝ $S = a \cdot b_1 + a \cdot b_2$: Այժմ, նկատի ունենալով, որ $b = b_1 + b_2$, նախորդ հավասարություններից կստանանք՝ $a \cdot (b_1 + b_2) = a b_1 + a b_2$: Այսպիսի հավասարությամբ կապված են նաև կամայական իրական թվերի և, ընդհանրապես, արտահայտությունների բազմապատկման և գումարման գործողությունները:

Գումարի նկատմամբ արտադրյալի բաշխական օրենքը

Կամայական a, b, c արտահայտությունների համար՝

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c:$$

Մենք գիտենք, որ կամայական թիվ 0 թվով բազմապատկելիս ստացվում է զրո: Զրո է ստացվում նաև կամայական արտահայտությունը զրոյով բազմապատկելիս:

Զրոյի արտադրյալային հատկությունը

Կամայական արտահայտության և զրոյի արտադրյալը հավասար է զրոյի: Այսինքն՝ կամայական a արտահայտության համար

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0:$$

Ապացուցում: Քանի որ $a\cdot 0+a\cdot 1=a\cdot(0+1)=a\cdot 1$, ապա $a\cdot 0=0$:

Քննարկենք բազմապատկման կապը հակադիրի հետ:

Հակադիրի արտադրյալային հատկությունները

Կամայական a և b արտահայտությունների համար.

ա. $a\cdot(-b)=-(a\cdot b)=(-a)\cdot b$,

բ. $(-a)\cdot(-b)=a\cdot b$:

Ապացուցում: ա. Քանի որ

$$a\cdot(-b)+a\cdot b=a\cdot(-b+b)=a\cdot 0=0,$$

ապա

$$a\cdot(-b)=-(a\cdot b):$$

բ. Ապացուցվում է նույն կերպ:

Արտադրյալը բաշխական է նաև հանման գործողության նկատմամբ:

Տարբերության նկատմամբ արտադրյալի բաշխականությունը

Կամայական a, b, c արտահայտությունների համար՝

$$a\,(b-c)=a\,b-a\,c:$$

Ապացուցում: Իսկապես՝

$$a\cdot(b-c)=a\cdot(b+(-c))=ab+a\cdot(-c)=ab+(-ac)=ab-ac:$$

9. Մեկը հանրահաշվում: Թվաբանությունից մեզ հայտնի է, որ մեկը կամայական թվով բազմապատկելիս ստացվում է այդ թիվը: Հետևյալ օրենքը ցույց է տալիս, որ կամայական արտահայտության հետ նույնպես՝ մեկը բազմապատկելիս արդյունքում ստացվում է այդ նույն արտահայտությունը:

Մեկի բազմապատկման օրենքը

Արտահայտության և 1-ի արտադրյալը հավասար է այդ արտահայտությանը: Այսինքն՝ կամայական a արտահայտության համար

$$a\cdot 1=a:$$

Բազմապատկման գործողության մեջ մեկի այս դերը շատ նման է գումարման գործողության մեջ զրոյի ունեցած դերին:

10. Հակադարձը հանրահաշվում: Թվաբանությունից մեզ ծանոթ է թվի հակադարձի գաղափարը: Օրինակ՝ 2 թվի հակադարձը $\frac{1}{2}$ թիվն է: Եթե մենք 2 -ը բազմապատկենք $\frac{1}{2}$ թվով, ապա կստանանք 1, այսինքն՝ $2 \cdot \frac{1}{2}$:

Մեկի հետ ունեցած սհա այս կապը ընկած է նաև արտահայտության հակադարձի սահմանման հիմքում:

Հակադարձի սահմանումը

Արտահայտության հակադարձ է կոչվում այն արտահայտությունը, որը տվյալ արտահայտության հետ բազմապատկելիս արդյունքում ստացվում է 1: Այսինքն՝ a արտահայտության հակադարձը այն b արտահայտությունն է, որի համար

$$a \cdot b = 1 :$$

Նկատի ունենալով արտադրյալի տեղափոխական օրենքը՝ հակադարձի սահմանման մեջ $a \cdot b = 1$ հավասարության փոխարեն կարող ենք ընդունել նաև $b \cdot a = 1$ հավասարությունը:

Օրինակներ.

ա. 5 թվի հակադարձը $\frac{1}{5}$ թիվն է , որովհետև $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$,

բ. -5 թվի հակադարձը $\frac{1}{-5}$ թիվն է, որովհետև $(-5) \cdot \frac{1}{-5} = 1$:

գ. 1 -ի հակադարձը 1 -ն է:

Բոլոր թվերը, բացի զրոյից, ունեն հակադարձ:

Զրոյի անհակադարձելիության հատկությունը

0 թիվը հակադարձ չունի:

Ապացուցում: Իսկապես, համաձայն 0-ի արտադրյալային հատկության, 0-ն ինչ արտահայտությամբ էլ բազմապատկենք, կստանանք 0 և ոչ թե 1:

Հակադարձի գոյության օրենքը

Զրոյից տարբեր յուրաքանչյուր արտահայտություն ունի հակադարձ:

Զրոյից տարբեր a արտահայտության հակադարձը նշանակվում է $1/a$ տեսքով: Մենք ունենք նաև $a \cdot 1/a = 1$: Այստեղից հետևում է նաև, որ $1/a$ -ի հակադարձը a -ն է:

Հակադարձի հակադարձը

Զրոյից տարբեր արտահայտության հակադարձի հակադարձը այդ նույն արտահայտությունն է: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր a *արտահայտության համար*

$$1/(1/a) = a:$$

Նկատի ունենալով այս հատկությունը՝ a *և* $1/a$ *արտահայտությունները կանվանենք փոխհակադարձ:*

11. Հակադարձի հատկությունները: Արտահայտության հակա-դարձը օժտված է մի շարք կարևոր հատկություններով, որոնց իմացու-թյունը ավելի դյուրին է դարձնում նրա հետ գործողությունների կատարումը:

Արտադրյալի հակադարձը

Արտադրյալի հակադարձը հավասար է արտադրիչների հակադարձների արտադրյալին: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր կամայական a *և* b *արտահայտությունների համար*

$$\frac{1}{ab} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}:$$

Ապացուցում: Զրոյից տարբեր կամայական a և b արտահայտությունների համար ունենք.

$$\left(\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}\right) \cdot (a \cdot b) = \left(\frac{1}{a} \cdot a\right) \cdot \left(\frac{1}{b} \cdot b\right) = 1 \cdot 1 = 1, \quad \frac{1}{ab} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}:$$

Հետևյալ հատկությունը թույլ է տալիս գտնել արտահայտության հակադիրի հակադարձը:

Արտադրյալի զրո լինելու պայմանը

Եթե արտահայտությունների արտադրյալը զրո է, ապա արտադրիչներից գոնե մեկը պետք է լինի զրո: Այսինքն՝

$$\text{եթե } ab = 0, \text{ ապա } a = 0 \text{ կամ } b = 0:$$

Ապացուցում: Դիցուք a և b արտահայտությունների համար $ab = 0$ և a -ն զրո չէ: Այդ դեպքում՝

$$b = 1 \cdot b = \left(\frac{1}{a} \cdot a\right) \cdot b = \frac{1}{a}(ab) = \frac{1}{a} \cdot 0 = 0, \; b = 0:$$

12. Հավասարման արտադրյալային հատկությունները: Բազմաթիվ են կիրառական խնդիրները, որոնց լուծումները հանգում են արտադրյալ պարունակող հավասարումների: Բերենք մեկ օրինակ:

Մուշեղի դրոշմանիշերի թիվը քառապատկվելուց հետո դարձավ 2500: Քանի՞ դրոշմանիշ ուներ Մուշեղը:

Խնդիրը գրառենք հանրահաշվորեն:

x	Մուշեղի ունեցած դրոշմանիշերի թիվը
$4\cdot x$	դրոշմանիշերի թիվը քառապատկվելուց հետո
$4x=2500$	խնդրի պայմանը

Այսպիսով, տրված խնդրի լուծումը հանգեց $4x=2500$ հավասարման լուծման: Ուշադիր եղեք. ի տարբերություն գումարային հավասարումների, այստեղ անհայտը ունի «գործակից», մի թվային արտադրիչ, որով այն բազմապատկվում է: Նման հավասարումները լուծվում են հետևյալ կերպ:

$ax=b$ հավասարման լուծումը

$ax=b$ հավասարումը, որի մեջ a-ն և b-ն կամայական հաստատուններ են, և a-ն զրո չէ, ունի հետևյալ լուծումը.

$$x=\frac{1}{a}\cdot b:$$

Ապացուցում: Դիցուք a-ն զրոյից տարբեր է: Պարզ է, որ $\frac{1}{a}\cdot b$-ն $ax=b$ հավասարման լուծում է, քանի որ.

$$a\cdot\left(\frac{1}{a}\cdot b\right)=\left(a\cdot\frac{1}{a}\right)\cdot b=1\cdot b=b,\ a\cdot\left(\frac{1}{a}\cdot b\right)=b:$$

Օրինակ, $4x=2500$ հավասարման լուծումն է $x=\frac{1}{4}\cdot 2500$ կամ $x=625$:

$ax+b=c$ հավասարման լուծումը

Զրոյից տարբեր a և կամայական b և c արտահայտությունների համար $ax+b=c$ հավասարման լուծումն է

$$x=\frac{1}{a}\cdot(c-b):$$

Ապացուցում: $\frac{1}{a}\cdot(c-b)$-ն նշված հավասարման լուծումն է, քանի որ.

$$a\left(\frac{1}{a}\cdot(c-b)\right)+b=a\cdot\frac{1}{a}\cdot c-a\cdot\frac{1}{a}\cdot b+b=c-b+b=c:$$

Բերենք նշված տեսքի հավասարումների լուծման օրինակներ:

ա. $2x+3=7$ հավասարման լուծումն է $x=\frac{1}{2}\cdot(7-3)$ կամ $x=2$:

բ. $7\cdot(2{,}1-x)-4{,}4\cdot(2x-5)=5{,}1$, $14{,}7-7x-8{,}8x+22=5{,}1$,

$-15{,}8x+36{,}7=5{,}1$, $x=\frac{1}{-15{,}8}\cdot(5{,}1-36{,}7)$ $x=2$:

Նկատենք, որ $ax+b=c$ և $ax=c-b$ հավասարումներն ունեն միևնույն լուծումները: Այդ պատճառով հաճախ $ax+b=c$ հավասարման լուծումը գրելիս այն նախապես փոխարինվում է $ax=c-b$ հավասարմամբ: Այսպիսով՝ անհայտ չպարունակող b գումարելին տեղափոխվում է հավասարման մյուս մասը և փոխվում է նրա նշանը: Դիտարկենք նման մի քանի օրինակ:

ա. $8(1-3x)-2(x+1)=-7$, $8-24x-2x-2=-7$, $-26x+6=-7$,

$-26x=-7-6$, $-26x=-13$, $x=0{,}5$:

բ. $2y-(100+4y)+17(1-3y)=23$, $-53y-83=23$,

$-53y=23+83$, $y=-2$:

գ. $0{,}5\cdot(3x+1)=3{,}5$, $3x+1=\frac{1}{0{,}5}\cdot3{,}5$, $3x=7-1$, $x=\frac{1}{3}\cdot6$, $x=2$:

դ. $(7{,}1-4x)\frac{1}{1{,}3}=7$, $-4x=9{,}1-7{,}1$, $x=\frac{1}{-4}\cdot2$, $x=-\frac{1}{2}$:

13. Մեծության և թվի բազմապատկումը: Մենք արդեն գիտենք, որ հավասարամեծ առարկաների միավորման քանակությունը որոշելու համար այդ առարկաների թիվը բազմապատկում ենք նրանցից մեկի մեծությամբ: Իսկ ինչպե՞ս կատարենք մեծության բազմապատկումը թվով:

Եթե համատեղ կշռենք 2 հատ 5 կիլոգրամանոց արկղեր, ապա կստանանք 10 կգ: Այսինքն՝ $2\cdot5$ կգ $=10$ կգ $=(2\cdot5)$ կգ: Ուրեմն՝ 2 թիվը 5 կգ մեծությամբ բազմապատկելու համար մենք 2-ով ենք բազմապատկում 5 կգ մեծության թվային արժեքը՝ 5-ը: Նման ձևով է բազմապատկվում նաև կամայական թիվը կամայական մեծության հետ:

Մեծության եվ թվի բազմապատկման օրենքը

Մեծությունը թվով և թիվը մեծությամբ բազմապատկելիս այդ թվով բազմապատկվում է մեծության թվային արժեքը: Այսինքն՝ եթե մեծության միավորը e-ն է, քանակությունը՝ ae-ն, ապա կամայական b թվի համար.

$$(ae)b = b(ae) = (ba)e :$$

Օրինակներ:

ա. $20 \cdot 10$ կմ = $(20 \cdot 10)$ կմ = 200 կմ:

բ. $25 \cdot 15$ քառ. մ = $(25 \cdot 15)$ քառ. մ $= 375$ քառ. մ:

Նշենք, որ սովորաբար մեծության և թվի արտադրյալը գրառելիս նախ գրվում է թիվը, ապա՝ մեծությունը:

14. Մեծությունների արտադրյալը: Ուղղանկյան մակերեսը որոշելու համար մենք իրար հետ բազմապատկեցինք նրա երկարությունը և լայնությունը: Ուղղանկյունանիստի հիմքի մակերեսը բազմապատկեցինք նրա բարձրությամբ և ստացանք նրա ծավալը: Հաճախ անհրաժեշտ է լինում իրար հետ բազմապատկել նաև այլ մեծություններ: Իսկ ինչպես կատարենք մեծությունների բազմապատկման գործողու-թյունը:

Դիցուք՝ ուզում ենք որոշել 20 մ երկարություն և 10 մ լայնություն ունեցող ուղղանկյան մակերեսը: Մենք գիտենք, որ 20 մ $\cdot 10$ մ = $(20 \cdot 10)$ քառ. մ: Այսինքն՝ տրված երկու մեծությունները բազմապատկելու համար նրանց թվային արժեքները բազմապատկում ենք իրար, միավորները՝ իրար: Ահա այս կերպ են բազմապատկվում նաև կամայական երկու մեծություններ:

Մեծությունների բազմապատկման օրենքը

Եթե տրված են առաջին մեծության i միավորը և երկրորդ մեծության j միավորը, ապա առաջին մեծության ai քանակության և երկրորդ մեծության bj քանակության արտադրյալը հավասար է $(ab)(ij)$: Այսինքն՝

$$(ai) \cdot (bj) = (ab)(ij) :$$

Օրինակներ:

ա. 5 մ . 6 մ = $(5 \cdot 6)$ (մ · մ) = 30 մ^2:

բ. 14 մ^2 · 15 մ = $(14 \cdot 15)$ (մ^2 · մ) = 210 մ^3:

Մեծությունը թվով բազմապատկելու և մեծությունների բազմապատկման օրենքները հնարավորություն են տալիս կամայական մեծության չափման տարբեր միավորները արտահայտել միմյանցով: Բերենք մի քանի օրինակ:

ա. 1 ժ $= 60$ ր $= 60 \cdot (60$ վրկ$) = (60 \cdot 60)$ վրկ $= 3600$ վրկ, 1 ժ $= 3600$ վրկ:

բ. 1 կմ^2 $= 1$ կմ $\cdot 1$ կմ $= 1000$ մ $\cdot 1000$ մ $= (1000 \cdot 1000)$ մ^2 $=$

$= (100 \cdot 10000)$ մ$^2 = 100 \cdot (10000$ մ$^2) = 100$ հա, 1 կմ$^2 = 100$ հա:

գ. 1 մ$^3 = (10$ դմ $\cdot 10$ դմ $) \cdot 10$ դմ $= ((10 \cdot 10) \cdot 10)((1$ դմ$. 1$ դմ$) . 1$ դմ$) =$
$= 1000$ դմ$^3 = 1000$ լ, 1 մ$^3 = 1000$ լ:

15. Մաս: Արտադրյալի կարևոր կիրառություններից մեկը կապված է առարկայի մասը գտնելու խնդրի հետ: Անշուշտ, դուք լսած կլինեք «քառորդ ժամ», «ապրանքի մեկ երրորդ մասը», «ճանապարհի երկու երրորդ մասը» և մասի գործածությամբ այլ արտահայտություններ: Եթե մսավաճառը վաճառել է իր ունեցած 90 կգ մսի մեկ երրորդ մասը, ապա այստեղ այդ մասը մսի այն բաժինն է, որի զանգվածը 30 կիլոգրամ է: Այսինքն՝ առարկայի մասը նույնպես առարկա է: Այնուհետև, եթե մեզ հետաքրքրում է 90 կիլոգրամի մեկ երրորդ մասը, ապա այն 30 կգ է: Այսինքն՝ մեծության մասը մեծություն է: Վերջապես, հաճախ մեզ անհրաժեշտ են լինում գտնել նաև թվերի և, ընդհանրապես, արտահայտությունների մասերը. 90 -ի մեկ երրորդ մասը 30 է: Այսպիսով՝ մասը գործածվում է երեք բնույթի հասկացությունների համար՝ առարկայի, մեծության և թվի կամ արտահայտության: Բայց մաթեմատիկայում հիմնականում գործածվում են մեծության, թվի և արտահայտության մասերը:

Մասի սահմանումը

Դիցուք a -ն դրական թիվ է :

ա. x մեծության a մաս է կոչվում ax մեծությունը :

բ. x թվի կամ արտահայտության a մաս է կոչվում ax թիվը կամ արտահայտությունը :

Օրինակ՝

ա. Եթե դուք կարդացել եք 150 էջ ունեցող գրքի 30 էջը, ապա ձեր կարդացածը այդ գրքի $1/5$ մասն է:

բ. 150 մետրի $1/5$ մասը 30 մետր մեծությունն է:

գ. 150 թվի $1/5$ մասը 30 թիվն է:

Առարկայի, մեծության կամ արտահայտության մեկ մասը կոչվում է նաև նրա *ամբողջ մաս*, $1/2$ մասը՝ նրա *կես*, իսկ $1/4$ մասը՝ նրա *քառորդ* : Հասկանալի է, որ առարկայի, մեծության կամ արտահայտության ամբողջ մասը հավասար է իրեն :

Խնդիր: Ցույց տալ, որ մեծության կամ թվի a մասի b մասը հավասար է նրա ab մասին:

Լուծումը	Փաստարկները
$b(ax)$	*x մեծության a մասի b մասը*
$b(ax)=(ba)x$	*մեծությունը թվով բազմապատկելու օրենքը*
$(ba)x=(ab)x$	*արտադրյալի տեղափոխական օրենքը*
$b(ax)=(ab)x$	*հավասարության փոխանցական օրենքը*

Թվի համար լուծումը և փաստարկները նույնն են, բացառությամբ 2-րդ քայլի, որտեղ որպես փաստարկ օգտագործվում է արտադրյալի զուգորդական օրենքը:

Թեմա 1.5. ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎՈՒՄ

1. Բաժանման գործողության սահմանումը: Առօրյա կյանքում մենք հաճախ ենք հանդիպում այնպիսի իրադրությունների, երբ անհրաժեշտություն է առաջանում առարկաների մի որոշ քանակություն բաժանել մի քանի հավասար մասերի: Եվ ամենաբնական ու կարևոր հարցը, որ առաջանում է նման դեպքերում, այն է, թե այդպիսի բաժանման արդյունքում առաջացած հավասար մասերից յուրաքանչյուրը ինչքա՞ն կլինի: Այս հարցի պատասխանը տալիս է բաժանման գործողությունը:

Բաժանման գործողության սահմանումը

Երկու արտահայտությունների քանորդը կամ հարաբերությունը այն արտահայտությունն է, որը բազմապատկելով երկրորդ արտահայտությամբ՝ ստացվում է առաջին արտահայտությունը: Երկու արտահայտությունների քանորդը գտնելու գործողությունը կոչվում է բաժանում:

Այսպիսով՝ a և b արտահայտությունների քանորդը կամ հարաբերությունը այն x արտահայտությունն է, որի համար $b\cdot x=a$: Գրառելու համար a և b արտահայտությունների քանորդը գործածվում են

$$a:b,\ a\div b,\ \frac{a}{b},\ a/b$$

նշանակումները: Քանորդի $a:b$ նշանակման մեջ a-ն կոչվում է ***բաժանելի***, իսկ b-ն՝ ***բաժանարար:*** $\frac{a}{b}$ նշանակումը կոչվում է նաև ***կոտորակ***,

a-ն կոչվում է կոտորակի ***համարիչ***, իսկ b-ն՝ նրա ***հայտարար***:

Օրինակ. $15:3=5$, որովհետև $5\cdot 3=15$: Այստեղ $15:3$ հարաբերության մեջ 15-ը բաժանելին է, իսկ 3-ը՝ բաժանարարը:

Բաժանման գործողության սահմանումից անմիջականորեն հետևում է, որ կամայական a/b կոտորակի համար՝

$$\frac{a}{b}\cdot b=a \text{ և } \frac{ab}{b}=a:$$

Պարզ է նաև, որ կամայական a/b կոտորակի և c արտահայտության համար

$$c\cdot\frac{a}{b}=\frac{ca}{b}, \text{ քանի որ } \left(c\cdot\frac{a}{b}\right)\cdot b=c\cdot\left(\frac{a}{b}\cdot b\right)=ca:$$

2. Քանորդի կապը արփադրյալի և հակադարձի հետ: Քանորդի շատ կարևոր օրինակ է արտահայտության հակադարձը:

Հակադարձը որպես քանորդ

Զրոյից տարբեր յուրաքանչյուր a արտահայտության հակադարձը 1 և a արտահայտությունների քանորդն է:

Ահա և a արտահայտության հակադարձը $\frac{1}{a}$ տեսքով նշանակելու պատճառը:

Ապացուցում: Իսկապես, համաձայն հակադարձի սահմանման՝ $a\cdot\frac{1}{a}=1$: Իսկ սա, համաձայն բաժանման գործողության սահմանման, նշանակում է, որ $\frac{1}{a}$-ը 1 և a արտահայտությունների քանորդն է:

Արդյո՞ք գոյություն ունի երկու արտահայտությունների քանորդը: Եվ գոյու-թյուն ունենալու դեպքում էլ ինչի՞ է հավասար այն:

Նախ դիտարկենք 0-ի վրա բաժանման դեպքը: Դիցուք՝ մենք ուզում ենք որևէ a արտահայտություն բաժանել 0-ի վրա: Եթե նման բաժանում հնարավոր լիներ, և x քանորդը գոյություն ունենար, ապա, համաձայն բաժանման գործողության սահմանման, կունենայինք $x\cdot 0=a$: Բայց $x\cdot 0=0$: Այս երկու հավասարություն-ներից կստանանք $a=0$: Այսպիսով՝ եթե թույլատրվեր a արտահայտությունը բաժանել 0-ի վրա, ապա այն նույնպես կհավասարվեր 0-ի: Բայց 0-ն նույնպես չի կարելի բաժանել 0-ի վրա: Որովհետև, եթե թույլատրվեր նման բաժանում, ապա այդ բաժանման արդյունքը կլիներ ոչ թե մի թիվ կամ արտահայտություն, այլ կամայական

x արտահայտություն, քանի որ $0 \cdot x = 0$:

Արված դիտողությունները նկատի ունենալով՝ ընդունենք հետևյալ օրենքը:

Օրենք զրոյի վրա բաժանման անթույլատրելիության մասին

Զրոյի վրա բաժանում չի թույլատրվում:

Այսպիսով՝ 0-ն չի կարող լինել որևէ կոտորակի հայտարար, կամ կամա-յական a արտահայտության համար անիմաստ են $a:0$, $\frac{a}{0}$ գրառումները:

Այժմ անցնենք հիմնական դեպքին:

Քանորդի արտահայտումը արտադրյալի և հակադարձի միջոցով

Կամայական a և զրոյից տարբեր b արտահայտությունների համար.

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}:$$

Ապացուցում: Իսկապես՝

$$\left(a \cdot \frac{1}{b}\right) \cdot b = a \cdot \left(\frac{1}{b} \cdot b\right) = a \cdot 1 = a, \quad \left(a \cdot \frac{1}{b}\right) \cdot b = a, \quad \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}:$$

Օրինակ՝ $\frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3}$, $\frac{4}{5} = 4 \cdot \frac{1}{5}$ և այլն:

3. Կոտորակների հավասարությունը: Դիտարկենք $\frac{1}{2}$ և $\frac{3}{6}$ կոտո-րակները: Դրանք ունեն տարբեր համարիչներ ու հայտարարներ, բայց իրար հավասար են: Շատ կարևոր է պարզել, թե ընդհանրապես երկու կոտորակներ երբ են իրար հավասար:

Կոտորակների հավասարության հատկությունը

Կամայական a, c և զրոյից տարբեր b, d արտահայտությունների համար

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ նշանակում է } a \cdot d = c \cdot b:$$

Ապացուցում: Դիցուք $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$: Այդ դեպքում.

$$a \cdot d = \frac{a}{b} \cdot b \cdot d = \frac{c}{d} \cdot d \cdot b = c \cdot b, \quad a \cdot d = c \cdot b:$$

Հակառակը, դիցուք $ad = cb$: Այդ դեպքում՝

$$b\cdot\frac{c}{d}=\frac{bc}{d}=\frac{ad}{d}=a,\quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}:$$

Օգտվելով կոտորակների հավասարության և արտադրյալի տեղափոխական ու զուգորդական հատկություններից՝ հեշտությամբ կապացուցենք նաև հետևյալ հատկությունը:

Կոտորակի կրճատման հատկությունը

Կամայական a *և զրոյից տարբեր* b *և* c *արտահայտությունների համար*

$$\frac{c\cdot a}{c\cdot b}=\frac{a}{b}:$$

Կոտորակների կրճատման հատկությունը հնարավորություն է տալիս $\frac{c\cdot a}{c\cdot b}$ կոտորակը փոխարինել նրան հավասար և ավելի պարզ տեսք ունեցող $\frac{a}{b}$ կոտորակով, այսինքն՝ $\frac{c\cdot a}{c\cdot b}$ կոտորակի մեջ կրճատել համարիչի և հայտարարի c ընդհանուր բաժանարարը: Օրինակ՝

$$\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{2}{5},\quad \frac{ab}{cb}=\frac{a}{c},\quad \frac{3a-3b}{ca-cb}=\frac{3(a-b)}{c(a-b)}=\frac{3}{c}:$$

4. Հավասարության քանորդային հատկությունները: Մենք արդեն գիտենք, որ կարելի է միաժամանակ հավասարության երկու մասերին գումարել և երկու մասերից հանել միևնույն արտահայտությունը, նրա երկու մասերը բազմապատկել միևնույն արտահայտությամբ: Իսկ կարելի՞ է հավասարության երկու մասերը միաժամանակ բաժանել միևնույն արտահայտության վրա:

Հավասարության քանորդային հատկությունը

Հավասար արտահայտությունները զրոյից տարբեր միևնույն արտահայտության վրա բաժանելիս ստացվում են հավասար արտահայտություններ: Այսինքն՝ կամայական a,b *և զրոյից տարբեր* c *արտահայտությունների համար՝*

$$\text{եթե } a=b,\ \text{ապա } \frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ :$$

Ապացուցումը	Փաստարկները
$a = b$	*պայմանը*
$\frac{a}{c} = a \cdot \frac{1}{c} = b \cdot \frac{1}{c} = \frac{b}{c}$	*հարաբերության հատկությունը, հավասարության արտադրյալային հատկությունը*
$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$	*հավասարության փոխանցական հատկությունը*

Հավասարությունների բաժանման հատկությունը

Կամայական a, b *և զրոյից տարբեր* c, d *արտահայտությունների համար՝*

եթե $a = b,\ c = d$ *, ապա* $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ *:*

Ապացուցումը	Փաստարկները
$c = d \qquad a = b$	*պայմանները*
$\frac{1}{c} = \frac{1}{d}$	*հակադարձների հավասարության հատկությունը*
$a \cdot \frac{1}{c} = b \cdot \frac{1}{d}$	*հավասարության արտադրյալային օրենքը*
$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$	*քանորդի սահմանումը*

5. Հավասարման բաժանման հատկությունները: Կիրառական խնդիրների լուծման մեջ արտադրյալային հավասարումների հետ միասին լայնորեն կիրառվում են նաև կոտորակային հավասարումները:

Լուծենք նման պարզագույն հավասարումը:

$\frac{x}{a} = b$ **հավասարման լուծումը**

$\frac{x}{a} = b$ *հավասարումը, որի մեջ* a *-ն զրոյից տարբեր, իսկ* b *-ն կամայական արտահայտություններ են, ունի* $x = a \cdot b$ *լուծումը:*

Ապացուցում: Պարզ է, որ $a\cdot b$ -ն $\frac{x}{a}=b$ հավասարման լուծումն է, քանի որ $\frac{a\cdot b}{a}=b$:

Օրինակ՝ $\frac{x}{2}=3$ հավասարման լուծումն է $x=2\cdot 3$ կամ $x=6$:

Նույն կերպ կապացուցենք նաև հետևյալ հատկությունը:

$\frac{x}{a}+b=c$ հավասարման լուծումը

$\frac{x}{a}+b=c$ հավասարման լուծումն է $x=a\cdot(c-b)$:

Օրինակներ.

ա. $\frac{x}{4}+2=7,\quad x=4\cdot(7-2),\quad x=20$:

բ. $0{,}2+\frac{2x}{3}=1{,}2,\quad 2x=3\cdot(1{,}2-0{,}2),\quad 2x=3,\quad x=\frac{3}{2}$:

Բաժանման կիրառումը մեզ հնարավորություն է տալիս նաև $ax=b$ հավասարումը լուծելիս ավելի արագ հասնել արդյունքի:

$ax=b$ հավասարման լուծումը

$ax=b$ հավասարումը, որի մեջ a -ն և b -ն կամայական արտահայտություններ են և a -ն զրո չէ, ունի $x=\frac{b}{a}$ լուծումը:

Օրինակ՝ $3x=6$ հավասարման լուծումն է $x=6/3=2$:

6. Առարկայի տրոհումը հավասարամեծ մասերի: Զանազան իրադրություններում հաճախ անհրաժեշտ է լինում առարկաները տրոհել հավասարամեծ մասերի: Օրինակ՝ երբ մենք ուզում ենք հողակտորը հավասարապես բաշխել մի քանի հոգու միջև, երբ բեռը տեղավորում ենք հավասար տարողությամբ մի քանի արկղերի մեջ, ապա դրանք տրոհում ենք հավասարամեծ մասերի: Իսկ ինչպես որոշենք մասերից յուրաքանչյուրի մեծությունը՝ երբ առարկան տրոհում ենք մի քանի հավասարամեծ մասերի:

Հավասարամեծ մասերի մեծությունը գտնելու օրենքը

Երբ առարկան բաժանված է որոշ թվով հավասարամեծ մասերի, ապա մասերից յուրաքանչյուրի մեծությունը գտնելու համար անհրաժեշտ է առարկայի մեծությունը բաժանել տրված թվի վրա: Այսինքն՝ եթե a

մեծությունն ունեցող առարկան բաժանված է m թվով հավասարամեծ մասերի, ապա մասերից յուրաքանչյուրը կունենա $a:m$ մեծությունը:

Օրինակ, եթե 400 կգ ալյուրը հավասարաչափ տեղավորել ենք 8 պարկերում, ապա պարկերից յուրաքանչյուրում կլինի 400 կգ:8, կամ 50 կգ ալյուր:

7. Հարաբերություն և համեմատում: §16 -ում մենք տեսանք, որ միևնույն սեռի երկու առարկաներ իրար հետ համեմատելիս կազմվում է նրանց մեծությունների տարբերությունը, որը և ցույց է տալիս, թե առարկաներից մեկը մյուսից որքանով է մեծ: Սակայն հաճախ առարկաները համեմատելիս հարկ է լինում իմանալ, թե նրանցից մեկը ոչ թե ինչքանով, այլ ինչքան անգամ է մեծ մյուսից: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Երբևէ դուք տեսե՞լ եք գեր մարդկանց վազելիս: Երևի՝ հազվադեպ: Իսկ գիտե՞ք ինչու են գեր մարդիկ խուսափում վազելուց: Որովհետև մարդն ինչքան գեր է, այնքան վտանգավոր է վազելը նրա սրտի համար: Իսկ ինչպե՞ս որոշենք, թե երկու մարդկանցից որն է ավելի գեր. նա, ով ավելի մեծ կշի՞ռ ունի, թե՞ նա, ով ավելի թիկնեղ է: Իհարկե, ո՛չ մեկը, և ո՛չ էլ մյուսը: Փորձեք համեմատել ձեզ ծանոթ մարդկանց մեջքի և կոնքի չափերը: Դուք կտեսնեք, որ ինչքան գեր է մարդը, այնքան նրա մեջքի չափերը մեծ են կոնքի չափերի համեմատությամբ: Ահա մեջքի և կոնքի չափերի հարաբերությամբ էլ բնութագրվում է մարդու գիրությունը:

Նշանակենք w տառով մարդու մեջքի, իսկ h տառով՝ կոնքի շրջագծերի երկարությունները: Այդ դեպքում նրա գիրությունը կբնութագրվի w/h հարաբերությամբ: Ինչքան մեծ է այդ հարաբերությունը, այնքան մարդն ավելի գեր է: Բժիշկները պարզել են, որ վազելը կնոջ սրտի համար սկսում է վտանգավոր դառնալ, եթե $w/h > 0{,}8$: Տղամարդը վազելիս ավելի ապահով կարող է լինել. վազելը նրա սրտի համար դառնում է վտանգավոր, երբ $w/h > 1$: Եթե, օրինակ, կնոջ մեջքը 75 սմ է, իսկ կոնքը՝ 80 սմ, ապա $w/h = 75$ սմ $/80$ սմ: Քանի որ 75 սմ/80սմ $> 0{,}8$, ապա մեջքի և կոնքի նման չափեր ունեցող կինը վազելիս վտանգում է սիրտը: Բայց 75 սմ/80սմ < 1: Ուրեմն՝ մեջքի և կոնքի նման չափեր ունեցող տղամարդը վազելիս սիրտը չի վտանգում:

Քանակությունների համեմատության քանորդային օրենքը

Եթե x-ը և y-ը միևնույն սեռի երկու քանակություններ են, ապա x/y հարաբերությունը ցույց է տալիս, թե ինչքան անգամ է առաջին քանակությունը տարբերվում երկրորդի քանակությունից.

ա. եթե x/y >1, ապա առաջինը ավելի է երկրորդից x/y անգամ,

բ. եթե x/y =1, ապա առաջինը հավասար է երկրորդին,

գ. եթե x/y <1, ապա առաջինը պակաս է երկրորդից y/x անգամ:

Օրինակներ.

ա. 20 մետրը 4 մետրից ավելի է 16 մետրով և 5 անգամ:

բ. 80 կգ-ը 10կգ-ից ավելի է 70 կգ-ով և 8 անգամ:

գ. Երևանն ունի մի միլիոն բնակիչ, Գյումրին՝ երկուհարյուր հազար: Համեմատենք այս երկու քաղաքների բնակչության թվերը: Եթե օգտվենք հանման գործողությունից, ապա կստանանք, որ Երևանի բնակչությունը Գյումրիի բնակչությունից ավելի է ութ հարյուր հազարով, իսկ եթե օգտվենք բաժանման գործողություններից, ապա կտեսնենք, որ Երևանի բնակչությունը Գյումրիի բնակչությունից ավելի է հինգ անգամ:

8. Տոկոս: XV դարում Իտալիայում սկսեց ծաղկել առևտուրը, և այն դարձավ կարևորագույն մի հասկացության առաջացման պատճառ: Հեռավոր երկր-ներում իրացնելու նպատակով նավատեր-երը վաճառականներից վերցնում էին ապ-րանք՝ հետագայում հավելավճարով դրամը վերադարձնելու պայմանով: Սակայն հավելավճարի չափը իմանալու խնդրում շատ շուտով առաջացավ մի լուրջ բարդություն:

Դիցուք՝ նավատերը ուզում էր վերցնել 2500 դուկատի արժողու-թյամբ ապրանք: Վաճառականները պատրաստ էին նրան տալ այդքան արժողությամբ ապրանք, փոխարենը վերադարձին պահանջելով մեկը՝ 3600 դուկատ, իսկ մյուսը՝ 3500 դուկատ: Բնականաբար այստեղ հավելավճարները շատ հեշտ էր համեմատել. այն ավելի քիչ էր երկրորդ վաճառականի մոտ, և նավատերը նրանից էլ կվերցներ ապրանքը: Իսկ ինչպե՞ս էր պետք վարվել, եթե վաճառական-ները տարբեր քանակություններով ապրանքներ առաջար-կեին: Ասենք, առաջինը 2500 դուկատի արժողությամբ ապրանքի դիմաց պահանջում էր 3750 դուկատ, իսկ երկրորդը՝ 2000-ի դիմաց 3100 դուկատ: Վաճառականներից ո՞վ էր ավելի մեծ հավելավճար պահանջում այդ դեպքում:

Ահա նման դեպքերում հավելավճարի չափերը համեմատելու համար նավատերը երկու դեպքում էլ հաշվում էր 100 դուկատ ապրանքի դիմաց պահանջվող հավելավճարը: Առաջին վաճառականը 100-ի դիմաց պահանջում էր 150 դուկատ, իսկ երկրորդը 100-ի դիմաց՝ 155 դուկատ: Այսպիսով՝ 100-ի դիմաց պահանջվող հավելավճարը առաջին վաճառականի մոտ 50 դուկատ է, իսկ երկրորդի մոտ՝ 55 դուկատ: Ահա այդ *«100-ի դիմաց»* արտահայտությունն էլ անվանվեց տոկոս և նրա համար ընդունվեց այն նշանակումը, որ մենք այսօր գործածում ենք:

Տոկոսի սահմանումը

Թվի, մեծության կամ առարկայի քանակության p տոկոս է կոչվում նրա $\frac{p}{100}$ մասը : Մասնավորապես՝ a թվի p տոկոսը $a\cdot\frac{p}{100}$ թիվն է:

Օրինակներ.

ա. 25-ի 10 տոկոսը հավասար է 2,5-ի,

բ. 50 մետրի 40 տոկոսը հավասար է 20 մետրի,

գ. 1000 դրամի 60 տոկոսը հավասար է 600 դրամի,

դ. a թվի 100 տոկոսը հավասար է a-ի:

Ընդունված է « p տոկոս» արտահայտությունը կրճատ գրառել այսպես՝ p%:

Երբ մենք ունենում ենք ինչ-որ գումար, որը չենք ուզում ծախսել, մտածում ենք այն պահելու մասին: Որտե՞ղ է ձեռնտու պահել այդ գումարը: Ավելի ձեռնտու է գումարը հանձնել բանկ, որը այդ գումարը դնելով շրջանառության մեջ՝ ստանում է շահույթ, որի մի մասն էլ, սովորաբար, յուրաքանչյուր տարին լրանալուց հետո, տալիս է մեզ: Նման դեպքերում մեզ տրված շահույթի չափը որոշվում է մեր տված գումարի տոկոսով: Այդ տոկոսը անվանում են *տոկոսադրույք:* Այսպիսով՝ եթե մենք բանկ ենք հանձնել a դրամ գումար՝ p% տոկոսա-դրույքով, ապա մեր ստացած շահույթը հավասար կլինի a թվի p տոկոսին՝ $a\cdot p/100$:

Եթե a թվի p տոկոսը նշանակենք b տառով, ապա

$$b = a\cdot\frac{p}{100}:$$

Այստեղ a-ն տրված թիվն է, p-ն՝ տոկոսն արտահայտող թիվը, իսկ b-ն՝ տոկոսը: Նախորդ հավասարության օգնությամբ մենք կարող ենք գտնել a,b,p թվերից յուրաքանչյուրը՝ իմանալով մյուս երկուսը:

Թվի տոկոսը մենք սահմանեցինք նրա մասի միջոցով: Սակայն երբեմն անհրաժեշտ է լինում թվի մասը ներկայացնել որպես նրա տոկոս:

Մասի արտահայտումը տոկոսի միջոցով

Թվի կամ մեծության q մասը նրա $100q$ տոկոսն է:

Օրինակներ.

ա. Թվի $\frac{1}{2}$ մասը նրա 50% -ն է:

բ. Թվի $\frac{1}{4}$ մասը նրա 25% -ն է:

գ. Թվի 1 մասը նրա 100% -ն է:

դ. Թվի 2 մասը նրա 200% -ն է:

9. Մեծության և թվի հարաբերությունը: Մենք գիտենք, որ երբ առարկան բաժանված է որոշ թվով հավասարամեծ մասերի, ապա մասերից յուրաքանչյուրի մեծությունը հավասար է առարկայի մեծության և տվյալ թվի հարաբերությանը: Իսկ ինչպես որոշենք մեծության և թվի հարաբերությունը:

Մեծության և թվի հարաբերության սահմանումը

Մեծության և թվի հարաբերությունը այն մեծությունն է, որը բազմապատկելով տրված թվով՝ ստացվում է տրված մեծությունը:

Օրինակ, 6 հա $: 2$ հարաբերությունը 3 հա մեծությունն է, որովհետև $2\cdot 3$ հա $= 6$ հա:

Հետևյալ հատկությունը հնարավորություն է տալիս գտնելու մեծության և թվի հարաբերությունից ստացված մեծությունը:

Մեծության և թվի հարաբերության հատկությունը

Մեծությունը թվի վրա բաժանելու համար անհրաժեշտ է մեծության թվային արժեքը բաժանել այդ թվի վրա՝ պահպանելով տրված մեծության չափման միավորը: Այսինքն, եթե ունենք մեծության չափման e միավորն ու a և b թվերը, ապա

$$ae : b = (a : b)\,e:$$

Ապացուցումը	Փաստարկները
$b\cdot((a:b)e)=(b\cdot(a:b))\ e$	*թվի և մեծության արտադրյալի սահմանումը*
$=ae$	*քանորդի սահմանումը*
$b\cdot(a:b)e=ae$	*հավասարության փոխանցական հատկությունը*
$ae:b=(a:b)e$	*մեծության և թվի հարաբերության սահմանումը*

Օրինակներ.

ա. 10000 դոլար $:5=(10000:5)$ դոլար $=2000$ դոլար:

բ. 20 կմ $:4=(20:4)$ կմ $=5$ կմ:

10. Համասեռ մեծությունների հարաբերությունը: § 30 -ում մենք տեսանք, որ միևնույն մեծության երկու քանակություններ համեմատելիս հաճախ անհրաժեշտ է լինում որոշել նրանց հարաբերությունը: Իսկ ինչ է միևնույն մեծության երկու քանակությունների կամ երկու համասեռ մեծությունների հարաբերությունը:

Համասեռ մեծությունների հարաբերության սահմանումը

Երկու՝ x և y համասեռ մեծությունների հարաբերություն է կոչվում այն թիվը, որը բազմապատկելով y մեծությամբ՝ ստացվում է x մեծությունը: Այսինքն՝ x և y համասեռ մեծությունների հարաբերությունը այն a թիվն է, որի համար $x=ay$:

Հետևյալ հատկությունը հեշտացնում է երկու համասեռ մեծությունների հարաբերությունը գտնելը:

Համասեռ մեծությունների հարաբերության հատկությունը

Չափման միևնույն միավորով արտահայտված երկու համասեռ մեծությունների հարաբերությունը հավասար է այդ մեծությունների թվային արժեքների հարաբերությանը: Այսինքն՝ եթե ունենք չափման e միավորով արտահայտված ae և be մեծությունները, ապա

$$\frac{ae}{be}=\frac{a}{b}:$$

Ապացուցում: Քանի որ $\frac{a}{b}\cdot be=\left(\frac{a}{b}\cdot b\right)e=ae$, ապա $\frac{a}{b}\cdot be=ae$ և, համաձայն քանորդի սահմանման, $\frac{ae}{be}=\frac{a}{b}$:

Այստեղ անհրաժեշտ է ուշադրություն դարձնել այն հանգամանքի վրա, որ համասեռ մեծությունների հարաբերությունը կազմելիս այդ մեծությունները պետք է արտահայտել չափման միևնույն միավորով: Օրինակ՝ եթե ուզում ենք գտնել 2 կմ և 500 մ երկարությունների հարաբերությունը, ապա չի կարելի գրել 2 կմ/500 մ = 2/500: Մենք պետք է այդ մեծությունները նախ արտահայ-տենք չափման միևնույն միավորով և նոր միայն կազմենք նրանց հարա-բերությունը: Այսպիսով՝

$$2 \text{ կմ}/500 \text{ մ} = 2000 \text{ մ}/500 \text{ մ} = 2000/500 = 4:$$

11. Գին: Անշուշտ, մեզանից յուրաքանչյուրը հաճախ է գնումներ կատարում: Եվ առաջին տեղեկություններից մեկը, որ մենք ուզում ենք իմանալ մեզ անհրաժեշտ ապրանքի մասին, նրա գինն է: Իսկ ի՞նչ է ապրանքի գինը:

Դիցուք՝ առաջին խանութից 2 կգ կարագը մենք գնել ենք 3000 դրամով, իսկ երկրորդ խանութից նույն որակի 2 կգ կարագը գնել ենք 2800 դրամով: Ո՞ր խանութում կատարած գնումն է ավելի շահեկան: Իհարկե, երկրո՛րդ խանութում, կասեք դուք, քանի որ նույն քանակությամբ կարագի համար երկրորդ խանութում ավելի քիչ ենք վճարել: Իսկ եթե առաջին խանութից 2 կգ կարագը գնել ենք 3000 դրամով, երկրորդ խանութից նույն որակի 3 կգ կարագը՝ 4200 դրամով, ապա ո՞ր խանութում կատարած գնումն է ավելի ձեռնտու այս դեպքում: Խնդիրը այստեղ արդեն դժվարանում է, քանի որ տրված են կարագի տարբեր քանակությունների արժեքները: Եվ որպեսզի կարողանանք պարզել, թե որ խանութում կատարած գնումն է ավելի ձեռնտու, մենք պետք է գտնենք միևնույն քանակությամբ կարագի արժեքը երկու խանութում էլ: Ավելի նպատակահարմար է գտնել մեկ կիլոգրամի արժեքը թե՛ առաջին, և թե՛ երկրորդ խանութում: Առաջին խանութում մեկ կիլոգրամ կարագն արժե 3000/2 դրամ կամ 1500 դրամ, իսկ երկրորդում՝ 4200/3 դրամ կամ 1400 դրամ: Հետևաբար, առաջին խանութում կարագը ավելի թանկ է: Այսպիսով՝ իմանալով մեկ կիլոգրամ կարագի արժեքը՝ մենք կարողացանք որոշել, թե որ խանութում է կարագը ավելի թանկ: Այդ մեկ կիլոգրամի արժեքն էլ կարագի գինն է: Ընդհանրապես՝ որևէ մեծությամբ բնութագրվող ապրանքի միավոր քանակության արժեքը կոչվում է նրա ***գին:***

Օրինակ՝ եթե կարագի մեկ կիլոգրամը վաճառվում է 1500 դրամով, ապա նրա գինն է. մեկ կիլոգրամը՝ 1500 դրամ: Եթե բենզինի լիտրը վաճառվում է 350 դրամով, ապա նրա գինն է. մեկ լիտրը՝ 350 դրամ:

Գինը ապրանքը բնութագրող կարևոր մեծություն է: Իմանալով հաստատուն գնով վաճառվող ապրանքի գինը՝ մենք կարող ենք որոշել նրա ցանկացած քանակության արժեքը: Իսկապես, եթե օրինակ մեկ կիլոգրամ կարագի արժեքը 1500 դրամ է, ապա 3 կիլոգրամի արժեքը կլինի $3 \cdot 1500$ դրամ, 4 կիլոգրամի արժեքը՝ $4 \cdot 1500$ դրամ, և այլն:

Ինչպե՞ս նշանակենք ապրանքի գինը: Դիցուք՝ ապրանքի 1 կիլոգրամի ար-ժեքը 1500 դրամ է: Այդ դեպքում նրա գինն է՝ 1 կիլոգրամը 1500 դրամ: «1 կիլոգրամը 1500 դրամ» արտահայտության փոխարեն կգրենք նաև «1500 դրամ առ կիլոգրամ»: Առավել նպատակահարմար է ապրանքի գինը ներկայացնել որպես ապրանքի արժեքի և ապրանքի քանակության հարաբերություն: Իսկապես, եթե, նորից, 2 կգ կարագի արժեքը 3000 դրամ է, ապա նրա գինն է՝ 1 կիլոգրամը 1500 դրամ: Կազմենք 3000 դրամ և 2 կգ մեծությունների 3000 դրամ/2 կգ հարաբերությունը: Կատարելով «կրճատում», ինչպես այն արվում էր սովորական կոտորակների հետ, մենք կստանանք

$$3000 \text{ դրամ}/2 \text{ կգ} = 1500 \text{ դրամ}/1 \text{ կգ} = 1500 \text{ դրամ/կգ}:$$

1500 դրամ/կգ հարաբերությունը «1 կիլոգրամը 1500 դրամ» արտահայ-տության կամ կարագի գնի մի այլ նշանակումն է:

12. Արագություն: Հավասարաչափ շարժվելով՝ 2 ժամում առաջին ավտոմեքենան անցավ 160 կիլոմետր, իսկ երկրորդը՝ 180 կիլոմետր: Այստեղ երկրորդ ավտոմեքենան ավելի արագ էր շարժվում, քանի որ նույն ժամանակա-հատվածում այն ավելի երկար ճանապարհ է անցել: Իսկ եթե հավասարաչափ շարժվող ավտոմեքենաներից առաջինը 2 ժամում անցել է 160 կիլոմետր, իսկ երկրորդը՝ 3 ժամում 210 կիլոմետր, ո՞ր ավտոմեքենան է ավելի արագ շարժվել այս դեպքում:

Առաջին ավտոմեքենան 2 ժամում անցել է 160 կիլոմետր, մեկ ժամում կանցնի 80 կմ: Երկրորդ ավտոմեքենան 3 ժամում անցել է 210 կիլոմետր, մեկ ժամում կանցնի 70 կմ: Քանի որ մեկ ժամում առաջին ավտոմեքենան ավելի շատ ճանապարհ է անցել, ուրեմն այն ավելի արագ է շարժվել:

Այսպիսով՝ ավտոմեքենաների շարժման ընթացքները իրար հետ համեմատելու համար անհրաժեշտ եղավ գտնել միավոր ժամանակում նրանցից յուրաքանչյուրի անցած ճանապարհը: Այդ մեծությունը կոչվում է ավտոմեքենայի արագություն: Ընդհանրապես, հավասարաչափ շարժվող մարմնի ***արագություն*** է կոչվում միավոր ժամանակահատ-վածում նրա անցած ճանապարհը :

Օրինակ՝ եթե մեկ ժամում ավտոմեքենան անցել է 80 կմ, ապա նրա արագությունն է՝ մեկ ժամում 80 կմ: Եթե ինքնաթիռը մեկ ժամում անցել

է
800 կմ, ապա նրա արագությունն է՝ մեկ ժամում 800 կմ:

Արագությունը մարմնի շարժումը բնութագրող կարևոր մեծություն է: Իմանալով, օրինակ, հավասարաչափ շարժվող ավտոմեքենայի արագությունը՝ մենք կարող ենք որոշել, թե որքան ճանապարհ է անցել այն յուրաքանչյուր ժամանակահատվածում:

Արագության համար ևս կընդունենք այնպիսի նշամակում, ինչպիսին ընդունել ենք գնի համար. «մեկ ժամում 80 կմ» արտահայտության փոխարեն կգործածենք նաև «80 կմ առ ժամ» արտահայտությունը:

Նպատակահարմար է արագությունը նույնպես ներկայացնել որպես մեծությունների հարաբերություն: Իսկապես, եթե ավտոմեքենան 3 ժամում անցել է 180 կմ, ապա նրա արագությունն է՝ մեկ ժամում 60 կմ: Այդ արագությունը ստանալու համար կազմենք 180 կմ և 3 ժամ մեծությունների՝ 180 կմ / 3 ժամ հարաբերությունը: Կատարելով կրճատում, ինչպես այն արվում է սովորական կոտորակների հետ՝ մենք կստանանք

$$180 \text{ կմ}/3 \text{ ժամ} = 60 \text{ կմ}/1 \text{ ժամ} = 60 \text{ կմ/ժամ}:$$

Ստացված 60 կմ/ժամ հարաբերությունը «1 ժամում 60 կմ» արտահայտու-թյան կամ ավտոմեքենայի արագության մի այլ նշանակումն է:

13. Տարասեռ մեծությունների հարաբերությունը: Ապրանքի գինը որոշելիս մենք բաժանում ենք նրա արժեքը այդ ապրանքի քանակության վրա: Հավասարաչափ շարժվող մարմնի անցած ճանապարհի և այդ ընթացքում նրա ծախսած ժամանակի հարաբերությունը նրա արագությունն է: Այլ դեպքերում նույնպես հաճախ անհրաժեշտ է լինում կազմել երկու տարասեռ մեծությունների հարաբերությունը: Իսկ ի՞նչ է երկու տարասեռ մեծությունների հարաբերությունը:

Տարասեռ մեծությունների հարաբերության սահմանումը

x և y տարասեռ մեծությունների հարաբերությունը այն z մեծությունն է, որի համար՝ $z \cdot y = x$: Այսպիսով՝ եթե x և y տարասեռ մեծությունների հարաբերությունը նշանակենք $\dfrac{x}{y}$, ապա $\dfrac{x}{y} \cdot y = x$:

Հարկ է նշել, որ այստեղ, ի տարբերություն արտահայտությունների հարաբերության, x/y հարաբերության մեջ x-ը և y-ը ոչ թե արտահայտու-թյուններ են, այլ՝ մեծություններ: Ինչպե՞ս վարվենք նման կոտորակների հետ առնչվելիս: Այստեղ կարևոր դեր է խաղում մեծությունների հարաբերությունը թվերի հարաբերության հետ կապող հետևյալ հատկությունը:

Տարասեռ մեծությունների հարաբերության հատկությունը

Կամայական x և զրոյից տարբեր y տարասեռ մեծությունների ու կամայական a և զրոյից տարբեր b թվերի համար

$$\frac{ax}{by}=\frac{a}{b}\cdot\frac{x}{y}\ :$$

Ապացուցում: Քանի որ

$$by\cdot\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{x}{y}\right)=\left(b\cdot\frac{a}{b}\right)\left(y\cdot\frac{x}{y}\right)=ax\,,$$

ապա

$$\frac{ax}{by}=\frac{a}{b}\cdot\frac{x}{y}:$$

Վերջին հատկությունը հնարավորություն է տալիս մեծությունների հարաբերության մեջ կատարել չափման միավորների փոփոխություն:

Օրինակ՝

1 կմ/ժ = 1000 մ/3600 վրկ = 1000/3600 մ/վրկ = 5/18 մ/վրկ:

Այս հատկությունը հնարավորություն է տալիս նաև մեծությունների հարաբերությունը հանգեցնել թվերի հարաբերության:

Խնդիր: Ցույց տալ, որ կամայական x և զրոյից տարբեր y տարասեռ մեծությունների ու կամայական a,c և զրոյից տարբեր b և d թվերի համար՝

$$\frac{ax}{by}=\frac{cx}{dy}\quad \textit{նշանակում է}\quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}:$$

Լուծում: Նախ ցույց տանք, որ եթե $\frac{ax}{by}=\frac{cx}{dy}$, ապա $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$:

Իսկապես, քանի որ $\frac{a}{b}\cdot\frac{x}{y}=\frac{ax}{by}=\frac{cx}{dy}=\frac{c}{d}\cdot\frac{x}{y}$, ապա $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$:

Նույն կերպ ապացուցվում է նաև, որ եթե $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, *ապա* $\frac{ax}{by}=\frac{cx}{dy}$:

Հետևյալ հատկությունը ցույց է տալիս, որ մեծությունների հարաբերության մեջ կարելի է կատարել «կրճատում», ինչպես այդ անում էինք սովորական քանորդների դեպքում:

Մեծությունների հարաբերության կրճատման հատկությունը

Կամայական x և զրոյից տարբեր y տարասեռ մեծությունների և զրոյից տարբեր a թվի համար

$$\frac{ax}{ay}=\frac{x}{y}:$$

Ապացուցում: Իսկապես, քանի որ $\frac{x}{y}\cdot ay=a\cdot\left(\frac{x}{y}\cdot y\right)=ax$, ապա $\frac{ax}{ay}=\frac{x}{y}$:

Օրինակ՝ 15կմ/5կմ = 15/5 = 3:

Թեմա 1.6. ԲՆԱԿԱՆ ՑՈՒՑԻՉՈՎ ԱՍՏԻՃԱՆ

1. Աստիճան: Երբեմն անհրաժեշտ է լինում միևնույն թիվը կամ արտահայտությունը մի քանի անգամ բազմապատկել ինքն իրենով: Նման եղանակով կազմված արտադրյալը կոչվում է ***աստիճան***, կրկնվող բազմապատկիչը կոչվում է ***աստիճանի հիմք***, իսկ բազմապատկիչների թիվը՝ ***աստիճանացույց*** կամ ***ցուցիչ:***

Բնական ցուցիչով աստիճանի սահմանումը

a արտահայտության n $(n>1)$ բնական ցուցիչով աստիճան է կոչվում այն արտահայտությունը, որն ստացվում է a-ն ինքն իրենով n անգամ բազմապատկելուց: a արտահայտության 1 ցուցիչով աստիճան է կոչվում a արտահայտությունը:

a արտահայտության n բնական ցուցիչով աստիճանը գրառվում է այսպես a^n: Այն կարդացվում է՝ a-ն բարձրացրած n աստիճան կամ՝ a-ի n աստիճան: Այսպիսով՝

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\ \text{անգամ}}:$$

Այստեղ a^n արտահայտությունը աստիճանն է, a-ն՝ նրա հիմքը, n-ը՝ աստիճանացույցը կամ ցուցիչը: Տրված հիմքի և աստիճանացույցի միջոցով աստիճանը ստանալու գործողությունը հաճախ անվանելու ենք նաև աստիճան բարձրացնելու գործողություն: a-ի 2 աստիճանը անվանելու ենք նրա ***քառակուսի,*** կամ a ***քառակուսի***, իսկ a-ի 3 աստիճանը՝ a ***խորանարդ***:

Բերենք մի քանի օրինակ.

$$a^1 = a,\ x^3 = xxx,\ 10^2 = 10 \cdot 10,\ \ 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 :$$

Այստեղ մենք ունենք աստիճանի չորս օրինակ: Նրանց ցուցիչներն են. առաջինինը՝ 1, երկրորդինը՝ 3, երրորդինը՝ 2, չորրորդինը՝ 5: Առաջին աստիճանի հիմքը a է, երրորդինը՝ 10 է, չորրորդինը՝ 2 : Նկատենք, որ 1 աստիճանացույցը, սովորաբար, չի գրառվում (արժե հիշել, որ 1 գործակիցը նույնպես չի գրառվում):

Շատ հեշտ է աստիճան բարձրացնել 0 -ն և 1-ը. կամայական n բնական թվի համար՝

$$1^n = 1,\ 0^n = 0 :$$

Կարևոր է ճիշտ գրառել ու կարդալ աստիճան պարունակող արտահայտությունները: Բերենք մի քանի օրինակ.

ա. $x+y^2$, x -ի և y քառակուսու գումարը, x պլյուս՝ y քառակուսի,

բ. $x+y^2$, x -ի և y -ի գումարի քառակուսին, x պլյուս y քառակուսի,

գ. x^2+y^2, x քառակուսու և y քառակուսու գումարը, x քառակուսի պլյուս y քառակուսի:

Ի՞նչ հերթականությամբ պետք է կատարել գործողությունները, երբ նրանց մեջ կա նաև աստիճան բարձրացնելու գործողություն: Այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ կանոնը:

Կանոն աստիճան բարձրացնելու կարգի մասին

Աստիճան բարձրացնելու գործողությունը ավելի բարձր կարգի գործողություն է, քան գումարման, հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողությունները, և արտահայտության մեջ փակագծերի բացակայության դեպքում նախ պետք է կատարել աստիճան բարձրացնելու գործողությունը:

Օրինակներ.

$$2+3^2 = 2+(3 \cdot 3) = 11,\ 3 \cdot 4^2 = 3 \cdot (4^2) = 48,\ 54 : 3^3 = 54 : (3^3) = 2 :$$

2. Աստիճանների հավասարությունը: Հավասարության հետ աստիճանի կապը դիտարկելիս ամենաբնական հարցը, որ առաջանում է, այն է, թե արդյո՞ք իրար հավասար են հավասար հիմքեր և հավասար ցուցիչներ ունեցող աստիճանները: Այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ օրենքը:

Աստիճանների հավասարության օրենքը

Հավասար հիմքով և միևնույն ցուցիչներով աստիճանները հավասար են: Այսինքն՝ կամայական x և y արտահայտությունների և m, n բնական թվերի համար եթե $x = y$, $m = n$, ապա $x^m = y^n$:

Այս օրենքից մասնավորապես հետևում է, որ միևնույն հիմքով և հավասար ցուցիչներով աստիճանները, ինչպես նաև հավասար հիմքերով և միևնույն ցուցիչով աստիճանները իրար հավասար են: Այսինքն՝ կամայական x y արտահայտությունների և m, n բնական թվի համար.

ա. եթե $m = n$, ապա $x^m = x^n$, բ. եթե $x = y$, ապա $x^n = y^n$:

Այսպիսով՝ հիմքերի հավասարության և, միաժամանակ, ցուցիչների հավասարության դեպքում մենք կարող ենք պնդել աստիճանների հավասարությունը: Իսկ եթե իրար հավասար են երկու աստիճաններ և նրանց հիմքերը, կարելի՞ է այս դեպքում էլ պնդել ցուցիչների հավասարությունը: 0, 1, –1 հիմքերն ունեցող աստիճանները անմիջապես հերքում են այս դրույթի ճշմարտացիությունը: Օրինակ՝ 1 -ի ցանկացած երկու աստիճաններ իրար հավասար են, իսկ այդ աստիճանների աստիճանացույցերը կարելի է վերցնել իրարից տարբեր: Պարզվում է, որ այս երեք դեպքերը իսկապես բացառիկ են. մնացած դեպքերում մեր դրույթը ճշմարիտ է:

Նախ դիտարկենք միևնույն հիմքն ունեցող հավասար աստիճանները:

Ցուցիչների հավասարության օրենքը

0, 1, –1 թվերից տարբեր և միևնույն հիմքը ունեցող հավասար աստիճանների ցուցիչները հավասար են: Այսինքն՝ 0, 1, –1 թվերից տարբեր x արտահաոության և կամայական m, n բնական թվերի համար՝ եթե $x^m = x^n$, ապա $m = n$

Այժմ դիտարկենք հավասար հիմքեր ունեցող հավասար աստիճանների դեպքը:

Ցուցիչների հավասարության հատկությունը

0, 1, –1 թվերից տարբեր և հավասար հիմքեր ունեցող հավասար աստիճանների ցուցիչները հավասար են: Այսինքն՝ 0, 1, –1 թվերից տարբեր x, y արտահայտությունների և կամայական m, n բնական թվերի համար՝ եթե $x = y$ և $x^m = y^n$, ապա $m = n$:

Ապացուցումը	Փաստարկները
x, y	0, 1, –1 թվերից տարբեր արտահայտություններ
m, n	բնական թվեր
$x = y, \quad x^m = y^n$	պայմանները
$x^m = y^m$	աստիճանների հավասարության օրենքը
$y^n = y^m$	հավասարության փոխանցական օրենքը
$m = n$	ցուցիչների հավասարության օրենքը

Հավասար ցուցիչներ ունեցող հավասար աստիճանների հիմքերը «պարտավոր» չեն իրար հավասար լինել: Իսկապես, 2^2 և $(-2)^2$ աստիճաններից յուրաքանչյուրը հավասար է 4 -ի: Հավասար են նաև նրանց ցուցիչները. երկուսն էլ 2 են: Սակայն այդ աստիճանների հիմքերը հավասար չեն:

3. Քառակուսու մակերեսը և խորանարդի ծավալը: Կամայական a արտահայտության երկրորդ աստիճանը՝ a^2 արտահայտությունը, մենք անվանեցինք a -ի քառակուսի: Բայց քառակուսին մեզ հայտնի է որպես հավասար կողմեր ունեցող ուղղանկյուն: Ինչո՞ւ նույն կերպ անվանեցինք նաև արտահայտության երկրորդ աստիճանը:

Վերցնենք a երկարություն և b լայնություն ունեցող ուղղանկյունը: Նրա S մակերեսը կորոշվի $S=ab$ բանաձևով: Քանի որ a կողմ ունեցող քառակուսին a երկարությամբ և a լայնությամբ ուղղանկյուն է, ապա նրա S մակերեսը որոշվում է $S=a\cdot a$ բանաձևով: Այժմ, հաշվի առնելով $aa=a^2$ նշանակումը և օգտվելով հավասարության փոխանցական օրենքից, կստանանք քառակուսու մակերեսի բանաձևը՝

$$S=a^2:$$

Ահա և արտահայտության երկրորդ աստիճանը քառակուսի անվանելու պատճառը: Իսկ ինչո՞ւ ենք արտահայտության երրորդ աստիճանն անվանում նրա խորանարդ:

Դիտարկենք a կող ունեցող խորանարդը: Ինչպե՞ս որոշենք նրա ծավալը: Մենք գիտենք, որ a երկարություն, b լայնություն և c բարձրություն ունեցող ուղղանկյունանիստի V ծավալը որոշվում է $V=abc$ բանաձևով: Բայց a կող ունեցող խորանարդը ուղղանկյունանիստ է, որի թե՛ երկարությունը, թե՛ լայնու-թյունը և թե՛ բարձրությունը հավասար են a -ի: Հետևաբար՝ նրա V ծավալը մենք կորոշենք $V=aaa$ բանաձևով: Այս բանաձևից, հաշվի առնելով $aaa=a^3$ նշանակումը և հավասարության փոխանցական օրենքը, կստանանք

$$V=a^3:$$

Ստացված հավասարությունը խորանարդի ծավալի բանաձևն է: Այն միաժամանակ պատասխանում է մեր այն հարցին, թե ինչու են արտահայտության երրորդ աստիճանն անվանում նրա խորանարդ:

4. Աստիճանային աճ: Տասնիններորդ դարի կեսերին Ավստրալիայի նորաբնակները Անգլիայից իրենց հետ բերեցին նաև մի քանի ճագար: Նոր պայմանները այնքան բարենպաստ եղան ճագարների համար, որ սրանք սկսեցին շատ արագ բազմանալ: Շուտով նրանց թիվը այնքան աճեց, որ ճագարների բազմացումը կառավարելի դարձնելու համար տեղի կառավարությունը ստիպված եղավ ընդունել մի հատուկ օրենք:

Այժմ տեսնենք, թե 8 ճագարը բազմանալով ինչքա՞ն կդառնա, ասենք, 10 տարուց հետո, եթե հայտնի է, որ յուրաքանչյուր վեց ամիսը մեկ նրանց թիվը կրկնապատկվում է:

Քանի որ ճագարները վեց ամսում կրկնապատկվում են, ապա մեկ տարում նրանք կկրկնապատկվեն երկու անգամ, իսկ տասը տարում՝ քսան անգամ: Հետևաբար, տասը տարուց հետո ճագարների թիվը կլինի՝

$$8\cdot2 = 8\cdot2^{20}:$$

Բերվածը ***աստիճանային աճի*** մի օրինակ է. 8 -ը տրված թիվն է կամ մեծությունը, 2-ը՝ ***աճի գործակիցը***, 20 -ը՝ ***աճի քայլերի թիվը:*** Իսկ կամայական a թիվը կամ մեծությունը, աճի տրված q գործակցով, աստիճանային աճի արդյունքում առաջին քայլից հետո կդառնա aq, երկրորդից հետո՝ aq^2, երրորդից հետո՝ aq^3, իսկ n -րդ քայլերից հետո մենք կստանանք մի թիվ կամ մեծություն, որը որոշվում է հետևյալ օրենքում նշված արտահայտությամբ:

Աստիճանային աճի օրենքը

Աճի q գործակցով աստիճանային աճի դեպքում մեծության a *քանակությունը կամ թիվը աճի n քայլից հետո կդառնա* aq^n *:*

5. Արտադրյալի աստիճանը: Աստիճանի գաղափարը սահման-վում է արտադրյալի միջոցով, և այդ պատճառով այս երկու գործողությունների միջև գոյություն ունի սերտ կապ:

Արտադրյալի աստիճանը

Արտադրյալի աստիճանը հավասար է արտադրիչների աստիճանների արտադրյալին: Այսինքն՝ կամայական x *և* y *արտահայտությունների և* n *բնական թվի համար՝*

$$(x\cdot y)^n = x^n\cdot y^n:$$

Ապացուցում: Իսկապես, համաձայն աստիճանի սահմանման և արտա-դրյալի տեղափոխական և զուգորդական օրենքների, կամայական x և y արտահայտությունների և n բնական թվի համար ունենք՝

$$(x\cdot y)^n = \underbrace{(x\cdot y)\cdot(x\cdot y)\cdot\ldots\cdot(x\cdot y)}_{n\text{ հատ}} = \underbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{n\text{ հատ}}\cdot\underbrace{y\cdot y\cdot\ldots\cdot y}_{n\text{ հատ}} = x^n\cdot y^n:$$

Այստեղից, համաձայն հավասարության փոխանցելիության օրենքի, կստանանք՝ $(x\cdot y)^n = x^n\cdot y^n$:

Օրինակ՝ $18^2=(2\cdot9)^2=2^2\cdot9^2=4\cdot81=324$։

Արտադրյալի աստիճանի հատկությունը հնարավորություն է տալիս նաև հեշտությամբ բազմապատկել միևնույն n աստիճանացույցն ունեցող x^n և y^n աստիճանները:

Միևնույն ցուցիչով աստիճանների արտադրյալը

Կամայական x և y արտահայտությունների և n բնական թվի համար՝

$$x^n y^n=(xy)^n\ :$$

Օրինակ՝ $0{,}2^3\cdot5^3=(0{,}2\cdot5)^3=1^3=1$։

Դյուրին է միևնույն հիմքն ունեցող աստիճանների բազմապատկումը:

Միևնույն հիմքով աստիճանների արտադրյալը

Միևնույն հիմքով աստիճանները բազմապատկելիս հիմքը մնում է նույնը, իսկ աստիճանացույցերը գումարվում են: Այսինքն՝ կամայական x արտահայտության և m, n բնական թվերի համար

$$x^m\cdot x^n=x^{m+n}\ :$$

Ապացուցում: Օգտվելով աստիճանի սահմանումից և արտադրյալի հատկություններից՝ կստանանք՝

$$x^n\cdot x^m=\underbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{n\,\text{հատ}}\cdot\underbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{m\,\text{հատ}}=\underbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{n+m\,\text{հատ}}=x^{n+m},\quad x^n\cdot x^m=x^{n+m}\ :$$

Օրինակ՝ $x^3\cdot x^2\cdot x=x^{3+2+1}=x^6$։

6. Աստիճանի աստիճանը: Միևնույն հիմքով աստիճանների արտադրյալի հատկությունը հնարավորություն է տալիս հեշտությամբ հաշվել նաև աստիճանի աստիճանը:

Աստիճանի աստիճանը

Աստիճանը աստիճան բարձրացնելիս հիմքը մնում է նույնը, իսկ աստիճանացույցները բազմապատկվում են: Այսինքն՝ կամայական x արտահայտության և m, n բնական թվերի համար

$$\left(x^m\right)^n=x^{mn}:$$

Ապացուցում: Օգտվելով աստիճանի սահմանումից և միևնույն հիմքերով աստիճանների բազմապատկման հատկությունից՝ x արտահայտության և m, n բնական թվերի համար կստանանք՝

$$\left(x^m\right)^n = \underbrace{x^m \cdot x^m \cdot \ldots \cdot x^m}_{n \text{ հատ}} = x^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n \text{ հատ}}} = x^{mn},\ \left(x^m\right)^n = x^{mn}:$$

Օրինակ՝ $(2^3)^2 = 2^6$, $(3^4)^5 = 3^{20}$:

7. Քանորդի աստիճանը: Մենք սովորեցինք աստիճան բարձրացնել կամա-յական արտահայտությունների արտադրյալը: Իսկ ինչպե՞ս աստիճան բարձրացնենք արտահայտությունների քանորդը: Այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ հատկությունը:

Կոտորակի աստիճանը

Կոտորակի աստիճանը հավասար է համարիչի աստիճանի և հայտարարի աստիճանի հարաբերությանը: Այսինքն՝ կամայական x և զրոյից տարբեր y արտահայտությունների և n բնական թվի համար՝

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}:$$

Ապացուցում: Իսկապես՝

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \underbrace{\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}\cdot\ldots\cdot\frac{x}{y}}_{n \text{ հատ}} = \frac{\overbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}^{n \text{ հատ}}}{\underbrace{y\cdot y\cdot\ldots\cdot y}_{n \text{ հատ}}} = \frac{x^n}{y^n},\ \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}:$$

Օրինակ՝ $\left(\frac{3}{a}\right)^3 = \frac{3^3}{a^3} = \frac{27}{a^3}:$

Կոտորակի աստիճանի հատկությունը և հավասարության համաչա-փության օրենքը հնարավորություն են տալիս գտնել միևնույն աստիճա-նա-xցույցն ունեցող աստիճանների հարաբերությունը:

Միևնույն ցուցիչն ունեցող աստիճանների քանորդը

Կամայական x և զրոյից տարբեր y արտահայտությունների և n բնական թվի համար՝

$$\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n:$$

Օրինակ՝ $\frac{5^4}{10^4} = \left(\frac{5}{10}\right)^4 = 0{,}5^4 = 0{,}0625:$

Ինչպես աստիճանների բազմապատկման դեպքում, այստեղ նույնպես դժվար չէ միևնույն հիմքն ունեցող աստիճանների բաժանումը:

Միևնույն հիմքով աստիճանների քանորդը

Զրոյից տարբեր կամայական x արտահայտության և m, n $(m>n)$ բնական թվերի համար

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}:$$

Ապացույց: Օգտվելով աստիճանի սահմանումից և կոտորակների կրճատման հատկությունից՝ 0 -ից տարբեր x արտահայտության և m, n $(m > n)$ բնական թվերի համար կստանանք՝

$$\frac{x^m}{x^n} = \frac{\overbrace{x\cdot x\ldots x}^{m\text{ հատ}}}{\underbrace{x\cdot x\ldots x}_{n\text{ հատ}}} == \underbrace{x\cdot x\ldots x}_{m-n\text{ հատ}} = x^{m-n}, \quad \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \quad :$$

Օրինակ՝ $\dfrac{4x^6y^7}{2x^4y^6} = 2x^{6-4}y^{7-6} = 2x^2y^1 = 2x^2y:$

Օգտվելով կոտորակի աստիճանի հատկությունից՝ մենք կարող ենք գտնել նաև արտահայտության հակադարձի աստիճանը:

Հակադարձի աստիճանը

Զրոյից տարբեր արտահայտության հակադարձի աստիճանը հավասար է նրա աստիճանի հակադարձին: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր կամայական x արտահայտության և n բնական թվի համար

$$\left(\frac{1}{x}\right)^n = \frac{1}{x^n}:$$

Ապացույց: Իսկապես՝ $\left(\dfrac{1}{x}\right)^n = \dfrac{1^n}{x^n} = \dfrac{1}{x^n}, \quad \left(\dfrac{1}{x}\right)^n = \dfrac{1}{x^n}:$

Օրինակ՝ $\left(\dfrac{1}{25}\right)^2 = \dfrac{1^2}{25^2} = \dfrac{1}{625}:$

Թեմա 1.7. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ՀԵՏ

1. Բազմանդամների գումարումն ու հանումը: Բազմանդամները հանրահաշվական արտահայտություններ են և, ուրեմն, կարելի է դրանք գումարել իրար և իրարից հանել. արդյունքում միշտ կստանանք հանրահաշվական արտահայտություն: Արդյո՞ք նման ձևով ստացված հանրահաշվական արտահայտությունները բազմանդամներ են, այսինքն՝ բազմանդամները գումարելուց կամ հանելուց նորից բազմանդամներ կստանա՞նք: Այս հարցին դրական պատասխան են տալիս հետևյալ հատկությունները:

Բազմանդամների գումարման հատկությունը

Երկու բազմանդամների գումարը բազմանդամ է :

Ապացուցում: Իսկապես, վերցնենք երկու կամայական բազմանդամներ՝ f և g: Համաձայն բազմանդամի սահմանման՝ f և g արտահայտությունները միանդամների հանրահաշվական գումարներ են: Հետևաբար՝ $f+g$ գումարը նույնպես կլինի միանդամների հանրահաշվական գումար. այն այդ տեսքով գրելու համար բավական է, անհրաժեշտության դեպքում, կատարել փակագծերի բացում:

Նույն կերպ է ապացուցվում նաև հետևյալ հատկությունը:

Բազմանդամների հանման հատկությունը

Երկու բազմանդամների տարբերությունը բազմանդամ է:

Գործնականում բազմանդամները գումարելու կամ հանելու համար, փաստորեն, անհրաժեշտ է կազմել նրանց գումարը կամ տարբերությունը և այնուհետև՝ ստացված բազմանդամի մեջ կատարել նման անդամների միացում: Այդպիսի դեպքերում համապատասխան գործողությունների կատարումը հաճախ նման է բնական թվերի գումարմանը կամ հանմանը:

Բերենք մեկական օրինակ: Նախ գումարենք $3x^3y^3+11+x-4y$ և x^3y^3-2y-2 բազմանդամները: Գրենք այս բազմանդամները երկու տողով՝ նման անդամները իրար տակ.

$$\begin{array}{rl} & 3x^3y^3+x-4y+11 \\ + & x^3y^3-2y-2 \\ \hline & 4x^3y^3+x-6y+9 \end{array}$$

Այսինքն՝

$$(3x^3y^3+x-4y+11)+(x^3y^3-2y-2)=4x^3y^3+x-6y+9:$$

Այժմ կատարենք նույն բազմանդամների հանումը.

$$
\begin{array}{r}
-\begin{array}{l} 3x^3y^3+x-4y+11 \\ x^3y^3 \qquad -2y-\ 2 \end{array} \\
\hline
2x^3y^3+x-2y+13
\end{array}
$$

Այսինքն՝

$$(3x^3y^3+x-4y+11)-(x^3y^3-2y-2)=2x^3y^3+x-2y+13:$$

Բազմանդամները գումարելիս և հանելիս օգտակար է վերհիշել փակագծերի բացման կանոնը.

եթե փակագծից առաջ դրված է + նշանը, ապա փակագծերը բացելիս փակագծերում ամփոփված գումարելիները պահպանում են իրենց նշանը, իսկ եթե փակագծից առաջ դրված է – նշանը, ապա փակագծերը բացելիս փակագծերում ամփոփված գումարելիները փոխում են իրենց նշանը: Օրինակ.

ա. $(2+8x^4y)+(3x^3-x^4+1)=2+8x^4y+3x^3-x^4+1$,

բ. $(x+8y)-(3x-x^4+2y)=x+8y-3x+x^4-2y$:

2. Բազմանդամների բազմապատկումը: Որպես հանրահաշվական արտահայտություններ՝ բազմանդամները կարելի է նաև բազմապատկել: Այստեղ մեզ անփոխարինելի ծառայություն են մատուցում բաշխական օրենքները:

Իսկապես, դիտարկենք մեկ օրինակ: Բազմապատկենք $5xy-4x$ և $3y+1$ բազմանդամները: Կստանանք.

$$
\begin{aligned}
&(5xy-4x)(3y+1)=(5xy-4x)\cdot 3y+(5xy-4x)\cdot 1= \\
&=5xy\cdot 3y-4x\cdot 3y+5xy\cdot 1-4x\cdot 1=15xy^2-12xy+5xy-4x= \\
&=15xy^2-7xy-4x:
\end{aligned}
$$

Այսպիսով՝ $5xy-4x$ և $3y+1$ բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում մենք ստացանք $15xy^2-7xy-4x$ արտահայտությունը, որը նույնպես բազմանդամ է: Իսկ կամայական երկու բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում ստացված արտահայտությությունը արդյո՞ք նորից բազմանդամ կլինի:

Բաշխական օրենքների կիրառությունը թույլ է տալիս բազմանդամների բազմապատկումը փոխարինել միանդամների բազմապատկման և, այնուհետև, ստացված արդյունքների գումարման: Իսկ միանդամների արտադրյալը միշտ միանդամ է: Հետևաբար՝ բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում մենք միշտ կստանանք բազմանդամ: Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք բազմանդամների բազմապատկման հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Բազմանդամների բազմապատկման հատկությունը

Երկու բազմանդամների արտադրյալը բազմանդամ է:

Սովորաբար, բազմանդամների բազմապատկումը շատ ավելի դժվար է կատարել, քան դրանց գումարումը կամ հանումը: Նախ սովորենք կատարել միանդամի և բազմանդամի բազմապատկումը:

Բազմապատկենք, օրինակ, $3x^3y$ միանդամը $x-4y+11$ բազմանդամով: Օգտվենք բաշխական օրենքներից և գործողությունների այլ հատկություններից.

$$3x^3y\cdot(x-4y+11)=3x^3y\cdot x-3x^3y\cdot 4y+3x^3y\cdot 11=$$
$$=3x^4y-12x^3y^2+33x^3y:$$

Այսպիսով՝ $3x^3y$ միանդամը $x-4y+11$ բազմանդամով բազմապատկելու համար մենք այն բազմապատկեցինք բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արդյունքները գումարեցինք: Այսպես է բազմապատկվում նաև կամայական միանդամ կամայական բազմանդամով:

Միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու համար պետք է միանդամը բազմապատկել բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արդյունքները գումարել:

Նման ձևով է բազմապատկվում նաև բազմանդամը միանդամով:

Բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու համար պետք է բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամը բազմապատկել միանդամով և ստացված արդյունքները գումարել:

Այժմ, երբ գիտենք միանդամը բազմապատկել բազմանդամով, կարող ենք նաև բազմանդամը բազմապատկել բազմանդամով: Ինչպե՞ս անենք այդ: Օգտվելով բաշխական հատկություններից՝ մենք կարող ենք նախ բազմապատկվող բազմանդամներից առաջինը բազմապատկել երկրորդի անդամներից յուրաքանչյուրով և արդյունքները գումարել: Ստացված գումարելիները կլինեն բազմանդամի և միանդամների արտադրյալներ, որոնց բազմապատկումը արդեն գիտենք: Բերենք նման մեկ օրինակ:

Բազմապատկենք $x-4y+11$ և $3x^3y+2xy$ բազմանդամները: Հետևելով վերը նշված ալգորիթմին՝ կունենանք.

$$(x-4y+11)(3x^3y+2xy)=(x-4y+11)\cdot 3x^3y+$$
$$+(x-4y+11)\cdot 2xy=x\cdot 3x^3y-4y\cdot 3x^3y+11\cdot 3x^3y+$$
$$+x\cdot 2xy-4y\cdot 2xy+11\cdot 2xy:$$

Այսպիսով՝ մենք ստանում ենք տրված երկու բազմանդամների արտադրյալը, եթե մի բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամ հերթականությամբ բազմապատկենք մյուս բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արտադրյալները գումարենք: Այսպես են բազմապատկվում նաև կամայական երկու բազմանդամներ:

Բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու համար պետք է մի բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամ բազմապատկել մյուս բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արտադրյալները գումարել:

Բերենք ևս մեկ օրինակ: Բազմապատկենք $2x+3y$ բազմանդամը $-x^2+4y-5$ բազմանդամով: Կունենանք.

$$(2x+3y)(-x^2+4y-5)=$$
$$=2x(-x^2)+2x\cdot 4y-2x\cdot 5+3y(-x^2)+3y\cdot 4y-3y\cdot 5=$$
$$=-2x^3-3x^2y+8xy+12y^2-10x-15y:$$

3. Բազմանդամների վերլուծումը արտադրիչների: Ինչպես մեկ, այնպես էլ մի քանի փոփոխականով բազմանդամների ուսումնասիրության մեջ կարևոր նշանակություն ունի բազմանդամը արտադրիչների վերլուծման խնդիրը, երբ տըրված բազմանդամը ներկայացվում կամ գրառվում է մի քանի այլ բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:

Բազմանդամը արտադրիչների վերլուծման կարևոր հնարքներից մեկը ընդհանուր արտադրիչը փակագծերից դուրս բերումն է: Դիտարկենք նման մեկ օրինակ:

Վերցնենք $10xy^2+15x^2y$ բազմանդամը: Նրա յուրաքանչյուր գումարելի ունի $5xy$ արտադրիչը: Օգտվելով բաշխական օրենքից՝

կարելի է այդ արտադրիչը դուրս բերել փակագծերից.

$$10xy^2+15x^2y=5xy\cdot 2y+5xy\cdot 3x=5xy\cdot(2y+3x):$$

Այսպիսով՝

$$10xy^2+15x^2y=5xy\cdot(2y+3x):$$

Այսինքն՝ $10xy^2+15x^2y$ բազմանդամը մենք վերլուծեցինք արտադրիչների. այն ներկայացրինք $5xy$ և $2y+3x$ բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:

Գոյություն ունի շատ պարզ հնարք՝ միանդամների ընդհանուր բազմապատկիչը փակագծերից դուրս բերելու համար: Ընդ որում՝ մենք հնարավորություն կունենանք ընտրելու ընդհանուր բազմապատկիչներից «ամենամեծը»:

Նախ դիտարկենք մեկ օրինակ. վերլուծենք արտադրիչների $18ax^3y^2-30a^4xy^4+42a^2x^2y^6$ բազմանդամը:

Առաջին հերթին պետք է գտնել «ամենամեծ» ընդհանուր բազմապատկիչի գործակիցը. այն հավասար է բազմանդամի անդամների գործակիցների ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարին, որը հավասար է 6 -ի: Այնուհետև հերթով դիտարկում ենք բազմանդամի անդամների մեջ մտնող բոլոր փոփոխականները. «ամենամեծ» ընդհանուր բազմապատկիչի մեջ որպես արտադրիչ մտնում է յուրաքանչյուր փոփոխականի՝ բազմանդամի բոլոր անդամների մեջ մտնող աստիճաններից այն, որի ցուցիչը ամենափոքրն է:

Մեր օրինակում $18ax^3y^2-30a^4xy^4+42a^2x^2y^6$ բազմանդամի գործակիցների ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 6 -ն է, a փոփոխականը որպես արտադրիչ ամենափոքր՝ 1 ցուցիչով մտնում է $18ax^3y^2$ գումարելու մեջ, x փոփոխականը՝ որպես արտադրիչ, ամենափոքր՝ 1 ցուցիչով մտնում է $-30a^4xy^4$ գումարելու մեջ, իսկ y փոփոխականը՝ որպես արտադրիչ, ամենափոքր՝ 2 ցուցիչով մտնում է $18ax^3y^2$ գումարելու մեջ: Այսինքն՝ որոնելի «ամենամեծ» ընդհանուր բազմապատկիչն է $6axy^2$: Այսպիսով՝

$$\begin{aligned}&18ax^3y^2-30a^4xy^4+42a^2x^2y^6=\\&=6axy^2\cdot 3x^2-6axy^2\cdot 5a^3y^2+6axy^2\cdot 7axy^4=\\&=6axy^2(3x^2-5a^3y^2+7axy^4):\end{aligned}$$

Բազմանդամի մեջ ընդհանուր բազմապատկիչը կարող է և միանդամների բազմապատկիչ չլինել: Օրինակ. վերլուծենք բազմապատկիչների

$2x(3yz^3+1)-3t(3yz^3+1)$ բազմանդամը: Այն գրված է երկու գումարելիների գումարի տեսքով, որոնք ունեն $(3yz^3+1)$ ընդհանուր բազմապատկիչը, որը և պետք է դուրս բերել փակագծերից.

$$2x\cdot(3yz^3+1)-3t\cdot(3yz^3+1)=(2x-3t)(3yz^3+1):$$

Հաճախ բազմանդամի գումարելիների մեջ ընդհանուր բազմապատկիչը կարելի է առանձնացնել ***խմբավորման եղանակով:*** Դիտարկենք մեկ օրինակ:

$$xy-3x+3y-9=(xy-3x)+(3y-9)=$$
$$=x\cdot(y-3)+3(y-3)=(x+3)\cdot(y-3):$$

Այսինքն՝

$$xy-3x+3y-9=(x+3)(y-3):$$

Երբեմն խմբավորման հնարքի կիրառումը որոշ հնարամտություն է պահանջում: Դիտարկենք նման մեկ օրինակ:

$$x^2-5xy+4y^2=x^2-4xy-xy+4y^2=$$
$$=(x^2-4xy)-(xy-4y^2)=x(x-4y)-y(x-4y)=$$
$$=(x-y)(x-4y):$$

Այսինքն՝

$$x^2-5xy+4y^2=(x-y)(x-4y):$$

Դուք պետք է իմանաք, որ բազմանդամի գումարելիների խմբավորումը կարելի է կատարել տարբեր եղանակով և այն վերլուծել արտադրիչների, սակայն արդյունքը, բնականաբար, ստացվում է նույնը: Որպես օրինակ դիտարկենք $x^2-5xy+4y^2$ բազմանդամը: Նրա մի վերլուծությունը մենք ստացանք վերևում: Բերենք նույն բազմանդամի խմբավորման մի այլ ճանապարհ.

$$x^2-5xy+4y^2=(x^2-xy)-(4xy-4y^2)=$$
$$=x(x-y)-4y(x-y)=(x-4y)\cdot(x-y):$$

Վերջում նշենք, որ հաճախ բազմանդամները արտադրիչների վերլուծելու հնարավորություն են տալիս ***կրճատ բազմապատկման բանաձևերը:***

Օրինակ՝

$$x^2-2xy+y^2-x^2y^2=(x-y)^2-(xy)^2=$$
$$=(x-y-xy)(x-y+xy):$$

Թեմա 1.8. ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

1. Առնչություն: Ձեզանից յուրաքանչյուրը ամեն օր գնում է դպրոց, մտնում է դասասենյակ, նստում է իր նստարանին, մասնակցում է դասերին: Բոլոր այս իրադրություններում՝ գնալով, մտնելով, մասնակցելով, դուք փոխհարաբերության մեջ եք մտնում ինչ-որ առարկաների հետ: Դուք կարող եք փոխհարաբերության մեջ մտնել մարդկանց հետ. հանդիպել ձեր ընկերոջը, լսել ուսուցչին, սիրել որևէ մեկին: Իրար հետ կարող են փոխհարաբերության մեջ մտնել առարկաները. գիրքը կարող է լինել գրասեղանի վրա, ծաղիկը դրված լինել ծաղկամանի մեջ, խնձորը կախված լինել ծառից: Բոլոր այս իրադրությունները հանրահաշվի լեզվով նկարագրելիս նրանցում մասնակցող առարկաների կամ տարրերի փոխհարաբերությունը նշելու համար մենք կօգտագործենք «առնչվել» բայը: Մենք կասենք. աշակերտը առնչվում է ուսուցչի հետ, գիրքը առնչվում է գրասեղանի հետ, խնձորը առնչվում է ծառի հետ:

Բերենք «առնչվել» բայի գործածության ևս մի քանի օրինակ:

ա. Յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է իր դասագրքի հետ, երբ սովորում է դասը:

բ. Յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է իր դպրոցի հետ:

գ. Յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է իր ուսուցչի հետ:

դ. Յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է մի բնական թվի հետ, որը ցույց է տալիս այդ մարդու ծննդյան տարեթիվը:

ե. Յուրաքանչյուր մարդու տարիքը ցույց տվող թիվը առնչվում է այդ մարդու հետ:

զ. Յուրաքանչյուր մեծություն առնչվում է մի իրական թվի՝ իր թվային արժեքի հետ:

է. Քաղաքի յուրաքանչյուր փողոց առնչվում է տվյալ քաղաքի հետ:

Իրար հետ առնչվում են նաև մեծությունները՝ մեծությունների համեմատման ընթացքում: Մեծությունների համեմատման ընթացքը մենք անվանել ենք համեմատականություն: Տարրերի առնչման ընթացքը անվանենք ***առնչություն***: Այսպիսով՝ առնչութուն է, մասնավորապես, յուրաքանչյուր համեմատականությունը:

Դիտարկենք հետևյալ երկու առնչությունները:

ա. Յուրաքանչյուր մարդու առնչությունը իր ծննդյան տարեթվի հետ:

բ. Յուրաքանչյուր տարեթվի առնչությունը այն մարդու հետ, որը ծնվել է այդ տարեթվին:

Թեպետ և այս առնչություններն ունեն արտաքին նմանություն, բայց նրանց մեջ կա մի սկզբունքային տարբերություն: Ո՞րն է այն:

Քննարկենք ա առնչությունը: Դիցուք՝ *a* մարդը ծնվել է *b* թվականին: Այս *a* մարդը առնչվում է *b* տարեթվի հետ և այլ տարեթվի հետ նույն իմաստով չի կարող առնչվել, քանի որ յուրաքանչյուր մարդ ծնվում է միայն մեկ անգամ:

Քննարկենք երկրորդ առնչությունը: Դիցուք՝ *b* թվականին ծնվել է *a* մարդը: Այս *b* տարեթիվը առնչվում է *a* մարդու հետ: Բայց նույն *b* տարեթվին կարող է ծնված լինել նաև մի այլ՝ *c* մարդ, և *b*-ն կառնչվի նաև այդ *c* մարդու հետ: Օրինակ՝ 1869 թվականը առնչվում է և՛ Կոմիտասի հետ, և՛ Հովհաննես Թումանյանի հետ, որովհետև երկուսն էլ ծնվել են այդ թվականին:

2. Ֆունկցիա: Ավելի կարևոր են այն առնչությունները, որոնցում դիտարկվող յուրաքանչյուր տարր առնչվում է միայն մեկ տարրի հետ: Այդպիսի առնչությունները անվանվում են ***ֆունկցիաներ***:

Բերենք ֆունկցիաների մի շարք օրինակներ և ժխտօրինակներ:

ա. Դիցուք՝ յուրաքանչյուր փողոց առնչվում է այն քաղաքի հետ, որում գտնվում է: Քանի որ յուրաքանչյուր փողոց գտնվում է միայն մեկ քաղաքում, ապա ստացված առնչությունը ֆունկցիա է: Դիցուք՝ յուրաքանչյուր քաղաք առնչվում է այդ քաղաքի փողոցի հետ: Ստացված առնչությունը ֆունկցիա չէ, որովհետև միևնույն քաղաքը կունենա շատ փողոցներ և կառնչվի մեկից ավելի փողոցների հետ:

բ. Յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է երկարության քանակության հետ, երբ նշվում է նրա հասակը: Քանի որ մարդու հասակը տվյալ պահին մեկն է, ապա յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է երկարության մեկ քանակության հետ: Հետևաբար՝ առնչությունը ֆունկցիա է:

գ. Յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է զանգվածի քանակության հետ, երբ նշվում է նրա քաշը: Քանի որ մարդու քաշը տվյալ պահին մեկն է, ապա յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է զանգվածի մեկ քանակության հետ: Հետևաբար՝ առնչությունը ֆունկցիա է:

դ. Յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է որևէ թվանշանի հետ՝ ինչ-որ առարկայից տարեկան գնահատականներ ստանալիս: Առնչությունը ֆունկցիա է: Իսկ երբ նշվում է տվյալ առարկայի առաջադիմությունը, ապա յուրաքանչյուր գնահատական առնչվում է որևէ աշակերտի հետ: Միևնույն գնահատականը կարող են ունենալ տարբեր աշակերտներ: Հետևաբար՝ միևնույն գնահատականը կարող է առնչվել մեկից ավելի աշակերտների հետ: Ուրեմն՝ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

ե. Յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է ինչ-որ քաղաքի հետ, երբ նշվում է այն քաղաքը, որտեղ երբևէ եղել է տվյալ մարդը: Առնչությունը ֆունկցիա չէ, որովհետև կան մարդիկ, որոնք եղել են բազմաթիվ քաղաքներում:

զ. Դահլիճի յուրաքանչյուր հանդիսական առնչվում է մի նստատեղի հետ, երբ դիտարկվում է դահլիճի զբաղվածությունը ինչ-որ միջոցառման ընթացքում: Առնչությունը ֆունկցիա է:

է. Երբ ասում ենք, թե կինոդահլիճում նստած յուրաքանչյուր հանդիսական պետք է լավ տեսնի էկրանը, առնչում ենք կինոդահլիճը յուրաքանչյուր հանդիսականի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա չէ: Կինոդահլիճի յուրաքանչյուր նստատեղ առնչում են մուտքի մեկ տոմսի հետ՝ որևէ ֆիլմի ցուցադրումից առաջ: Այդ առնչությունը ֆունկցիա է:

ը. Յուրաքանչյուր սենյակ առնչվում է մակերեսի քանակության հետ, երբ որոշվում է տվյալ սենյակի տարածքը: Առնչությունը ֆունկցիա է:

թ. Յուրաքանչյուր ճանապարհ առնչվում է երկարության քանակության հետ, երբ նշվում է ճանապարհի երկարությունը: Առնչությունը ֆունկցիա է:

ժ. Յուրաքանչյուր ապրանք առնչվում է դրամի քանակության հետ, երբ որոշվում է նրա արժեքը: Առնչությունը ֆունկցիա է:

ի. Յուրաքանչյուր արկղ առնչվում է ծավալի քանակության հետ, երբ որոշվում է նրա տարողությունը: Առնչությունը ֆունկցիա է:

լ. Յուրաքանչյուր երկիր առնչվում է իր հարևան երկրի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա չէ:

Դիտարկենք մի քանի թվային օրինակներ և ժխտօրինակներ:

ա. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է, որովհետև այդ կերպ յուրաքանչյուր թիվ առնչվում է միայն մեկ թվի հետ:

բ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր $-x$ հակադիրի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է, որովհետև թվի հակադիրը միակն է:

գ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր $1/x$ հակադարձի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

դ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր $|x|$ մոդուլի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

ե. Յուրաքանչյուր x իրական թվի $|x|$ մոդուլը առնչենք այդ x թվի հետ: 2 թիվը, օրինակ, 2 և -2 թվերի մոդուլն է: Հետևաբար՝ 2 -ը միաժամանակ առնչվում է 2 և -2 թվերի հետ: Այսինքն՝ 2 -ը միաժամանակ առնչվում է մեկից ավելի թվերի հետ: Ուրեմն՝ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

զ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր քառակուսու հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

է. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր խորանարդի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

ը. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր քառակուսի արմատի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է: Իսկ եթե յուրաքանչյուր թիվ առնչենք այն թվի հետ, որի քառակուսին հավասար է տրված թվին, ապա այդ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

թ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր խորանարդ արմատի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

3. Ֆունկցիայի գրառումը: Յուրաքանչյուր ֆունկցիա հանրահաշվի ուսումնասիրության առարկա է, և նրա նշանակման համար, հանրահաշվում ընդունված սովորությամբ, կարելի է գործածել որևէ տառ կամ նշան: Սովորաբար, ֆունկցիաները նշանակելու համար գործածվում են լատինական կամ հունական այբուբենների միջին տառերը՝ ϕ, φ, f, g,...

Գոյություն ունեն, սակայն, ֆունկցիայի գրառման այնպիսի ձևեր, որոնք ավելի շատ տեղեկություններ են պարունակում տվյալ ֆունկցիայի մասին, քան նրա անվանումն է կամ որևէ տառով կամ նշանի միջոցով գրառումը:

Համեմատականությունները գրառելիս, օրինակ, մենք օգտագործեցինք սլաքները: Նման գործածության առավելությունը ակներև է. $a \to b$ նշանակումը ցույց է տալիս նաև համեմատականության համեմատական անդամները: Մինչդեռ համեմատականության որևէ տառով նշանակումը նման տեղեկություն չի պարունակում: Իհարկե՝ հասկանալի է, որ համեմատական անդամների միջոցով համեմատականությունը տալու համար մենք պետք է ունենանք նրա բոլոր համեմատական անդամները: Ասվածը կիրառվում է նաև ֆունկցիաների նշանակման դեպքում:

Օրինակներ:

ա. Դիցուք՝ f ֆունկցիան $1, -2, 3, -4$ թվերից յուրաքանչյուրը առնչում է իր նշանի՝ + կամ – տարրի հետ: Այդ ֆունկցիան կարելի է տալ $\{1, -2, 3, -4\}$ և $\{+, -\}$ բազմությունների տարրերի հետևյալ առնչությամբ.

$$1 \to +,\ -2 \to -,\ 3 \to +,\ -4 \to -:$$

բ. Դիցուք՝ g ֆունկցիան 1, 2, 3, 4 թվերից յուրաքանչյուրը առնչում է իր զույգության հետ: Այդ ֆունկցիան կարելի է տալ $\{1, 2, 3, 4\}$ և {զույգ, կենտ} բազմությունների տարրերի հետևյալ առնչությամբ.

$1 \to$ կենտ, $2 \to$ զույգ, $3 \to$ կենտ, $4 \to$ զույգ:

գ. Յուրաքանչյուր աշխարհամաս առնչենք նրա տարածքի հետ: Այդ առնչությունը ֆունկցիա է, որի մեջ առնչվող տարրերն են.

Եվրոպա $\to 10{,}2$ մլն. քառ. կմ,

Ասիա $\to 44{,}4$ մլն. քառ. կմ,

Ամերիկա $\to 42{,}1$ մլն. քառ. կմ,

Աֆրիկա $\to 29{,}9$ մլն. քառ. կմ,

Ավստրալիա $\to 8{,}9$ մլն. քառ. կմ:

Անտարկտիդա $\to 13{,}9$ մլն. քառ. կմ:

Տառերով նշանակված ֆունկցիաների համար նույնպես մենք կարող ենք պատկերել առնչվող տարրերը: Եթե ունենք f ֆունկցիան, ապա այն տարրը, որի հետ առնչվում է x տարրը, կգրառենք $f(x)$ տեսքով: Այստեղ $f(x)$ ամենևին չի նշանակում f-ի և x-ի արտադրյալը. f-ը և x-ը իրար հետ հնարավոր էլ չէ բազմապատկել: Ուղղակի՝ $f(x)$ նշանով գրառվում է f ֆունկցիայի ընթացքում x տարրի հետ առնչվող միակ տարրը: Այստեղ x-ը և $f(x)$-ը առնչվող տարրերն են: Այսինքն՝ $x \to f(x)$: Այսպիսով՝ եթե f ֆունկցիայի ընթացքում x տարրի հետ առնչվող միակ տարրը նշանակենք y-ով, ապա կունենանք

$$y = f(x)$$

հավասարումը:

Օրինակներ.

ա. Նշանակենք $f(x)$-ով x մարդու տարիքը: Այստեղ f-ը ֆունկցիան է, որը առնչում է յուրաքանչյուր x մարդուն նրա $f(x)$ տարիքի հետ: Եթե, ասենք, Հայկը 5 տարեկան է, ապա մենք կգործածենք ձեզ համար անսովոր մի հավասարություն՝

$$f \text{ (Հայկ)} = 5 \text{ տարի:}$$

Հասկանու՞մ եք, որ « f (Հայկ) = 5 տարի» հավասարությունը «Հայկը 5 տարեկան է» նախադասության մի այլ գրառումն է:

բ. Նշանակենք $g(x)$ -ով x մարդու հասակը: Այստեղ g -ն ֆունկցիան է, որը առնչում է յուրաքանչյուր x մարդուն նրա $g(x)$ հասակի հետ: Եթե, ասենք, Տիրայրի հասակը 150 սմ է, ապա մենք ստանում ենք ձեզ համար անսովոր մի այլ հավասարություն՝

$$g \text{ (Տիրայր)} = 150 \text{ սմ :}$$

Այս հավասարությունն էլ «Տիրայրի հասակը 150 սմ է» նախադասության մի այլ գրառումն է:

գ. Նշանակենք $h(x)$ -ով x պետության տարածքը 1999 թվականին: Այդ դեպքում h -ը ֆունկցիա է, և առնչվող տարրերը կարող ենք գրել հետևյալ հավասարությունների միջոցով.

h (Հայաստանի Հանրապետություն) = 29740 քառ. կմ,

h (Ռուսաստան) = 17 075 400 քառ. կմ,

h (Ֆրանսիա) = 551 600 600 քառ. կմ,

h (ԱՄՆ) = 9 363 200 քառ. կմ,

h (Չինաստան) = 9 597 000 քառ. կմ,

h (Գերմանիա) = 379 200 քառ. կմ:

դ. Այժմ $j(x)$ -ով նշանակենք x երկրի մայրաքաղաքը 2008 թվականին: Այդ դեպքում j -ն ֆունկցիա է, որի առնչվող տարրերը կարող ենք գրել հետևյալ հավասարությունների միջոցով.

j (Հայաստանի Հանրապետություն) = Երևան,

j (Ռուսաստան) = Մոսկվա,

j (Ֆրանսիա) = Փարիզ,

j (ԱՄՆ) = Վաշինգտոն,

j (Չինաստան) = Պեկին,

j (Գերմանիա) = Բեռլին:

Եթե տրված է f ֆունկցիան, ապա $y = f(x)$ բանաձևը կարելի է դիտել որպես հավասարում: Այդ դեպքում x -ը և y -ը կդիտվեն որպես փոփոխականներ: x փոփոխականի յուրաքանչյուր արժեքի համար

$y = f(x)$ հավասարումը թույլ է տալիս գտնելու y փոփոխականի ճիշտ մեկ արժեք: Սա նկատի ունենալով՝ x փոփոխականը երբեմն անվանում ենք ***անկախ*** փոփոխական, իսկ y -ը՝ ***կախյալ*** փոփոխական: Անկախ փոփոխականը երբեմն անվանվում է նաև ֆունկցիայի ***արգումենտ***, իսկ կախյալ փոփոխականը՝ ***ֆունկցիա***: Կախյալ փոփոխականի ընդունած արժեքները կոչվում են նաև ***ֆունկցիայի արժեքներ***:

4. Աղյուսակներ և ֆունկցիաներ: Բացեք յուրաքանչյուր հանրագիտարան և դուք այնտեղ կգտնեք բազմաթիվ աղյուսակներ: Գոյություն ունեն գիտության տարբեր բնագավառներին նվիրված, նաև՝ հանրամատչելի բազմաթիվ տեղեկատուներ, որոնց նյութի զգալի մասը ամփոփված է զանազան աղյուսակներում: Դիտարկենք այդպիսի մի քանի աղյուսակներ:

ա. ***Տվյալներ աշխարհամասերի մասին***

Բերենք աշխարհամասերի վերաբերյալ այլ տվյալներ պարունակող աղյուսակ:

Աղյուսակի 1 -ին սյունակի մեջ գրված են նորից աշխարհամասերի անունները: Երկրորդ սյունակում յուրաքանչյուր աշխարհամասի դիմաց գրված է, թե տվյալ աշխարհամասը ողջ ցամաքի ո՞ր տոկոսն է կազմում:

Աշխարհամասը	Ցամաքի մակերեսի %-ը
Ասիա	29,8
Ամերիկա	28,5
Աֆրիկա	19,6
Անտարկտիդա	9,3
Եվրոպա	6,8

Այսպիսով՝ աղյուսակը պատկերում է մի ֆունկցիա, որը ցույց է տալիս, թե յուրաքանչյուր աշխարհամաս երկրագնդի ողջ ցամաքի ո՞ր տոկոսն է կազմում: Եթե աղյուսակով պատկերված ֆունկցիան նշանակենք g -ով, ապա կունենանք. g (Ասիա) = 29,8%, g (Եվրոպա) = 6,8%, և այլն:

Կարելի էր բերված երկու աղյուսակները միավորել մեկ աղյուսակի մեջ: Ավելին՝ այդ երկու աղյուսակներում նշված տվյալներից բացի, կարելի էր դիտարկել աշխարհամասերի վերաբերյալ այլ տվյալներ ևս: Եվ բոլոր այդ տվյալները պատկերել մեկ աղյուսակով, որը պատկերված է ներքևում:

Այնտեղ, չնայած աղյուսակը մեկն է, բայց նրանով միաժամանակ պատկերված են մի քանի ֆունկցիաներ: Աղյուսակի առաջին սյունակում գրված են աշխարհամասերի անունները: Երկրորդ սյունակը պատկերում է աշխարհամասերի տարածքները: Յուրաքանչյուր աշխարհամասի անվան դիմաց գրված է այդ աշխարհամասի տարածքը՝ միլիոն քառ. կմ -երով:

Աշխարհամասը	Տարածքը՝ մլն քառ.կմ	Ցամաքի մակերեսի %-ը	Միջին բարձրությունը	Ամենաբարձր կետը	Ամենացածր կետը
Ասիա	44,4	29,8	950 մ	8848 մ	-395 մ
Ամերիկա	42,1	28,5	650 մ	6960 մ	-85 մ
Աֆրիկա	29,9	19,6	750 մ	5895 մ	-153 մ
Անտարկտիդա	13,9	9,3	2200 մ	5140 մ	-
Եվրոպա	10,2	6,8	300 մ	4807 մ	-28 մ
Ավստրալիա	8,9	6,0	340 մ	2230 մ	-12 մ
	f	g	h	ϕ	η

Այսինքն՝ մենք ունենք f ֆունկցիան, որը, ինչպես և աղյուսակի առաջին և երկրորդ սյունակները միասին, ցույց են տալիս աշխարհամասերի տարածքները:

Աղյուսակի առաջին և երրորդ սյունակները պատկերում են g ֆունկցիան, որը ցույց է տալիս, թե յուրաքանչյուր աշխարհամաս երկրագնդի ողջ ցամաքի ո՞ր տոկոսն է կազմում:

բ. ***Տվյալներ օվկիանոսների մասին***

Այս աղյուսակի առաջին սյունակը պատկերում է օվկիանոսները, երկրորդ սյու-նակը՝ նրանց տարածքները: Յուրաքանչյուր օվկիանոսի անվան դիմաց գրված է նրա տարածքը՝ միլիոն քառ. կմ-երով: Այսպիսով՝ յուրաքանչյուր օվկիանոս առնչվում է իր տարածքի հետ, և մենք ունենք μ ֆունկցիան, որը, ինչպես և աղյուսակի առաջին և երկրորդ սյունակները միասին, ցույց է տալիս օվկիանոսների տարածքները: Մասնավորապես՝

μ(Խաղաղական) = 178,7 մլն.քառ.կմ:

Օվկիանոսները	Տարածքը՝ մլն քառ.կմ	Միջին խորությունը՝ մ	Ամենամեծ խորու-թյունը՝ մ	Ծավալը՝ մլն խոր. կմ
Ատլանտյան	91,7	3597	8742	329,7
Հնդկական	76,2	3711	7209	282,7
Խաղաղական	178,7	3976	11022	710,4
Հյուսիսային Սառուցյալ	14,8	1225	5527	18,1
	μ	ρ	η	ϕ

Աղյուսակի առաջին սյունակի հետ միասին, նրա երրորդ, չորրորդ և հինգերորդ սյունակներից յուրաքանչյուրը պատկերում է մեկ առանձին ֆունկցիա: Այսպիսով՝ ամբողջ աղյուսակը միաժամանակ պատկերում է չորս ֆունկցիա՝ μ, ρ, η, ϕ:

գ. Ժամանակի հաշվարկները

Այս աղյուսակի առաջին սյունակում տրված են հիմնական տոմարների անվանումները, երրորդ սյունակում՝ դրանցից յուրաքանչյուրի գործադրման սկիզբը. յուրաքանչյուր տոմարինը՝ իր տողում: Այսպիսով՝ մենք ունենք մի g ֆունկցիա, որը համեմատում է տոմարները նրանց գործադրման սկիզբների հետ: Աղյուսակի առաջին և երկրորդ սյունակները կազմում են f ֆունկցիան, որը ցույց է տալիս յուրաքանչյուր տոմարի հաշվարկի սկիզբը համարվող իրադարձությունը:

Աղյուսակով կարելի է պատկերել նաև երկու վերջավոր բազմությունների տարրերի միջև եղած առնչությունը: Օրինակ՝ դիտարկենք հետևյալ աղյուսակները:

1	2	3	4
ա	բ	գ	դ

1	1	2	3
ա	բ	գ	դ

Նրանցից առաջինում վերին տողում գրված են 1, 2, 3, 4 տարրերը, իսկ ստորին տողում՝ նրանց հետ առնչվող ա, բ, գ, դ տարրերը: Վերին տողում յուրաքանչյուր տարր գրված է մեկ անգամ: Այսինքն՝ յուրաքանչյուր տարր առնչվում է մեկ տարրի հետ: Ուրեմն՝ առնչությունը ֆունկցիա է:

Երկրորդ աղյուսակում 1 տարրը գրված է երկու անգամ. մի դեպքում նրա տակ գրված է ա տարրը, մյուս դեպքում՝ բ տարրը: Այսինքն՝

առնչության ընթացքում 1 տարրը առնչվում է մեկից ավելի տարրերի հետ: Ուրեմն՝ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

Աղյուսակներով տրված ֆունկցիաներ

Հորիզոնական (ուղղաձիգ) աղյուսակով տրված առնչությունը ֆունկցիա է այն և միայն այն դեպքում, եթե նրա վերին տողի (ձախ սյան) մեջ կրկնվող տարրեր չկան:

Այստեղ կատարենք մի կարևոր դիտողություն: Երբ մենք ֆունկցիաները պատկերում ենք աղյուսակների միջոցով, ապա ենթադրում ենք, որ նրանցում առնչվող տարրերի յուրաքանչյուր զույգը գրվում է միայն մեկ անգամ:

Հաճախ ֆունկցիաները պատկերվում են աղյուսակների միջոցով: Նման դեպքերում նախ աղյուսակի առաջին տողում հաջորդաբար գրվում են առնչվող տարրերը: Այնուհետև՝ երկրորդ տողում՝ յուրաքանչյուր a տարրի տակ գրվում է այն b տարրը, որը տրված ֆունկցիան առնչում է a տարրի հետ:

Օրինակ՝ նախորդ դասին դիտարկված f և g ֆունկցիաները պատկերվում են հետևյալ աղյուսակներով.

1	– 2	3	– 4
+	–	+	–

f ֆունկցիայի աղյուսակը

1	2	3	4
կենտ	զույգ	կենտ	զույգ

g ֆունկցիայի աղյուսակը

Այստեղ մենք ֆունկցիաները պատկերեցինք հորիզոնական աղյուսակներով: Բայց ավելի հաճախ դրանք պատկերվում են ուղղաձիգ աղյուսակներով՝ ինչպես դասի սկզբում բերված բազմաթիվ օրինակները:

Առաջին սյան մեջ գրված տարրերի դիմաց՝ նույն տողում գրվում են նրանց հետ առնչվող տարրերը:

1	+
–2	–
3	+
– 4	–

f

1	կենտ
2	զույգ
3	կենտ
4	զույգ

g

ԳԼՈՒԽ 2

ԴԱՍԱԳՐՔԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴԼԱՅՆՄԱՆԸ ԵՎ ԽՈՐԱՑՄԱՆԸ ՆՊԱՍՏՈՂ ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԵՎ ՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐ ԴՐԱՆՑԻՑ ՕԳՏՎԵԼՈՒ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Առաջադրանքներ ըստ դասագրքի թեմաների.

2.1. Հանրահաշվի լեզուն

2.2. Հանրահաշիվը կիրառական միջավայրում

2.3. Բազմանդամներ

2.4. Բազմություններ

2.5. Ֆունկցիաներ

2.6. Այլ խնդիրներ

Ցուցումներ առաջադրանքներից օգտվելու վերաբերյալ

Այս բաժնի նյութերը ընտրված են ըստ «Հանրահաշիվ 7» դասագրքի թեմաների: Դրանցից կարող են օգտվել բոլոր աշակերտները՝ անկախ հանրահաշվից ունեցած ուսումնական առաջադիմությունից: Ի տարբերություն առաջադրանքների դասագրքային տրոհման, այստեղ առաջադրված խնդիրները չեն առանձնացվում ըստ իմացության մակարդակների: Դրանք առաջին հերթին ուղղված են հանրահաշվական հմտությունների ձևավորմանը:

Թեմա 2.1. Հանրահաշվի լեզուն

1. Թիվը գրեք տասնորդական կոտորակի տեսքով.

ա. $1/4$, բ. $1/5$, գ. $-7/100$, դ. $-4/200$:

2. Գրեք երկու թվեր, որոնք ընկած լինեն $1\frac{9}{11}$ և $1\frac{19}{21}$ թվերի միջև:

3. Գրեք հանրահաշվական արտահայտություն, որը պարունակի չորս գործողություններից յուրաքանչյուրը և.

ա. տառեր չպարունակի,
բ. թվեր չպարունակի,
գ. պարունակի միևնույն թվով տառեր լատինական և հունական այբուբեններից,
դ. թվեր չպարունակի, պարունակի միայն a տառը և չորս փակագիծ:

4. Հանրահաշվի այբուբենի քանի՞ տարր է գործածված հետևյալ արտահայտության մեջ.

ա. $2{,}3(x+y)-(0{,}11-3xy)xyz$, բ. $((a-b)-3)-(((1-x)+7):3)$:

5. Կազմեք արտահայտություն, որը պարունակի լատինական այբուբենի բոլոր տառերը և.

ա. 46 փակագիծ, բ. 48 փակագիծ:

6. Ա՞ջ, թե՞ ձախ փակագիծ է արտահայտության.

ա. ամենաձախ փակագիծը, բ. ամենաաջ փակագիծը:

7. Կարդացեք հայերեն.

ա. $x+2y$, բ. $a+b-(a-b)$, գ. $(a:b):c$, դ. $a:(b:c)$,
ե. $x(a+b)$, զ. $(xa)+b$, է. $(a-b)(c+d)$, ը. $a-bc+d$:

8. Գրեք հանրահաշվորեն

ա. թվի կեսը,
բ. թվի քառորդը,
գ. երկու թվերի տարբերության երրորդ մասը,
դ. երկու թվերի գումարի կեսի կեսը,
ե. երկու թվերի գումարի տասնապատիկը,
զ. մի թվի ութնապատիկի և մյուս թվի կրկնապատիկի քանորդը,
է. երկու թվերի գումարի և արտադրյալի հարաբերությունը:

9. Կատարեք գործողությունները.

ա. $8+4-6+2\cdot 4$, բ. $10\cdot 3-6\cdot 2+\frac{8}{2}$,

գ. $4\cdot\frac{10}{5}-2:4$, դ. $25:\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}:5\cdot 2$:

Լուծում:

դ. $$25:\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}:5\cdot 2=\left(\left(\left(25:\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{5}\right):5\right)\cdot 2=(10:5)\cdot 2=2\cdot 2=4:$$

10. Արտահայտության մեջ բաց թողեք հնարավոր բոլոր փակագծերը.

ա. $(x:(2y))(3z)$, բ. $x+((a/b)-(zx))$,

գ. $((1+x)-y)(1/x)$, դ. $((x-y)-(y/2))$:

Լուծում: գ. $((1+x)-y)\cdot\left(\dfrac{1}{x}\right)=(1+x-y)\cdot\dfrac{1}{x}$:

11. Լրացրեք աղյուսակը.

ա.

x	$2x$	x-1	0,2x	x+1	-4x+3	0,1x+2,5
1						
0,25						
1/2						
1/2+0,25						

բ.

x	y	$x+y$	$2x-y$	$x+y+1$	$-4x+3y$	$0,1x+2,5y$
7	8					
2,5	-2,5					
3/2	5/2					

գ.

x	y	z	$z+y+z$	$-4x+3y-8z$	$2xy-3z+1$	$xy+xz+yz$
-1	3	8				
1/2	-2/3	1/6				
0,25	3,4	2,2				
-0,1	3/5	-1,3				

12. Ինչպե՞ս է գրառվում թվաբանության մեջ «3 և 5 թվերի գումարը հավասար է 8-ի» նախադասությունը:

13. Հետևյալ նախադասությունները գրառեք հանրահաշվորեն:
ա. երկու և երեք թվերի արտադրյալը հավասար է վեցի:
բ. Հինգի և ութի գումարը տասներեք է:
գ. 3 -ի և x-ի տարբերությունը y է:

14. Ապացուցեք, որ բանաձևերը դառնում են հավասարություն նրանցում մասնակցող անհայտների կամայական թվային արժեքների դեպքում.
ա. $1+(a-2)=(1+a)-2$, բ. $2\cdot(x+y)=2\cdot x+2\cdot y$,
գ. $3(a-b)=3a-3b$, դ. $(z+t)(2-x)=z\cdot 2-zx+t\cdot 2-tx$:

15. Վանդակի փոխարեն գրեք բաց թողնված արտահայտությունը՝ օգտվելով հավասարության անդրադարձելիության օրենքից.
ա. $5=\ $, բ. $\ =-1$, գ. $x=\ $, դ. $\ =a-b$:

16. Ապացուցեք և փաստարկեք, որ.
ա. եթե $a=x$ և $x=1$, ապա $1=a$, բ. եթե $2=a$ և $a=y$, ապա, $y=2$,
գ. եթե $a=y$ և $4=y$, ապա $a=4$, դ. եթե $b=c$ և $5=c$, ապա $5=b$:

դ.

Ապացուցումը	***Փաստարկները***
$5=c$	պայմանը
$c=5$	հավասարության համաչափության օրենքը
$b=c$	պայմանը
$b=5$	հավասարության փոխանցելիության օրենքը
$5=b$	հավասարության համաչափության օրենքը

17. Ճշմարի՞տ է, որ.

ա. եթե $x = y,\ x = z$, ապա $y = z$,

բ. եթե $x = y,\ x = z$, ապա $z = y$,

գ. եթե $x = y,\ y = z,\ z = t$, ապա $t = x$:

18. Արդյո՞ք իրար հավասար են $2x + 1 = 2 + x$ հավասարման աջ և ձախ մասերը x անհայտի հետևյալ արժեքների դեպքում.

ա. 0, բ. 1, գ. 2, դ. 10:

19. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $x + y$, երբ $x = 1,\ y = 2$, բ. $y + x$, երբ $x = 1,\ y = 2$,

գ. $1 + x + y$, երբ $x = 2,\ y = 4$, դ. $2 + x + y$, երբ $x = 2,\ y = 4$:

Պարզեցրեք արտահայտությունը (20-21):

20. ա. $-8 + x + 7$, բ. $x + 3 + x + 10$,

գ. $6 + x + (-3) + 5x$, դ. $0{,}5 + y + 0{,}1 + y$:

21. ա. $1 + x + 6$, բ. $-8{,}1 + 2x + (-1{,}9)$,

գ. $-\dfrac{3}{2} + y + \dfrac{7}{2}$, դ. $2\dfrac{1}{2} + x + 1\dfrac{1}{2} + y + 7$:

22. Արդյո՞ք բանաձևը հավասարություն է.

ա. $y + 1 = 1 + x$, բ. $2x + y = 2y + x$,

գ. $x + 2 + y = y + 2 + x$, դ. $x + 3y + z = 3y + z + x$:

23. Գումարման ո՞ր օրենքներն են օգտագործվել հավասարությունը գրելիս.

ա. $(95 + 6) + 5 = 100 + 6$, բ. $91 + (a + 4) = 95 + a$,

գ. $(a + 2) + c = a + c + 2$, դ. $(a + 3) + (b + 2) = (a + b) + 5$:

24. Արդյո՞ք բանաձևը հավասարություն է.

ա. $b + 3 + n + a + c + 5 = 8 + a + b + c + n$,

բ. $-7 + x + 2 + y + 3 + z + 2 + t = t + z + y + x$:

25. Դիցուք $x = y$: Ցույց տվեք, որ.

ա. $x + 1 = 1 + y$, բ. $1 + x + a = y + a + 1$,

գ. $a + x + b = b + y + a$, դ. $z + 2 + y = x + 1 + z + 1$:

26. Ապացուցեք, որ եթե $x = 1$, ապա.

ա. $x + 1 = 2$, բ. $x + 3 = 4$, գ. $x + 10 = 11$:

27. Այսօր մենք հաճախ ենք լսում ավտոմեքենաների և ինքնաթիռների աղետների մասին, և թվում է, թե մի հարյուր տարի առաջ, դրանց բացակայության ժամանակներում, երբ հիմնական փոխադրամիջոցները ծիակառքեր էին, աղետներ չկային: Սակայն, դրանք եղել են և այնքան հաճախ, որ ստիպել են պրուսական կառավարությանը հատուկ զբաղվելու բանակում ծիակառքերի աղետի խնդրով: Ստորև տրված են պրուսական բանակի 11 կորպուսներից յուրաքանչյուրում ծիակառքերի աղետների հետևանքով 10 տարիների ընթացքում տեղի ունեցած մահացությունների թվերը: Տրված են նաև դրանց գումարները՝ ըստ տարիների և ըստ կորպուսների:

ա. Մահացությունների ընդհանուր թիվը 79 է: Այդ թիվը կստանանք, եթե գումարենք մահացությունների ընդհանուր գումարներն ըստ տարիների և ըստ կորպուսների: Ինչո՞ւ:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	ընդամենը
1880	3	2	1	1	1				2	1	4	15
1881			2	1			1		1			5
1882	2					1		1	1	2	1	8
1883		1	2		1	2	1		1		3	11
1884		1					1			2		4
1885						1			2		1	4
1886	1			1	1	1			1		1	6
1887	1	2	1			3	2	1	1		1	12
1888	1	1			1	1					1	5
1889		1	1		1	1			1	2	2	9
ընդհ. թիվը	8	8	7	3	5	10	5	2	10	7	14	79

բ. Նշանակենք x-ով որևէ տարում բոլոր կորպուսներում, իսկ y-ով՝ որևէ կորպուսում բոլոր տարիներին մահացությունների ընդհանուր թիվը: Ինչի՞ է հավասար x-ի (y-ի) ամենամեծ արժեքը և ամենափոքր արժեքը:

գ. Նշանակենք a-ով կորպուսների մի մասում, իսկ b-ով՝ մնացած մասում բոլոր տարիներին կատարված մահացությունների ընդհանուր թիվը: Նշանակենք c-ով որոշ տարիների բոլոր կորպուսներում կատարված, իսկ d-ով՝ մնացած տարիներին բոլոր կորպուսներում կատարված մահացությունների ընդհանուր թիվը: Ինչո՞ւ $a+b=c+d$:

դ. Ի՞նչ գիտեք Պրուսիայի մասին:

28. Ցույց տվեք, որ.

ա. $-3\cdot(-5+6)+3=0$, բ. $-x+y+x=y$,

գ. $-a+1+b+a+(-b+(-1))=0$, դ. $x+2+a+(-x+1)=3+a$:

29. Գտեք x, y, z փոփոխականների՝ զրոյից տարբեր այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում արտահայտության արժեքը հավասար է 0-ի:

ա. $x+y+z$, բ. $x+2y+z$, գ. $x+y+(-x)$, դ. $2x+y+(-y)$:

30. Գտեք հետևյալ արտահայտության հակադիրը.

ա. 7, բ. -7, գ. 0, դ. x,

ե. $-y$, զ. $-a$, է. $a+1$, ը. $3+a$:

31. Ինչու՞ 1-ը 2-ի հակադիրը չէ:

32. Գտեք այն թիվը, որի հակադիրն է.

ա. $1{,}25$ և $-2{,}3$ թվերի գումարը,

բ. $1/5$ և $-5/3$ թվերի տարբերությունը,

գ. $23{,}2$ և $-11{,}4$ թվերի արտադրյալը,

դ. $-3{,}41$ և $1/4$ թվերի քանորդը:

33. Գտեք -111-ից մինչև 112 ամբողջ թվերի.

ա. գումարը, բ. արտադրյալը:

34. Կատարեք գործողությունները.

ա. $-(-x)+(-x)$, բ. $-x+(-(-x))$:

35. Ապացուցեք, որ կամայական a և b արտահայտությունների համար՝

ա. եթե $a+b=0$, ապա $a=-b$, բ. եթե $a=-a$, ապա $a=0$:

36. Ապացուցեք, որ կամայական a և b արտահայտությունների համար.

ա. եթե $a=-2a$, ապա $a=0$, բ. եթե $a+b=a$, ապա $b=0$:

37. Ապացուցեք, որ կամայական a արտահայտության համար.

ա. $-(a+1)=-a+(-1)$, բ. $-(-(-a))=-a$,

գ. $-(-(-(-a)))=a$, դ. $-0=0$:

38. Ապացուցեք, որ կամայական a և b արտահայտությունների համար.

ա. եթե $-a=-b$, ապա $a=b$, բ. եթե $-(-a)=-(-b)$, ապա $a=b$:

39. Պարզեցրեք արտահայտությունը, նշելով այն հատկությունները, որոնցից օգտվում եք պարզեցման ընթացքում.

ա. $-(x+1)+a+x+(-a+1)+2$, բ. $-x+2+b+(-(b+1))$,

գ. $-x+(-a)+x+(-(-(a)))$, դ. $-(-x)+y+(-(-(-a)))+(-y)$:

40. Ցույց տվեք, որ $a-a=0$:

41. Հետևյալ թվերից ո՞րն է հավասար $27{,}4-19{,}71$ տարբերությանը և ինչու՞.

ա. 10, բ. $8{,}3$, գ. $7{,}69$:

42. Կատարեք գործողությունը.

ա. $7-5$, բ. $7{,}5-8{,}6$, գ. $1/5-1/6$, դ. $3{,}4-3/2$,

ե $2a-1{,}5a$, զ. $5{,}5x-0{,}5x$, է. $1/2a-0{,}5a$, ը. $2{,}5x-1{,}1x$:

43. Ապացուցեք, որ՝

ա. $-0-(0-a)=a$, բ. $0-(0-(-a))=-a$:

44. Գրեք մի արտահայտություն, որի մեջ – նշանը գործածվի մի քանի անգամ և.

ա. բոլոր գործածություններն էլ նշանակեն հակադիրներ,

բ. բոլոր գործածություններն էլ նշանակեն տարբերություն,

գ. մասնակցի մեկ հակադիրի և մեկ տարբերության գործածություն:

45. Կատարեք գործողությունները.

ա. $3x+(-x+2)$, բ. $-6{,}3+7x+(4{,}2-3x)$,

գ. $(x+3)+(-4x+7)$, դ. $-2{,}6x+\frac{1}{3}-6x-\frac{5}{6}$:

46. Կատարեք գործողությունները.

ա. $x-(3+x)-(1-x)$, բ. $-(y-4)-(-y-7)+2$,

գ. $-(-(z-5))-(2-z)$, դ. $-(-(x-1{,}5))+x$,

ե. $-(z-5)-(-(z-3))$, զ. $(4+y)+(-(x+10))$:

47. Կիրառելով փակագծերի բացման կանոնը՝ կատարեք փակագծերի բացում.

ա. $2+(1+x-y)$, բ. $z-(3+x)$,

գ. $w-(x-y+z)$, դ. $a-(b-c-1)$:

48. Կիրառելով փակագծերի փակման կանոնը՝ կատարեք փակագծերի փակում.

ա. $x+1-y-b$, բ. $z-3+x$, գ. $w-x-y+z$:

49. Արտահայտությունը գրառեք առանց փակագծերի.

ա. $15-(a-3)$, բ. $7+(x-1{,}5)$,

գ. $-(a-6)+(2-a)$, դ. $3x-(2+3x)+x$,

ե. $-(-a-5)+(-a+12)$, զ. $-((x-a)-a)+(-(-x-a))$:

50. Պարզեցրեք արտահայտությունը և գտեք արժեքը.

ա. $(2b-5)-(3b-5)$, երբ $b=0{,}75$,

բ. $(5-2x)+(-2x+15)$, երբ $x=-0{,}2$,

գ. $11-((8-y)+(21y-2))$, երբ $y=-0{,}05$,

դ. $12-((2x+y+1)-(3-12x))$, երբ $x=1{,}1,\ y=-1{,}5$:

51. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $x-(1+x)+(1-x)$, բ. $12-a-(11-a)$,

գ. $43+x-(-42-x)$, դ. $-(15{,}1+z)-(-z-15)$:

52. Դիցուք $x=y$: Ցույց տվեք, որ.

ա. $x-1=y-1$, բ. $3+x-a=y-a+3$,

գ. $-a-x+b=b-y-a$, դ. $-z+3-y=-x-1-z+4$:

53. Գտեք x և y փոփոխականների այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում

$\frac{x}{3}+\frac{y}{5}$ արտահայտության արժեքը

ա. հավասար է 1 -ի, բ. հավասար չէ 1 -ի:

54. Գտեք x, y, z փոփոխականների այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում արտահայտության արժեքը հավասար է 1 -ի.

ա. $x+2y+z$, բ. $x+2y+2z$, գ. $x+0{,}1y-x$, դ. $x+y-x-y+z$:

55. Ցույց տվեք, որ եթե a -ն հակադարձ չունի, ապա $a=0$:

56. Գտեք այն թիվը, որը հետևյալ թվի հակադարձն է.

ա. $\frac{1}{2}$ և $\frac{2}{3}$ թվերի գումարի, բ. $\frac{1}{5}$ և $0{,}25$ թվերի արտադրյալի,

գ. $\frac{1}{8}$ և $-\frac{1}{12}$ թվերի քանորդի, դ. $2{,}3$ և $-1{,}2$ թվերի տարբերության:

57. Ինչու՞ 1 -ը -1 -ի հակադարձը չէ:

Կատարեք գործողությունները (59-60):

59. ա. $\frac{1}{x}\cdot 4\cdot x$, բ. $\frac{x}{y}\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{y}$, գ. $\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{a}\cdot 2\cdot a$, դ. $\frac{2}{3}\cdot x\cdot a\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{x}$:

60. ա. $\frac{1}{8}\cdot 48\cdot\frac{1}{6}$, բ. $6\cdot\frac{1}{1/2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1/2}$, գ. $\frac{1}{1/x}\cdot\frac{1}{x}$, դ. $\frac{1}{1/x}\cdot\frac{1}{1/x}$:

61. Ապացուցեք, որ.

ա. $1:\frac{1}{a}=a$, բ. $\frac{1}{2a}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a}$, գ. $1:(1:(1:a))=\frac{1}{a}$:

62. Պարզեցրեք արտահայտությունը` նշելով այն հատկությունները, որոնցից օգտվում եք պարզեցման ընթացքում.

ա. $\frac{1}{x\cdot y}\cdot a\cdot 2x\cdot\frac{1}{a:4}\cdot y$,   բ. $\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{a}\cdot x\cdot\frac{1}{1:(1:a)}$,

գ. $\frac{1}{x}\cdot 2\cdot b\cdot\frac{1}{b\cdot 4}$,   դ. $\frac{1}{1:x}\cdot y\cdot\frac{1}{1:(1:x)}\cdot\frac{1}{y}$:

63. Ինչու՞.

ա. $6:3=2$, բ. $a:a=1$, գ. $25:5=5$, դ. $a^2:a=a$,

ե. $a^3:a=a^2$, զ. $a^3:a^2=a$, է. $a:a^2=\frac{1}{a}$, ը. $a^2:a^3=\frac{1}{a}$:

64. Ինչու՞ 25 -ի և 5 -ի հարաբերությունը հավասար չէ 4 -ի:

65. Հետևյալ արտահայտություններից ո՞րն է $54x$ և $9x$ արտահայտություն-ների հարաբերությունը և ինչու՞ .

ա. $6a$, բ. $6x$, գ. 6, դ. $6ax$:

67. Կրճատեք կոտորակը.

ա. $\frac{3x}{4x}$, բ. $\frac{2x}{2}$, գ. $\frac{8y}{24y}$, դ. $\frac{-2xy}{10xz}$,

ե. $\frac{7x(z-1)}{49(x-1)}$, զ. $\frac{4ab}{-12bc}$, է. $\frac{25y^2z}{15yx}$, ը. $\frac{-21abc^2}{49a^2c}$:

68. Արդյո՞ք իրար հավասար են կոտորակները.

ա. $\frac{x}{y}$ և $\frac{-x}{-y}$, բ. $\frac{1}{x}$ և $\frac{2}{2x}$, գ. $\frac{24}{x-1}$ և $\frac{48}{2-2x}$,

դ. $\frac{3-x-y}{6-y}$ և $\frac{9y+9x-27}{9y-54}$, ե. $\frac{x-y}{x+y}$ և $\frac{x^2-y^2}{(x+y)(x+y)}$:

69. Կրճատեք կոտորակները:

ա. $\frac{13x}{52x}$, $\frac{28y}{24yx}$, $\frac{-21xyz}{14xz}$, բ. $\frac{2x(z-a)}{0{,}2(-z+a)}$, $\frac{14a-7b}{7(b-2a)}$,

գ. $\frac{50(2x-10y)}{2(5y-x)}$, $\frac{15ax-10ab}{25a(1+c)}$, դ. $\frac{25y-30yz}{15y^2-20yz}$:

70. Հետևյալ կոտորակը գրեք այնպիսի տեսքով, որ նրա հայտարարը լինի աջ կողմում գրված արտահայտությունը.

ա. $\frac{1}{3x}$, $9xy$, բ. $\frac{a}{1+x}$, $(2x+2)$,

գ. $\frac{x-2y}{x-y}$, $y-x$, դ. $\frac{7}{a-b}$, $2x(b-a)$, ե. $\dfrac{a-1}{2x}$, $-4x(y-x)$, զ. $\dfrac{t}{4x-2t}$, $2(t-2x)$:

Լուծեք հավասարումը (71-74):

71. ա. $x-2=5$, բ. $y-0{,}1=0{,}1$, գ. $x-5{,}1=1{,}9$, դ. $z-1/8=7/8$:

72. ա. $-x=5{,}5$, բ. $-y=-3$, գ. $-x=0$, դ. $-z=-0{,}1$:

73. ա. $1-x=6$, բ. $2-y=-7$, գ. $0{,}2-x=2{,}1$, դ. $1/3-z=1/4$:

74. ա. $-x+(1+x)-x=2$, բ. $2-(3-(4-x))=5$,
գ. $-(-(-x))=1$:

75. b-ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում հավասարումներն ունեն միևնույն արմատը.
ա. $x-1=7$ և $b-8=x+6$, բ. $1-b=x-1$ և $-x-4=3$,
գ. $2-x=b-4$ և $10-x=9$, դ. $0{,}1+x=6{,}1$ և $6-x=b-5$:

76. a -ի ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում հավասարման արմատն է 1 -ը.
ա. $x=a-1$, բ. $x+1=a-2$, գ. $x-2=a+1$, դ. $x-7=1-a$:

77. a -ի ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում հավասարումն ունի լուծում: Գտեք այդ լուծումը:
ա. $a+x=x-1$, բ. $x-a=-a+x$, գ. $x=x-a$, դ. $x+1=x-a$:

78. a -ի ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում հավասարումը չունի լուծում.
ա. $x=a+x$, բ. $x-3=a+x+1$,
գ. $1-x+a=3+a$, դ. $2+x-a=4-a+x$:

79. Դասարանն ունի a աշակերտ, դասի են հաճախել b աշակերտ, բացակայել են c աշակերտ, անհարգելի են բացակայել d աշակերտ: Արդյո՞ք հավասարություն է.
ա. $a-b=c$, բ. $a-c=b$,
գ. $a-b-d=c-d$, դ. $a-b=d+c$:
Ի՞նչ են արտահայտում գ և դ հավասարությունների ձախ մասերը:

80. Արդյո՞ք իրար հավասար են $2x+1=2+x$ հավասարման աջ և ձախ մասերը x անհայտի հետևյալ արժեքների դեպքում.
ա. 0, բ. 1, գ. 2, դ. 10:

81. Արդյո՞ք $0, 1, 2, 3$ կամ 10 թվերը հետևյալ հավասարումների արմատ են.
ա. $x=0$, բ. $x+1=3$, գ. $3x-2x=10x-9$:

82. Գրեք մի հավասարում, որի համար արմատ է.
ա. 0-ն, բ. 4-ը, գ. 5-ը, դ. 10-ը:

83. Արդյո՞ք արմատ ունեն հետևյալ հավասարումները.
ա. $x=x+1$, բ. $x=x-1$, գ. $x+1=1+x$, դ. $2x=x\cdot 2$:

84. $-1, 0, 2$ թվերից ո՞րն է հետևյալ հավասարման արմատ և ինչու՞:

ա. $2x+1=-1$, բ. $x(x-1)=0$,

գ. $x+2=6-x$, դ. $3-6x=12x-33$,

ե. $x(x+1)=x$, զ. $10-x/2=1/x+17/2$:

85. $-2, -1, 0, 1, 2$ թվերից ո՞րը հետևյալ հավասարման արմատ չէ և ինչու՞:

ա. $3x-1=2x$, բ. $2x(x-1)=-4x$,

գ. $3y-6=5y-6$, դ. $0{,}1z-0{,}2z=0{,}3z$,

ե. $11/z-z/2=1/z+z+1$, զ. $(z+2)(z-1)=3z-2$:

86. Գտեք հավասարման լուծումը.

ա. $x+1=2$, բ. $x-1=3$, գ. $2x=12$, դ. $15x=5$,

ե. $-4x=8$, զ. $x/2=1$, է. $0{,}1x=10$, ը. $-0{,}1x=1$:

87. Կարո՞ղ է հավասարումն ունենալ ամբողջ արմատ.

ա. $2x=3$, բ. $8(1-x)=7$, գ. $3(x+6)=2$, դ. $4x(x-4)=6$:

88. Կարո՞ղ է հավասարումն ունենալ դրական արմատ.

ա. $(x+1)x+1=0$, բ. $2y+3y-11=-1$, գ. $(x+1)(x+2)+3=0$:

89. Կարո՞ղ է հավասարումն ունենալ բացասական արմատ.

ա. $(x-1)+x-1=0$, բ. $x+(x-2)-3=0$, գ. $-3y-7(y-1)+3=-8$:

90. Գտեք հավասարման որևէ արմատ.

ա. $x(x+1)=0$, բ. $(x+1)(x+2)=0$, գ. $2(x-1)=x-1$:

Կարո՞ղ եք նշել մի թիվ, որը հավասարման արմատ չէ (91-92):

91. ա. $1+z=z+1$, բ. $4-z=z-4$, գ. $10y=y10$, դ. $\frac{2}{z}=\frac{z}{2}$:

92. ա. $3(y-4)+1=-11+3y$, բ. $10(y+1)=1+y$,

գ. $\frac{8}{y}-8y=\frac{y}{2}$, դ. $\frac{12}{(1-z)}=\frac{(z+2)}{2-z}$:

93. a -ի ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում է 2 -ը հավասարման արմատ.

ա. $x+2=a$, բ. $x+a=3$, գ. $a+4=x$, դ. $a+1=x-1$:

Լուծում: գ. $a+4=x$: Եթե 2 -ը տրված հավասարման արմատ է, ապա $a+4=2$: Լուծենք այս հավասարումը՝ դիտարկելով a -ն որպես անհայտ: Պարզ է, որ -2 -ը նրա արմատ է, իսկ -2 -ից տարբեր ինչ թիվ էլ տեղադրենք նրանում a -ի փոխարեն, ստացված բանաձևը հավասարություն չի դառնա: Պատ. $a=-2$:

Թեմա 2.2. ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎԸ ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

94. Մոտավորապես ինչքա՞ն կլինի (ցույց տվեք).
ա. 1 քառ. մ -ը, բ. 1 ար -ը, գ. 1 հա -ն, դ. 1 քառ. կմ -ը,
ե. 1 խոր. մ -ը, զ. 100 լ -ը, է. 1000 լ -ը, ը. 100 խոր. մ -ը:

95. Նշեք մեծություն, որի թվային արժեքը լինի.
ա. դրական, բ. բացասական, գ. 0, դ. 1:

96. Գտեք a -ն, եթե.
ա. գ = a գ, բ. կգ = a գ, գ. մ = a սմ, դ. վրկ = a րոպե:

97. Գտեք մեծության թվային արժեքը վայրկյաններով.
ա. 2 վրկ, բ. $0{,}1$ ժամ, գ. $0{,}6$ րոպե, դ. 1 շաբաթ:

98. Գծիկը փոխարինեք համապատասխան բառով.
ա. ճանապարհի ——— 12 կմ էր,
բ. ——————— մակերեսը 50 քառ. մ է,
գ. ———————— տարողությունը 10 լիտր է,
դ. ——————— կշռում էր 45 կգ,
ե. ———————— տևողությունը 45 րոպե է,
զ. արձակուրդը տևեց 10 ———,
է. ————— գինը 1000 —— էր:

99. Նշեք երկու առարկաներ, որոնք որևէ մեծությամբ լինեն համասեռ, իսկ մեկ այլ մեծությամբ համասեռ չլինեն:

100. Քո ննջասենյակի լայնությունը քանի՞.
ա. մետր է, բ. քայլ է, գ. ոտնաչափ է, դ. սմ է:

101. Լուծեք հավասարումը.
ա. x կմ = 1000 մ, բ. x մ = 100 մ,
գ. x դմ = 100 սմ, դ. x հա = 100 ար,
ե. x հա = 10000 քառ.մ, զ. x ար = 1000 քառ. մ,
է. x քառ. կմ = 500 ար, ը. x քառ. կմ = 100000 քառ. մ,
թ. x լ = 10 խոր. դմ, ժ. x խոր. մ = 100 լ,
ի. x գալոն = 10 լ, լ. x խոր. կմ = 1000000 խոր. մ:

102. Հետևյալ գրառումներից որն՞ ունի գործնական իմաստ.
ա. $2{,}2$ կգ $+1$ տ, բ. 5 ժ $+$ 2 տ,
գ. 3 մ $+2{,}3$ վրկ, դ. $6{,}5$ լ $+$ $6{,}6$ կգ,
ե. 4 ժ $+$ 8 վրկ, զ. $4+6$ մ:

103. Կատարեք գումարումը երկու եղանակով.
ա. 3 տ $+100$ կգ, բ. 1500 ք.մ $+$ 2 հա,
գ. $28{,}13$ դրամ $+$ 67 լումա, դ. $4{,}55$ ռուբլի $+545$ կոպեկ:

104. Արդյո՞ք թույլ է տրված սխալ.
ա. 3 մ $+2{,}5$ մ = $(3+2{,}5)$ մ, բ. 200 կգ $+3$ տ = $(200+3)$ կգ,
գ. $2{,}5$ ժ $+3{,}5$ ժ = $(2{,}5+3{,}5)$ ժ, դ. 2 տ $+$ 2 կգ = 2 (տ $+$ կգ),
ե. $0{,}5$ ժ $+0{,}5$ ժ = ժ:

105. Կատարեք գումարման գործողություն.

ա.

	շաբաթ	օր
+	4	2
	6	12

բ.

	օր	ժամ
+	2	15
	7	17

Կատարեք գործողությունը (106-109):

106. ա.

	գալոն	լ
+	5	2
	4	3

բ.

	խոր.մ	գալոն	լ
+	3	456	3
	4	806	5

գ.

	խոր.դմ	խոր.սմ	խոր.մմ
+	5	908	678
	4	444	878

107. ա.

	քառ.կմ	հա
+	2	254
	1	167

բ.

	ար	քառ. մ
+	3	476
	3	924

գ.

	քառ.կմ	հա
+	5	656
	7	444

դ.

	ար	քառ.մ
+	87	65
	78	45

108. ա.

	տ.	կգ
+	4	710
	6	799

բ.

	տ	ցենտներ
+	8	88
	6	77

գ.

	փութ	կգ
+	5	10
	4	11

109. ա.

	կմ	մ
+	2	874
	8	476

բ.

	յարդ	ֆուտ
+	34	76
	24	35

գ.

	ֆուտ	դույմ
+	4	43
	5	23

դ.

	կմ	սաժեն	մ
+	87	465	2
	33	755	5

110. Լրացրեք վանդակները.

ա. ☐ տոննա = 8 ցենտներ + 27 կգ +6 գ,

բ. ☐ շաբաթ =6 օր + 28 ժ + 60 վրկ,

գ. ☐ քառ.կմ = 255 հա + 14 ար + 10 քառ. մ:

111. Կատարեք հանման գործողությունը.

ա.

	շաբաթ	օր
−	14	2
	6	4

բ.

	օր	ժամ
−	14	2
	6	4

գ.

	քառ.կմ	հա
−	4	22
	3	44

դ.

	հա	քառ.մ
−	21	2
	16	14

ե.

	խոր.մ	լիտր
−	14	2
	6	4

զ.

	կմ	մ
−	8	200
	6	400

է.

	ժամ	րոպե	վրկ
−	14	2	25
	6	4	42

ը.

	տոննա	կգ	գրամ
−	4	22	825
	3	41	999:

112. Որոշեք հարաբերությունը.
ա. 25 մ:5 , բ. 20 լ:4 , գ. 100 գ:15 , դ. \$55:11 ,
ե. $2a$ տոննա:a , զ. 2,5 սմ^2: 0,1 , է. 2,1 սմ^3: 0,7 , ը. 1,8 վրկ : 0,03 :

Կատարեք գործողությունները (113-115):

113. ա. 10 դար : 50 , բ. 24 ժամ : 2 , գ. 2 ժամ : 60 ,
դ. 20 րոպե : 30 , ե. 10 տ : 250 , զ. 100 կգ : 250 ,
է. 25 գ : 100 , ը. 10 մգ : 25 :

114. ա. 1000 դրամ : 2 , բ. 1500 ֆունտ ստերլինգ : 12 ,
գ. 2500 մարկ : 50 , դ. 3500 ֆրանկ : 2000 ,
ե. 50 ռուբլի 20 կոպեկ : 4 , զ. \$2000 : 5 :

115. ա. 20 կմ : 1000 , բ. 1 կմ 550 մ : 25 ,
գ. 2 կմ 100 մ 50 սմ : 5 , դ. 12 քառ. կմ : 50 ,
ե. 8 քառ. կմ 20 հա : 4 , զ. 10 հա 25 ար : 10 ,
է. 1 խոր. մ : 1000 , ը. 25 լ : 10 ,
թ. 1 խոր. մ 540 լ : 15 :

116. Գծիկը փոխարինեք համապատասխան բառով.
ա. մի ծանրորդ ծանր է մյուսից 50 ——,
բ. մի ծանրորդ ծանր է մյուսից 1,2 ___:

117. Ի՞նչ բառեր կամ թվեր կարող եք դնել գծիկների փոխարեն.
ա. 3 մ կտորը ———— 4 մ կտորից ————— անգամ,
բ. 2 տ կարտոֆիլը ———— 4 կգ կարտոֆիլից ——— անգամ,
գ. 5 հա հողամասը ———— 3 հա հողամասից ——— անգամ,
դ. 7 լ ջուրը — 6 լ ջրից —— անգամ,
ե. 2700 դրամը ———— 3800 դրամից ————— անգամ:

118. Կատարեք գործողությունը.
ա. 3 կմ : 3000 մ, բ. 1 քառ. կմ : 1 հա ,
գ. 1 հա : 1 ար, դ. 1 ար : 1 քառ. մ,
ե. 1 քառ. կմ : 1 քառ. մ, զ. 1 խոր.մ : 1 լ,
է. 4 խոր. մ : 20 լ, ը. 1 ժ : 1 վրկ,
թ. 1 օր : 1 ժամ, ժ. 1 շաբաթ : 1 ժամ:

119. Ո՞րն է մեծությունների հարաբերությունը.
ա. 3 կմ և 15 մ, բ. 3 ժ և 12 վրկ,
գ. 2 շաբաթ և 2 օր, դ. 1 մ^3 և 1 լ,
ե. 1 կգ և 1 գ, զ. 1 հա և 100 ար,
է. \$50 և 50 դրամ, ը. 100 կմ և 10 լ:

120. Կատարեք բազմապատկում.
ա. 2/3 · 90 կմ / 4 ժամ, բ. 1/2 · 10 դրամ/կգ,
գ. 30 · 10 ժամ / 45 լիտր, դ. 7/8 · 48 ժամ/35 լիտր:

121. Կատարեք գործողությունները.
ա. 2000 դրամ / 15 կգ · 9 կգ , բ. 26 կմ/10 ժ · 300 ռ,

գ. 350 կմ/15 լ $\cdot 30$ լ, դ. 800դրամ/2 դոլար $\cdot$ $48\ 000$ դրամ:

122. Հնարավո՞ր է որոշել միավորման մեծությունը.
ա. 500 մ և $1{,}5$ կմ երկարություն ունեցող երկու ճանապարհների,
բ. $1{,}5$ կմ ճանապարհի և 500 քառ.մ հողակտորի,
գ. 2 լ սպիրտի և $5{,}5$ կգ ջրի,
դ. ցերեկվա և գիշերվա,
ե. $2{,}5$ կգ և $5{,}5$ գ երկաթի երկու կտորների,
զ. 2 կգ երկաթի և 5 կգ պղնձի:

123. Բերեք այնպիսի համասեռ առարկաների օրինակ, որոնք.
ա. ընդհանուր մաս չունեն,
բ. ընդհանուր մաս ունեն:

124. Որոշեք միավորման մեծությունը.
ա. 2 մ պարանի և 50 սմ ճոպանի,
բ. 15 խոր. դմ ջրի և 1500 լ սպիրտի:

125. Նշեք այնպիսի առարկաներ, որոնց միավորման մեծությունը որոշելիս գործածվում է հետևյալ բառը.
ա. միացնել, բ. միասին, գ. կցել,
դ. զոդել, ե. խառնել, զ. ընդամենը:

126. Ի՞նչ բառեր կարող եք դնել գծիկների փոխարեն.
ա. 3 մ թելը և 4 մ թելը —— իրար,
բ. 2 տ կարտոֆիլը ——— 4 տ հացահատիկի հետ,
գ. 2 հա հողամասը ——— 3 —— հողամասի հետ,
դ. 7 լ ջուրը ——— 6 լ ջրի հետ,
ե. 2700 դրամը ——— 3800 ——— հետ:

127. Ձգեցին պարա՞նը, թե՞ պարանի երկարությունը:

128. Խորացրին ջրհո՞րը, թե՞ ջրհորի խորությունը:

129. Հաստացավ գերա՞նը, թե՞ գերանի ծավալը:

130. Նշեք իրադրություններ, որոնք հանրահաշվի լեզվով գրառվեն այսպես.
ա. 2 մ $+ 3$ մ, բ. 4 ք.մ $+ 6$ ք.մ, գ. x լ $+ 10$ լ,
դ. a դրամ $+ b$, ե. 100 կգ $+ y$, զ. a դր $+ b$ դր,
է. $x + y$, ը. 1000 կգ $+ y$ կգ:

131. «Ավելացնել» բառին զուգընթաց գործածվող յուրաքանչյուր բառի համար նշեք առարկա, որի փոփոխությունը ցույց է տալիս տվյալ բառը:

132. Կազմեք «ավելացնել» բառին զուգընթաց գործածվող բառերից յուրաքանչյուրը պարունակող մի նախադասություն:

133. Առաջին տակառի տարողությունը 15 խոր. մ է, երկրորդինը՝ a լիտր: Քանի՞ լիտր է երկու տակառների տարողությունը միասին:

134. Խնձորի առաջին արկղը կշռում է 65 կգ, իսկ երկրորդը՝ x գ: Քանի՞ կգ են կշռում երկու արկղերը միասին:

135. Ջրավազանը առաջին խողովակով ժամում լցվում էր x դույլ, երկրորդ խողովակով՝ րոպեում y դույլ: Քանի՞ դույլ ջուր էր լցվում ջրավազանը մեկ ժամում:

136. Երկու հեծանվորդ հավասարաչափ շարժվում են շրջանագծով՝ իրար հանդեպ և իրար են հանդիպում յուրաքանչյուր 8 րոպեից հետո: Որքա՞ն է շրջանագծի երկարությունը, եթե առաջին հեծանվորդը րոպեում անցնում է 500 մ, իսկ երկրորդը՝ րոպեում 450 մ:

137. Սուզանավը, որը ջրի մակերևույթից իջել էր a մետր դեպի ծովի հատակը, այնուհետև 25 մետր ևս խորասուզվեց: Ջրի մակերևույթից ի՞նչ խորության հասավ սուզանավը:

138. Գյուղացին ուներ 75 ար հողամաս: Նա ստացավ ևս a մակերեսով հողամաս: Որքա՞ն դարձավ նրա հողամասը:

139. Հորթը կշռում էր 120 կգ, որից հետո նա չաղացավ x -ով: Ինչքա՞ն դարձավ հորթի կշիռը:

140. 200 մ կտորից օրական կտրում են 20 մ: Քանի՞ օրից կկտրեն վերջին անգամ:

141. Յոթ ընկերներ ամբողջ տարվա ընթացքում իրարից փող էին պարտք վերցնում: Նրանցից յուրաքանչյուրը ամեն անգամ նշում էր, թե ինքն ինչքան է պարտք տալիս և պարտք վերցնում, բայց չէր նշում, թե ում է պարտք տալիս և ումից է վերցնում: Տարեվերջին նրանք պետք է պարտքերը փակեին: Արդյո՞ք բավարար էր նրանց վարած հաշվապահությունը պարտքերը ճիշտ փակելու համար:

142. Արդյո՞ք թույլ է տրված սխալ.

ա. ճանապարհի երկարությունը կարճացրին,

բ. ծովի խորությունը ծանծաղեց,

գ. ավտոմեքենայի արագությունը դանդաղեց,

դ. ապրանքի գինը թանկացավ,

ե. հողամասի մակերեսը պակասեց:

143. 100 կգ խնձորը բաժանենք երկու մասի այնպես, որ մասերից մեկը մյուսից 42 կգ -ով ավելի լինի:

144. Ո՞ր դեպքում է հեշտ գտնել միավորման քանակությունը.

ա. հինգ արկղերում եղած մթերքի, եթե առաջին արկղում կա 10 կգ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ արկղում՝ նախորդից 5 կիլոգրամով ավելի:

բ. քսանհինգ արկղերում եղած մթերքի, եթե յուրաքանչյուրում կա 25 կգ:

145. Խոճկորը կշռում էր 25 կգ, իսկ նրա մայրը՝ a անգամ ավելի:

ա. Որքա՞ն էր կշռում մայրը:

բ. Թի՞վ, թե՞ մեծություն է a -ն:

146. Փղի ձագը կշռում է 1 տ 500 կգ, իսկ մայր փիղը՝ x -ով ավելի:

ա. Որքա՞ն է կշռում մայր փիղը:

բ. Թի՞վ, թե՞ մեծություն է x -ը:

147. Անիի հասակը 150 սմ էր և ավելացավ ևս 10 սմ -ով: Քանի՞ անգամ ավելացավ Անիի հասակը:

148. Անիի հասակը 150 սմ էր և ավելացավ $1{,}2$ անգամ: Քանի՞ սմ -ով ավելացավ Անիի հասակը:

149. Ինչպիսի՞ բառով կամ թվով կփոխարինեք գծիկը.

ա. Անիի հասակը ավելացավ 10 ——— :

բ. Անիի հասակը ավելացավ ——— սանտիմետրով:

գ. Անիի հասակը ավելացավ ———— անգամ:

150. Ուղղանկյունաձև առարկայի երկարությունը 12 մ է, իսկ լայնությունը՝ a: Որքա՞ն է նրա մակերեսը:

151. Ուղղանկյունանիստի տեսք ունեցող մարմինն ունի 20 սմ լայնություն, a մ երկարություն և b բարձրություն:

ա. Որոշեք մարմնի ծավալը:

բ. Թի՞վ, թե՞ մեծություն է a-ն:

գ. Թի՞վ, թե՞ մեծություն է b-ն:

152. Հայրը որդուց մեծ է 30 տարով: Քանի՞ տարեկան է որդին, եթե հայրը 8 տարի հետո կդառնա 53 տարեկան:

153. Ավարայրի ճակատամարտում, 451 թվականին, հայոց և պարսից բանակները միասին ունեին 155 հազար զինվոր, որից 90 հազարը կազմում էին պարսիկները: Որքա՞ն էր հայոց զինվորների թիվը:

154. Ուղղանկյան պարագիծը $0{,}4$ մ է, կողմերից մեկը՝ 7 սմ: Գտեք մյուս կողմը:

155. Հանրահաշվի լեզվով նկարագրեք իրադրությունը.

ա. Մանեն ստացավ 1000 դրամ և ունեցավ այնքան դրամ, ինչքան ուներ Զարուհին:

բ. Զարուհին ուներ 2000 դրամ: Մանեն ստացավ 1000 դրամ և ունեցավ այնքան դրամ, ինչքան ուներ Զարուհին:

156. Նկարագրեք իրադրություն, որը հանրահաշվորեն գրառվում է հետևյալ հավասարումով.

ա. $x+1000=2000$, բ. 150 սմ $+ x = 155$ սմ, գ. 45 կգ $+ x = 110$ կգ:

157. Նկարագրել իրադրություն, որը հանրահաշվորեն գրառվում է հետևյալ հավասարումով.

ա. $x-1000=2000$, բ. 155 սմ $- x = 150$ սմ, գ. 110 կգ $- x = 45$ կգ:

158. Ջրավազանը առաջին խողովակով ժամում լցվում էր 20 դույլ, իսկ երկու խողովակներով միասին՝ ժամում 5 դույլ: Ժամում քանի՞ դույլ էր դատարկվում երկրորդ խողովակով:

159. Ջրավազանը առաջին խողովակով ժամում լցվում էր $3a$ դույլ, իսկ երկու խողովակներով միասին՝ $2a$ դույլ: Ժամում քանի՞ դույլ էր դատարկվում երկրորդ խողովակով:

160. Ամանի մեջ կար 98 լիտր ջուր: Քանի՞ լիտր ջուր մնաց ամանի մեջ, եթե մի խողովակով նրա մեջ 1 ժամում լցվում էր 10 լ ջուր, իսկ մյուս խողովակով՝ ժամում դատարկվում 24 լ, և երկու խողովակը միասին բացեցին 2 ժամ:

161. Լաստը գետի հոսանքով ժամում անցնում էր a կմ: Որքա՞ն կանցներ նավակը կանգնած ջրում յուրաքանչյուր րոպեում, եթե այն գետի հոսանքի հակառակ ուղղությամբ մեկ ժամում անցավ b կմ:

162. Շրջանագծով, որի երկարությունը 300 մ է, միևնույն ուղղությամբ հավասարաչափ շարժվում են երկու հեծանվորդ և իրար են հանդիպում յուրաքանչյուր 1 րոպեից հետո: Րոպեում քանի՞ մետր է անցնում առաջին հեծանվորդը, եթե երկրորդը րոպեում անցնում է 450 մ:

163. Երկու հեծանվորդ հավասարաչափ շարժվում են 150 մ երկարությամբ շրջանագծով՝ միևնույն ուղղությամբ: Որքա՞ն ժամանակը մեկ են նրանք իրար հանդիպում, եթե առաջին հեծանվորդը րոպեում անցնում է 500 մ, իսկ երկրորդը՝ րոպեում 425մ:

164. (Յ. Յմայեակ, Վ. Պապիկեան, Թուաբանութիւն, Վենետիկ, 1883թ.): Պարտատեր մը կը խոստանայ հատուցանելու պարտքը 15 անգամեն, ամեն անգամ տալով 5 լիրա և յուրաքանչյուր անգամուն ավելացնելով 3 լիրա: Ի՞նչ պիտի հատուցանե վերջին անգամուն, և ո՞րչափ է ունեցած պարտքը:

165. Ջրավազանը առաջին խողովակով ժամում լցվում էր 28 դույլ, երկրորդով՝ ժամում 51 դույլ ջուր: Քանի՞ դույլ ջուր լցվեց ջրավազան, եթե խողովակները բացեցին միաժամանակ և առաջին խողովակը բացեցին 22 ժամ, իսկ երկրորդ խողովակը՝ 25 ժամ:

166. Ջրավազանը առաջին խողովակով ժամում լցվում էր x դույլ, երկրորդով՝ ժամում y դույլ: Քանի՞ դույլ ջուր լցվեց ջրավազան, եթե խողովակները բացեցին միաժամանակ և.

ա. a ժամում,

բ. երբ առաջին խողովակը բացեցին a ժամ, երկրորդը՝ b ժամ,

գ. t օրում, երբ օրվա ընթացքում առաջին խողովակը բացեցին a ժամ, երկրորդը՝ b ժամ:

167. Դատարկ ջրավազանը առաջին խողովակով ժամում լցվում էր x դույլ, երկրորդով ժամում y դույլ դատարկվում էր: Քանի դույլ ջուր լցվեց ջրավազան, եթե խողովակները բացեցին միաժամանակ և.

ա. երկու խողովակներն էլ բացեցին a ժամ,

բ. երբ առաջին խողովակը բացեցին a ժամ, երկրորդը՝ b ժամ,

գ. t օրում, երբ օրվա ընթացքում առաջին խողովակը բացեցին a ժամ, երկրորդը՝ b ժամ:

168. Լաստը գետի հոսանքով ժամում անցնում էր 4 կմ, իսկ նավակը կանգնած ջրում յուրաքանչյուր ժամում անցնում էր 19 կմ: Որքա՞ն անցավ նավակը 7 ժամում՝ շարժվելով գետի հոսանքի հակառակ ուղղությամբ:

169. Լաստը գետի հոսանքով ժամում անցնում էր a կմ, իսկ նավակը կանգնած ջրում յուրաքանչյուր ժամում անցնում էր b կմ: Որքա՞ն անցավ նավակը t ժամում՝ շարժվելով գետի հոսանքի հակառակ ուղղությամբ:

170. A և B վայրերից իրար հանդեպ հավասարաչափ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա: Առաջին ավտոմեքենան ժամում անցնում էր x կմ, երկրորդը՝ y կմ: Քանի՞ կիլոմետր էր A և B վայրերի միջև հեռավորությունը, եթե.

ա. առաջին ավտոմեքենան երկրորդից 1 ժամ շուտ էր դուրս եկել, և երկրորդի դուրս գալուց 1 ժամ անց նրանք հանդիպեցին,

բ. առաջին ավտոմեքենան երկրորդից 1 ժամ ուշ էր դուրս եկել, և նրա դուրս գալուց 1 ժամ անց նրանք հանդիպեցին,

գ. առաջին ավտոմեքենան երկրորդից a ժամ շուտ էր դուրս եկել, և երկրորդի դուրս գալուց b ժամ անց նրանք հանդիպեցին,

դ. առաջին ավտոմեքենան երկրորդից a ժամ ուշ էր դուրս եկել, և նրա դուրս գալուց b ժամ անց ավտոմեքենաների հեռավորությունը z կմ էր:

171. A վայրից դուրս էր եկել ավտոբուսը, որը շարժվում էր ժամում a կմ արագությամբ: m ժամից հետո A վայրից, նույն ուղղությամբ շարժվեց մոտոցիկլը՝

ժամում b կմ արագությամբ: Մոտոցիկլի դուրս գալուց n ժամ անց նրանք հանդիպեցին:
ա. A -ից ի՞նչ հեռավորության վրա տեղի ունեցավ հանդիպումը:
բ. a -ն է մե՞ծ, թե՞ b -ն:
գ. Ի՞նչ կապ գոյություն ունի a, b, m, n թվերի միջև:
դ. Ցույց տվեք, որ եթե $m=n$, ապա $b=2a$:

172. Ի՞նչ բառեր կարող եք դնել գծիկների փոխարեն.
ա. 3 մ կտորը ——— $1{,}5$ մ կտորից ———— անգամ,
բ. 20 կգ կարտոֆիլը ——4 կգ կարտոֆիլից — անգամ,
գ. 15 հա հողամասը ——3 հա հողամասից 5 ——:

173. Արմանը ծանր է Մուշեղից a անգամ: Թի՞վ, թե՞ մեծություն է a -ն:

174. Սայլի հետևի անիվի շրջագիծը a մ-ով երկար է առջևի անիվի շրջագծից, որի երկարությունը b մ է: Քանի՞ պտույտ կանի առջևի անիվը, եթե հետևի անիվը անի m պտույտ:

175. Հանրահաշվորեն գրառեք հետևյալ հարցի պատասխանը: Ինչքա՞ն հասավ յուրաքանչյուրին, եթե.
ա. Ինչ-որ քանակությամբ ապրանք բաժանեցին 5 հոգու միջև,
բ. Միլիոն դրամը բաժանեցին մի քանի հոգու միջև,
գ. Ինչ-որ քանակությամբ ապրանքը բաժանեցին մի քանի հոգու միջև:

176. 175 կգ ապրանքը հավասարապես տեղավորված է յոթ հավասար տարողությամբ արկղերում: Որքա՞ն է կշռում յուրաքանչյուր արկղը, եթե դատարկ արկղը կշռում է 1կգ 300գ:

177. Ի՞նչ արժեքներ կարող է ընդունել x բնական թիվը, եթե նրա.
ա. թվանշանների գումարը 1 է,
բ. թվանշանների արտադրյալը 1 է,
գ. թվանշանների գումարը 2 է, իսկ արտադրյալը՝ 0 -ից տարբեր,
դ. թվանշանների գումարը 3 է, իսկ արտադրյալը՝ 0 -ից տարբեր:

Թեմա 2.3. ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐ

178. Հանրահաշվորեն ինչպե՞ս է գրառվում x և y արտահայտությունների.
ա. գումարի քառակուսին, բ. քառակուսիների գումարը,
գ. տարբերության քառակուսին, դ. քառակուսիների տարբերությունը,
ե. արտադրյալի քառակուսին, զ. քառակուսիների արտադրյալը,
է. հարաբերության քառակուսին, ը. քառակուսիների քանորդը:

179. Ապացուցեք, որ $2, 3, 7, 8$ թվերով կամ կենտ թվով զրոներով վերջացող թիվը չի կարող լինել բնական թվի քառակուսի:

180. Կարո՞ղ է դրական թվի որևէ աստիճանը բացասական լինել:

181. Կարո՞ղ է դրական թվի որևէ աստիճանը զրո լինել:

182. Հաշվեք արտահայտության արժեքը.

ա. $-0{,}1+(-0{,}1)^2+(-0{,}1)^3$, բ. $-0{,}1-(-0{,}1)^2-(-0{,}1)^3$,

գ. $\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^3-\left(\frac{1}{2}\right)^4$, դ. $-\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^4$:

183. Հաշվեք $(-1)^n$-ը, եթե.

ա. $n=1$, բ. $n=2$, գ. $n=3$,

դ. $n=100$, ե. $n=101$, զ. $n=2006$:

184. Հաշվեք.
ա. $3^2\cdot1-2^3\cdot5$, բ. $3\cdot4^2+2\cdot3^4$, գ. $(0{,}5)^3-(0{,}2)^6$,
դ. $22^3-2^5+2^6$, ե. $-3^2+(-3)^2+(-3)^3$, զ. $0{,}1\cdot2^7-3\cdot(0{,}1)^2$:

185. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $2a^2+3b^3$, երբ $a=-2,\ b=-1,$ կամ $a=0{,}1,\ b=0{,}2$,

բ. $700a^3-100b^2$, երբ $a=-1,\ b=-2,$ կամ $a=0{,}2,\ b=0{,}3$,

գ. $0{,}1a^2b^3+0{,}9a^3b^2$, երբ $a=5,\ b=3,$ կամ $a=0{,}1,\ b=-0{,}1$,

դ. $2{,}5a^3-1{,}4a^4b^4-1{,}1b^3$, երբ $a=2,\ b=5$, կամ $a=0{,}2,\ b=0{,}5$:

186. Դիցուք $x=4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.
ա. $x^2=9$, բ. $x^3=64$, գ. $x^4=124$, դ. $x^5=246$:

187. Ունենք $2^n=2^4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=4$:

188. Ունենք $0^n=0^3$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=3$:

189. Դիցուք $x^2=3^2$: Արդյո՞ք $x=3$:

190. Ցույց տվեք, որ եթե $x=5$, ապա.

ա. $x^2=5^2$, բ. $x^3=5^3$, գ. $x^1=5^1$:

191. Դիցուք $x^n=x^2$, որտեղ x-ը կամայական իրական թիվ է, իսկ n-ը՝ բնական թիվ: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=2$: Հիմնավորեք պատասխանը:
Լուծում: Քանի որ x-ը կամայական իրական թիվ է, ապա այն կարող է լինել նաև 1: Իսկ 1-ի կամայական բնական ցուցիչներով երկու աստիճանները

իրար հավասար են: Հետևապես՝ n -ը պարտավոր չէ հավասարվել 2 -ի: Ուրեմն՝ չենք կարող պնդել:

192. Տրված է $(-1)^n = (-1)^m$, որտեղ n -ը և m -ը բնական թվեր են: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n = m$:

193. Գտեք n բնական թիվը, որի դեպքում բանաձևը դառնա հավասարություն.
ա. $10^n = 10^2$, բ. $1^n = 10^3$, գ. $-10^n = (-10)^3$, դ. $(-1)^3 = (-1)^n$:

194. Գտեք n բնական թիվը, որի դեպքում բանաձևը դառնա հավասարություն.
ա. $3 \cdot 2^n = 6$, բ. $3 \cdot 11^n = 363$, գ. $-10^n = (-10)^3$, դ. $-360 = 15 \cdot (-4)^n$:

195. Արդյո՞ք.
ա. եթե $x^3 = 3^3$, ապա $x = 3$, բ. եթե $x^4 = 16$, ապա $x = 4$,
գ. եթե $x = 3$, ապա $x^2 = 3^2$, դ. եթե $x = -2$, ապա $x^2 = (-2)^2$:

196. Գտեք n բնական թիվը, եթե.
ա. $2^n = 4 \cdot 8$, բ. $(4^2)^3 = 4^n$, գ. $3 \cdot 81 = 3^n$, դ. $4 \cdot (4^2)^2 = 16 \cdot 4^n$:

197. Գտեք այնպիսի a դրական թիվ, որի համար.
ա. $a^2 = 36$, բ. $a^3 = 27$, գ. $a^2 = 81$, դ. $(a^2)^2 = 16$:

198. Գտեք ամենամեծ բնական թիվը, որի.
ա. քառակուսին չի գերազանցում 110 -ը,
բ. խորանարդը չի գերազանցում 300 -ը,
գ. 4 աստիճանը չի գերազանցում 400 -ը,
դ. 5 աստիճանը չի գերազանցում 500 -ը:

Լուծում: դ. Ունենք՝ $3^5 = 243 < 500$, $4^5 = 1024 > 500$: Հետևապես՝ ամենամեծ բնական թիվը, որի 5 աստիճանը չի գերազանցում 500 -ը, 3 -ն է:

199. Գտեք n -ի այնպիսի արժեք, որ.
ա. $7^n > 100$, բ. $(-8)^n < -1000$,
գ. $(-0{,}1)^n < -0{,}002$, դ. $(0{,}3)^n < -0{,}01$:

200. Գտեք n -ի այնպիսի արժեք, որ.
ա. 2^n -ը լինի 50 -ից մեծ և 100 -ից փոքր,
բ. 3^n -ը լինի 30 -ից մեծ և 40 -ից փոքր,
գ. 4^n -ը լինի 200 -ից մեծ և 300 -ից փոքր,
դ. $(-2)^n$ -ը լինի -70 -ից մեծ և -50 -ից փոքր:

201. Նշեք m -ի և n -ի մեկական արժեք, որոնց համար.
ա. $2^n > 3^m$, բ. $188^n > 8^m$, գ. $0{,}02^n > 0{,}4^m$, դ. $(-0{,}5)^n < (-0{,}9)^m$:

202. Գտեք քառակուսու մակերեսը, եթե նրա կողմն է.
ա. a, բ. $2a$ սմ, գ. $5a$ մ, դ. $10a$ կմ:

203. Կատարեք գործողությունը՝ արդյունքը արտահայտելով մեծության մեկ միավորով.

ա. $40սմ \cdot (2մ + 50սմ)$,

բ. $(0{,}8մ - 10սմ) \cdot (0{,}5մ + 30սմ)$,

գ. $(70սմ + 0{,}1մ) \cdot (40սմ - 0{,}25մ) + 2մ^2$ ։

204. Գտեք x^3 արտահայտության արժեքը, եթե.

ա. $x = 2սմ$, բ. $x = 10մ$, գ. $x = \frac{2}{3}կմ$, դ. $x = 5\frac{1}{2}կմ$ ։

205. Գտեք խորանարդի ծավալը, եթե նրա կողն է.

ա. a, բ. a մ, գ. $(a+1)$ մ, դ. $a + 1$մ:

206. Գտեք թվի a մասի a մասը:

207. Գտեք թվի p տոկոսի p տոկոսը:

208. Գտեք a թվի a տոկոսի a մասը:

209. Բակտերիաների գաղութը բազմանում է շատ արագ՝ յուրաքանչյուր 20 րոպեում այն կրկնապատկվում է: Քանի՞ բակտերիա կպարունակի 1000 բակտերիա պարունակող գաղութը.

ա. 1 ժամում, բ. 2 ժամում, գ. մեկ շաբաթում:

210. 2 ճագարը բազմանալով՝ ինչքա՞ն կդառնան 10 տարուց հետո, եթե գիտենք, որ յուրաքանչյուր վեց ամիսը մեկ նրանց թիվը կրկնապատկվում է:

211. Մի գործատեր մեկ ամսով ձեզ առաջարկում է աշխատանք, տալով առաջին օրվա համար 1000 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրվա համար 1000 դրամով ավելի: Մյուս գործատերը նույն աշխատանքի դիմաց առաջին օրվա համար դարձյալ տալիս է 1000 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրվա համար՝ $1{,}2$ անգամ ավելի: Ո՞ր առաջարկը կընդունեք:

212. Առաջին աշխատանքի դիմաց առաջին օրը տալիս էին 1500 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրը՝ 1500 դրամով ավելի: Երկրորդ աշխատանքի դիմաց առաջին օրը տալիս էին 1000 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրը՝ 2 անգամ ավելի: Ո՞ր աշխատանքը կատարելուց կարելի է ավելի շատ վաստակել,

ա. 5 օրում, բ. 10 օրում, գ. 100 օրում:

213. Հայտնի է, որ երբևէ ապրած յուրաքանչյուր արարած պարունակում է ռադիոակտիվ ածխածին$_{14}$, որը 5600 տարում կիսվում է: Այս հանգամանքը հաջողությամբ օգտագործվում է հնէաբանական առարկաների մոտավոր տարիքը որոշելու համար: Քանի՞ տարեկան է բրածո կենդանին, եթե այն պարունակում է ածխածին$_{14}$ -ի.

ա. $1/8$ -ը, բ. $1/16$ -ը, գ. $1/64$ -ը, դ. $1/256$ -ը:

214. Աշակերտը յուրաքանչյուր օր մոռանում է իր իմացած անգլերեն նոր բառերի 10 տոկոսը, եթե չի կրկնում: Երկուշաբթի օրվա ընթացքում աշակերտը սովորել էր 100 բառ: Քանի՞ բառ էր հիշում նա չորեքշաբթի օրը, եթե այդ ընթացում բառերը չէր կրկնել:

215. Հայկը x դրամը ավանդ տվեց բանկ՝ 6% տոկոսադրույքով և երկու տարուց հետո ստացավ y դրամ:

ա. Գտեք խնդրի պայմաններն արտահայտող հավասարումը:

բ. Գրեք x -ը, եթե $y = 22472$, գ. Գտեք y -ը, եթե $x = 10\,000$:

216. Գտեք $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ արտահայտության արժեքը, եթե.

ա. $x = 4, y = 9$, բ. $x = 9, y = 16$, գ. $x = 25, y = 49$, դ. $x = 64, y = 81$:

217. Ապացուցեք, որ.

ա. $2\sqrt{a} = \sqrt{4a}$, բ. $3\sqrt{a} = \sqrt{9a}$:

218. Լուծեք $x^2 = a$ հավասարումը, եթե.

ա. $a = 0{,}01$, բ. $a = \frac{4}{9}$, գ. $a = \frac{100}{121}$, դ. $a = \frac{144}{225}$,

ե. $a = 25$, զ. $a = 36$, է. $a = 49$, ը. $a = 64$:

219. Ապացուցեք նույնությունը.

ա. $2 - x + 4y = 3x + 2 + 4y - 4x$,

բ. $3x(y - 2 + z) + 3 = xy + 3xz + 3 + 2xy - 6x$,

գ. $-(0{,}2x - 0{,}5y)^2 - 0{,}96x^2 = -0{,}25y^2 + 0{,}2xy - x^2$,

դ. $2x^2 - (x + 3y)(2x - 3y) - 9y^2 + 3xy = 0$:

220. Ապացուցեք նույնությունը.

ա. $\frac{1}{x} - x = -\frac{x^2-1}{x}$, բ. $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{2x}{x^2-y^2}$,

գ. $\frac{1}{x^2+y^2+xy} \cdot \frac{1}{x-y} + 1 = \frac{1+x^3-y^3}{x^3-y^3}$, դ. $\frac{1}{xy} + \frac{1}{y} - 2 = \frac{1+x-2xy}{xy}$:

221. a –ի ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում է բանաձևը նույնություն.

ա. $x + a = (1+a) + x$, բ. $x - 2a = 4 + x$, գ. $x + 1 - 3a = 10 + x$:

222. Արդյո՞ք մեկ փոփոխականի հավասարման արմատը փոփոխականի այն արժեքն է, որի դեպքում հավասարումը դառնում է.

ա. ճշմարիտ ասույթ, բ. կեղծ ասույթ,

գ. ճիշտ ասույթ, դ. սխալ ասույթ:

223. Բերեք առօրյա կյանքից մի խնդիր, որի լուծման համար անհրաժեշտ լինի.

ա. մեկ, բ. երկու, գ. երեք

անհայտով հավասարում:

224. Հետևյալ նախադասություններով նկարագրվող իրադրությունները արտահայտեք հանրահաշվորեն և գրեք համապատասխան հավասարումը:

ա. Երկու հաջորդական բնական թվերի գումարը 5 -ով փոքր է նրանցից մեծի եռապատիկից:

բ. Մեկ տետրը և երկու գրիչը միասին արժեն այնքան, որքան երկու տետրը:

225. Նկարագրեք այնպիսի իրավիճակներ, որոնք հանրահաշվորեն արտահայտվեն հետևյալ հավասարումով.

ա. $10 + x = 100$, բ. $2x + 25 = 1000$, գ. $2(x + 10) = 100$:

Թեմա 2.4. ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Արդյո՞ք (225-228).

226. ա. $1 \in N$, բ. $-2 \notin N$, գ. $-2 \in Z$, դ. $0{,}5 \notin Z$:

227. ա. $5 \notin N$, բ. $-52 \in N$, գ. $-20 \notin Z$, դ. $10{,}5 \in Q$:

228. ա. $3 \in N$, բ. $0 \notin N$, գ. $-\dfrac{1}{2} \in Z$, դ. $5{,}5 \notin Z$:

229. Գտեք հավասարման լուծումների բազմությունը.

ա. $x = 1$, բ. $2 = -x$, գ. $x(x+1) = 0$, դ. $x-1 = x+1$,

ե. $(x-1)(x+1) = 0$, զ. $x+1 = x+1$, է. $x+0 = x$:

230. Գտեք հավասարման բնական լուծումների բազմությունը.

ա. $x(x-2)(x+1)(x-1/2) = 0$, բ. $|x| = 1$:

231. Գտեք լուծումը.

ա. $x = 0$ և $x \in N$, բ. $x = 0$ և $x \in Z$,

գ. $x = 1/2$ և $x \in Z$, դ. $x = 1/2$ և $x \in Q$:

232. Գտեք այն կոտորակների բազմությունը, որոնք.

ա. մեծ են 1-ից և փոքր են 2-ից և որոնց հայտարարը 2 է,

բ. մեծ են 0-ից և փոքր են 4-ից և որոնց հայտարարը 3 է,

գ. մեծ են 10-ից և փոքր են 20-ից և որոնց համարիչը 50 է,

դ. մեծ են 0-ից և փոքր են 100 -ից և որոնց համարիչը 1000 է:

233. Գտեք 30 -ից փոքր և նրա հետ փոխադարձաբար պարզ բնական թվերի բազմությունը:

Գտեք միավորումը (234-236):

234. ա. $\{2,\ 3\} \cup \{1,\ 2,\ 4\}$, բ. $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\} \cup \{2,\ 3,\ 5\}$,

գ. $\{1,\ 2,\ 3\} \cup \{2,\ 3, 4,\ 6\}$, դ. $\{1,\ 2,\ 5,\ 6\} \cup \{3, 4\}$:

235. ա. $\{1, 2, ..., 30\} \cup \{20, 21, ..., 40\}$, բ. $\{1,\ 2, ...,\ 31\} \cup \{2,\ 3, ...,\ 26\}$,

գ. $\{1,\ 2, ...,\ 51\} \cup \{3,\ 4, ...,\ 54\}$, դ. $\{1,\ 2, ...,\ 11\} \cup \{11,\ 12, ...,\ 21\}$:

236. ա. $\{1,\ 3, ...,\ 19\} \cup \{2,\ 4, ...,\ 20\}$,

բ. $\{1,\ 4,\ 7, ...,\ 28\} \cup \{2,\ 5,\ 8, ...,\ 29\} \cup \{3,\ 6,\ 9, ...,\ 30\}$,

գ. $\{1,\ 5,\ 9, ...37\} \cup \{2,\ 6,\ 10, ...,38\} \cup \{3,\ 7,\ 11, ...,39\} \cup \{4,\ 8,\ 12, ...,40\}$:

237. Դիցուք՝ A և B բազմությունները պատկերված են A և B շրջանակներով: Այդ դեպքում ի՞նչ է նշանակում այն, որ.

ա. y կետը գտնվում է A և B շրջանակներից դուրս,

բ. y կետը գտնվում է կա՛մ A շրջանակի մեջ, կամ էլ B շրջանակի մեջ,

գ.. y -ը $A \cup B$ բազմության տարր է,

դ.. y -ը $A \cup B$ բազմության տարր չէ:

238. Գտեք a-ն, b-ն, եթե.

ա. $\{a\} \cup \{1\} = \{1\}$, բ. $\{a\} \cup \{2\} = \{2,3\}$,

գ. $\{a,b\} \cup \{1,2\} = \{1,2\}$, դ. $\{a,b\} \cup \{3,4\} = \{1,3,4\}$,

ե. $\{a,b\} \cup \{5,6\} = \{1,2,5,6\}$, զ. $\{a,b\} \cup \{a\} = \{1,2\}$:

239. Գտեք x ամբողջ թիվը, եթե հայտնի է, որ A և B բազմությունների միավորման տարրերի թիվը հավասար է A -ի և B-ի տարրերի թվերի գումարին.

ա. $A = \{1, 2, x\}$, $B = \{x+1, x+2\}$, բ. $A = \{1, x\}$, $B = \{3, 4, 5\}$,

գ. $A = \{0, x\}$, $B = \{1, x+1\}$, դ. $A = \{x\}$, $B = \{1, 2\}$,

ե. $A = \{1, x+1\}$, $B = \{2, x+2\}$,

զ. $A = \{x+2, x+3, 2, 3\}$, $B = \{1, x\}$:

240. Գտեք x ամբողջ թիվը, եթե հայտնի է, որ A և B բազմությունների միավորման տարրերի թիվը հավասար չէ միավորվող բազմությունների տարրերի թվերի գումարին.

ա. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, x\}$, բ. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 5, x\}$,

գ. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{6, x\}$, դ. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x\}$,

ե. $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, x\}$, զ. $A = \{1, x, 3\}$, $B = \{2, 3\}$,

է. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x, x + 1\}$,

ը. $A = \{-2, -1, 0\}$, $B = \{3, 4, x - 5\}$:

241. Գտեք x-ը և y-ը, եթե.

ա. $\{x\} \cup \{3\} = \{3\}$, բ. $\{x\} \cup \{4\} = \{3, 4\}$,

գ. $\{1, x\} \cup \{2\} = \{1, 2\}$, դ. $\{x, y, 1\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3, 4\}$,

ե. $\{x, y\} \cup \{x, 1\} = \{1, 3, 5\}$, զ. $\{1, y\} \cup \{2, x\} = \{1, 2, 3, 4\}$:

242. Գտեք x բնական թիվը, եթե հայտնի է, որ A և B բազմությունների միավորման տարրերի թիվը հավասար է A-ի և B-ի տարրերի թվերի գումարին.

ա. $A = \{1, x\}$, $B = \{2, 3\}$, բ. $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x, 3, 4\}$,

գ. $A = \{1, x+1\}$, $B = \{4, 5\}$, դ. $A = \{0, x, x+1\}$, $B = \{x+2, 1\}$:

243. Ցույց տվեք, որ հարթության շրջանակներով պատկերված կամայական A և B բազմությունների համար $A \cup B = A$ նշանակում է B -ի յուրաքանչյուր տարր A -ի տարր է:

244. Ցույց տվեք, որ, որ կամայական A և B բազմությունների համար A -ի յուրաքանչյուր տարր նաև $A \cup B$ -ի տարր է:

245. Գտեք.

ա. $\{1, 2,..., 30\} \cap \{20, 21,..., 40\}$, բ. $\{1, 2,..., 31\} \cap \{2, 3,..., 25, 26\}$,

գ. $\{1, 2,..., 56\} \cap \{3, 4,..., 58\}$, դ. $\{2, 3,..., 99\} \cap \{1, 2,..., 94\}$,

ե. $\{3, 4,..., 47\} \cap \{31, 32,..., 56\}$, զ. $\{-9, -8,..., 8, 9\} \cap \{-7, -6,..., 5, 6\}$:

246. Գտեք x թիվը, եթե.

ա. $\{x\} \cap \{1\} = \{x\}$, բ. $\{x, 1\} \cap \{0, y\} = \{y\}$, գ. $\{x, 2\} \cap \{2, 3\} = \{2\}$:

247. Գտեք x և y թվերը, եթե.

ա. $\{x\} \cap \{y\} = \{1\}$, բ. $\{x, y\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$, գ.* $\{x, y\} \cap Z = \{x\}$:

248. Գտեք x և y թվերը, եթե.

ա. $\{x+1\} \cap \{y\} = \{1\}$, բ. $\{x+2\} \cap \{y-1\} = \{3\}$,

գ. $\{x+3\} \cap \{y+4\} = \{x+y\}$, դ. $\{1-x\} \cap \{y+1\} = \{y-x\}$,

ե. $\{x, y+1\} \cap \{x+1, y-1\} = \{1\}$, զ. $\{x+1, y+3\} \cap \{1, y\} = \{2\}$:

249. Քանի՞ տարր ունի բազմությունը, եթե x -ը, y -ը, z -ը կամայական թվեր են.

ա. $\{1, 1+x\}$, բ. $\{x+y\} \cup \{y+x\}$, գ. $\{x+y+z\} \cup \{y+z+x\}$:

250. Քանի՞ տարր ունի բազմությունը, եթե x -ը կամայական թիվ է.

ա. $\{x+1\} \cup \{1\}$, բ. $\{x+2\} \cup \{3, 4\}$, գ. $\{x+2\} \cup \{x+1\}$:

251. Գտեք a թիվը, եթե.

ա. $\{a\} \cup \{1\} = \{1, -a\}$,

բ. $\{a+1\} \cup \{a+2\} = \{2, 3\}$,

գ. $\{-a\} \cup \{a-2\} = \{-1\}$:

Գտեք միավորումը (252-254):

252. ա. $\{2, 3\} \cup \{1, 2, 4\}$, բ. $\{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 5\}$,

գ. $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4, 6\}$, դ. $\{1, 2, 5, 6\} \cup \{3, 4\}$:

253. ա. $\{1, 2,..., 30\} \cup \{20, 21,..., 40\}$, բ. $\{1, 2,..., 31\} \cup \{2, 3,..., 26\}$,

գ. $\{1, 2,..., 51\} \cup \{3, 4,..., 54\}$, դ. $\{1, 2,..., 11\} \cup \{11, 12,..., 21\}$:

254. ա. $\{1, 3,..., 19\} \cup \{2, 4,..., 20\}$,

բ. $\{1, 4, 7,..., 28\} \cup \{2, 5, 8,..., 29\} \cup \{3, 6, 9,..., 30\}$,

գ. $\{1, 5, 9,..., 37\} \cup \{2, 6, 10,..., 38\} \cup \{3, 7, 11,..., 39\} \cup \{4, 8, 12,..., 40\}$:

255. Դիցուք՝ A և B բազմությունները պատկերված են A և B շրջանակներով: Այդ դեպքում ի՞նչ է նշանակում այն, որ ա. y կետը գտնվում է A և B շրջանակներից դուրս,

բ. y կետը գտնվում է կա՛մ A շրջանակի մեջ, կամ էլ B շրջանակի մեջ,

գ․. y -ը $A \cup B$ բազմության տարր է,

դ․. y -ը $A \cup B$ բազմության տարր չէ:

256. Գտեք a-ն, b-ն, եթե.

ա. $\{a\} \cup \{1\} = \{1\}$, բ. $\{a\} \cup \{2\} = \{2,3\}$,

գ. $\{a,b\} \cup \{1,2\} = \{1,2\}$, դ. $\{a,b\} \cup \{3,4\} = \{1,3,4\}$,

ե. $\{a,b\} \cup \{5,6\} = \{1,2,5,6\}$, զ. $\{a,b\} \cup \{a\} = \{1,2\}$:

257. Գտեք x ամբողջ թիվը, եթե հայտնի է, որ A և B բազմությունների միավորման տարրերի թիվը հավասար է A -ի և B-ի տարրերի թվերի գումարին.

ա. $A = \{1, 2, x\}$, $B = \{x+1, x+2\}$, բ. $A = \{1, x\}$, $B = \{3, 4, 5\}$,

գ. $A = \{0, x\}$, $B = \{1, x+1\}$, դ. $A = \{x\}$, $B = \{1,2\}$,

ե. $A = \{1, x+1\}$, $B = \{2, x+2\}$,

զ. $A = \{x+2, x+3, 2, 3\}$, $B = \{1, x\}$:

258. Գտեք x ամբողջ թիվը, եթե հայտնի է, որ A և B բազմությունների միավորման տարրերի թիվը հավասար չէ միավորվող բազմությունների տարրերի թվերի գումարին.

ա. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, x\}$, բ. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 5, x\}$,

գ. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{6, x\}$, դ. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x\}$,

ե. $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, x\}$, զ. $A = \{1, x, 3\}$, $B = \{2, 3\}$,

է. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x, x + 1\}$,

ը. $A = \{-2, -1, 0\}$, $B = \{3, 4, x - 5\}$:

259. Գայանեն իր ծննդյան օրը տուն էր հրավիրել 7 համադասարանցիների և 4 հարևանների: Քանի՞ հոգու էր հրավիրել նա:

260. Արդյո՞ք թույլ է տրված սխալ.

ա. $\{a,b\} \cup \{1,a\} = \{a,b\}$, բ. $|a+1| = |a| + 1$:

261. A և B բազմություններից յուրաքանչյուրի հետ միավորեցին C բազմությունը: Արդյո՞ք ստացված միավորումները կունենան հավասար թվով տարրեր:

ա. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 5, 6\}$, $C = \{1, 10\}$;

բ. $A = \{1, 2, 3, 9\}$, $B = \{1, 2, 7, 11\}$, $C = \{9, 10, 11\}$:

262. Դասարանի բոլոր 15 աշակերտները ցանկություն հայտնեցին սովորել անգլերեն կամ ռուսերեն: Նրանցից 10-ը ցանկություն հայտնեց սովորել անգլերեն, 8-ը՝ և՛ անգլերեն, և՛ ռուսերեն: Քանի՞ աշակերտ ցանկություն հայտնեց սովորել ռուսերեն:

263. Դասարանի 31 աշակերտից 21 -ը ցանկություն հայտնեց սովորել անգլերեն, 18 -ը՝ գերմաներեն: Քանի՞ աշակերտ է ցանկություն հայտնել սովորելու թե՛ անգլերեն, թե՛ գերմաներեն:

264. Դասարանի աշակերտներից 20 -ը ցանկություն հայտնեց սովորել անգլերեն, 10 -ը՝ գերմաներեն, իսկ մնացած 3 -ը՝ ֆրանսերեն: Միաժամանակ անգլերեն և գերմաներեն սովորելու ցանկություն հայտնեցին 6 -ը: Քանի՞ աշակերտ կար դասարանում:

265. Դասարանի աշակերտներից 25 -ը ցանկություն հայտնեց սովորել անգլերեն, 13 -ը գերմաներեն, 10 -ը՝ ֆրանսերեն: Միաժամանակ անգլերեն և գերմաներեն ցանկացան սովորել 7 աշակերտ, անգլերեն և ֆրանսերեն՝ 4 աշակերտ, իսկ գերմաներեն և ֆրանսերեն ոչ մի աշակերտ չուզեց սովորել: Քանի՞ աշակերտ կար դասարանում:

266. Եթե մարդը աշխատանքի է գնում ոտքով և վերադառնում տրանսպորտով, ապա գնալու և վերադառնալու վրա ծախսում է մեկ ու կես ժամ, իսկ եթե գնա և վերադառնա միայն տրանսպորտով, ապա կծախսի ընդամենը կես ժամ: Իսկ ինչքա՞ն կծախսի, եթե աշխատանքի գնա ու վերադառնա ոտքով:

267. Հողամասում, որի մակերեսն է 100 հա, ցանել են ցորեն, գարի, կորեկ: Ցորենի և կորեկի ընդհանուր տարածքը 70 հա է, իսկ գարու և կորեկի ընդհանուր տարածքը՝ 50 հա: Որքա՞ն է յուրաքանչյուր կուլտուրայի տարածքը:

268. Ունենք երեք բազմություններ, որոնցից յուրաքանչյուրն ունի 15 տարր: Քանի՞ տարր ունի այդ բազմությունների միավորումը, եթե.

ա. նրանք զույգ առ զույգ չեն հատվում,

բ. այդ բազմություններն ունեն ընդհանուր տարրեր:

269. 80 -ից փոքր քանի՞ երկնիշ զույգ թիվ կա:

270. Չկրկնվող թվանշաններ ունեցող քանի՞ եռանիշ թիվ կարելի է գրել միայն կենտ թվանշաններով:

271. $2, 3, 4$ թվանշաններով քանի՞ եռանիշ թիվ կարելի է գրել:

272. 100 -ից փոքր քանի՞ բնական թիվ կարելի է գրել՝ գործածելով միայն $6, 7, 8,$ և 9 թվանշանները:

273. Թելի երկարությունը որոշելու համար այն տասը տակ արեցին, չափեցին նրանցից մեկի երկարությունը և բազմապատկեցին տասով: Ճի՞շտ չափեցին թելը: Ուրիշ ի՞նչ եղանակով թելը կչափեիք դուք:

274. Դասերը սկսվում են առավոտյան ժամը 9 -ին: Յուրաքանչյուր դաս տևում է 45 րոպե, որին հետևում է 5 րոպե ընդմիջում: Ժամը քանիսի՞ն կվերջանա հինգերորդ դասը:

275. Գնացքն ուներ 45 վագոն, որոնցից յուրաքանչյուրի վրա բարձած 3 ավտոմեքենաներից ամեն մեկի մեջ կար 120 տուփ: Քանի՞ տուփ կար գնացքում:

276. Պապը իր յուրաքանչյուր թոռանը տվեց այնքան գիրք, որքան ծոռ ուներ և յուրաքանչյուր ծոռանն էլ տվեց այնքան գիրք, որքան թոռ ուներ:

ա. Թոռնե՞րը միասին շատ գիրք ստացան, թե՞ ծոռները:

բ. Զո՞ւյգ, թե՞ կենտ թվով գրքեր տվեց պապը:

277. Քանի՞ ընտրությամբ կարող է մարդը հագնել իր շորերը, եթե նա ունի.

ա. 4 բաճկոն և 5 տաբատ,

բ. 3 բաճկոն, 4 տաբատ, 6 բլուզ,

գ. 2 բաճկոն, 4 տաբատ, 8 բլուզ, 10 փողկապ,

դ. 4 բաճկոն, 3 տաբատ, 6 բլուզ, 11 փողկապ, 3 զույգ գուլպա,

ե. 3 բաճկոն, 4 տաբատ, 6 բլուզ, 12 փողկապ, 3 զույգ գուլպա, 2 վերարկու:

278. Բանակն ունի երեք դիվիզիա, որոնցից յուրաքանչյուրն ունի հինգ գունդ: Յուրաքանչյուր գունդ ունի հազար հինգ հարյուր զինվոր: Յուրաքանչյուր զինվոր ամսական ստանում է 500 դրամ: Ամսական քանի՞ դրամ են ստանում բանակի բոլոր զինվորները միասին:

279. Քանի՞ պայմանանշան կարելի է հաղորդել՝ էլեկտրացանցում ունենալով տարբեր գույնի.

ա. 2 լամպ, բ. 3 լամպ, գ. 4 լամպ:

Թեմա 2.5. ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

280. Արդյո՞ք հետևյալ առնչությունը ֆունկցիա է: Հիմնավորեք պատասխանը: Իրական թվի առնչությունը.

ա. իր կրկնապատիկի հետ, բ. իր հակադիրի եռապատիկի հետ,

գ. իր հակադիրի հակադարձի հետ, դ. իր մոդուլի հետ,

ե. իրենից 10 -ով մեծ թվի հետ, զ. իրենից 10 -ով տարբերվող թվի հետ,

է. իր զույգ աստիճանի արմատի հետ, ը. իր կենտ աստիճանի արմատի հետ,

թ. իր 1 տոկոսի հետ, ժ. իրենից երկու անգամ մեծ թվի հետ:

281. Դիցուք՝ f ֆունկցիան x տարրը առնչում է y տարրի հետ: Այդ դեպքում հետևյալ դատողություններից ո՞րն է ճշմարիտ.

ա. $f(x)$ նշանակում է f -ը բազմապատկած x -ով,

բ. $f(x)$ նշանով գրառվում է f ֆունկցիայի ընթացքում x տարրի հետ առնչվող միակ տարրը,

գ. $f(x)=y$:

282. Դիցուք՝ f ֆունկցիան յուրաքանչյուր ամբողջ թիվ առնչում է իր նշանի հետ:

ա. Գտեք $f(2)$ -ը, $f(-2)$ -ը, $f(11)$ -ը, $f(-9)$ -ը:

բ. Գտեք այն x -երի բազմությունը, որոնց համար $f(x)=+$:

գ. Գտեք այն x -երի բազմությունը, որոնց համար $f(x)=-$:

դ. Ի՞նչ կարելի է ասել a և b ամբողջ թվերի մասին, եթե $f(a)=f(b)$:

283. Արդյո՞ք ֆունկցիա է առնչությունը, երբ յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է իր.

ա. ուսուցչի հետ, բ. գրքի հետ,

գ. դասղեկի հետ, դ. ծննդյան օրվա հետ,

ե. ստացած գնահատականի հետ, զ. լուսնի հետ,

է. նստարանի հետ, որի վրա նա նստում է, ը. հարևանի հետ,

թ. բժշկի հետ, որին նա կարող է դիմել, ժ. բարեկամի հետ,

ի. ազգականի հետ, լ. դասագրքի հետ:

284. Արդյո՞ք հետևյալ առնչությունը ֆունկցիա է: Հիմնավորեք պատասխանը:

ա. Մարդու առնչությունը նրա ծննդյան թվի հետ:

բ. Մարդու առնչությունը նրա հասակի հետ:

գ. Մարդու առնչությունը նրա քաշի հետ:

դ. Աշակերտի առնչությունը հանրահաշվից նրա տարեկան գնահատականի հետ:

ե. Գնահատականի առնչությունը որևէ դասի ընթացքում այդ գնահատականն ստացած աշակերտի հետ:

գ. Մարդու առնչությունը իր ծննդավայրի հետ:

է. Որևէ ներկայացման ընթացքում հանդիսատեսի առնչությունը իր նստատեղի հետ:

ը. Դահլիճի նստատեղերի առնչությունը հանդիսականների հետ:

թ. Մարզադաշտի առնչությունը իր նստատեղերի թվի հետ:

ժ. Մարզադաշտի առնչությունը իր յուրաքանչյուր նստատեղի հետ:

ի. Ապրանքի առնչությունը նրա արժեքի հետ:

լ. Արկղի առնչությունը նրա տարողության հետ:

խ. Երկրի առնչությունը իր հարևան երկրի հետ:

285. Նշանակենք $f(x)$ -ով x մարդու տարիքը:

ա. Գտեք $f(x)$ -ը՝ ենթադրելով, որ x -ը ձեր ընտանիքի անդամներից յուրաքանչյուրն է:

բ. Ինչպե՞ս են կոչվում a և b մարդիկ, եթե $f(a) = f(b)$:

գ. Ի՞նչ կարելի է ասել a և b մարդկանց տարիքների մասին, եթե $f(a) < f(b)$:

դ. Գտեք f (Արամ Խաչատրյան) -ը:

ե. Ինչի՞ է հավասար $f(x)$ -ը, եթե x -ը ձեր մաթեմատիկայի ուսուցիչն է:

զ. Լուծեք հավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը ձեր համադասարանցի է. $f(x) = 15$:

է. Լուծեք անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը ձեր համադասարանցի է. $f(x) < 16$:

286. $\varphi(x)$ -ով նշանակենք x երկրի մայրաքաղաքը 2008 թվականին:

ա. Ցույց տվեք, որ φ -ն ֆունկցիա է:

բ. Ի՞նչ կարող է լինել x -ը և ի՞նչ՝ $\varphi(x)$ -ը:

գ. Լրացրեք աղյուսակը.

x	$\varphi(x)$
Ֆրանսիա	
Չինաստան	
Գերմանիա	

դ. Լուծեք հավասարումը. $\varphi(x)$ = Լոնդոն:

287. Նշանակենք $h(x)$ -ով x պետության տարածքը 2008 թվականին:

ա. Ցույց տվեք, որ h առնչությունը ֆունկցիա է:

բ. Լուծեք անհավասարումը. $h(x) > 9363000$ քառ. կմ:

գ. Լուծեք անհավասարումը. $h(x) > 1000000$ քառ. կմ:

դ. Լուծեք անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը գտնվում է Եվրոպայում. $h(x) < 1000$ քառ. կմ:

ե. Լուծեք անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը գտնվում է Եվրոպայում. $h(x) < h$ (Հայաստանի Հանրապետություն):

զ. Լուծեք անհավասարումը. $h(x) > h$ (Ավստրալիա):

է. Լուծեք անհավասարումը. $h(x) > h$ (Ռուսաստան):

288. Նշանակենք $f(x)$ -ով x մարդու հասակը:

ա. Ցույց տվեք, որ f առնչությունը ֆունկցիա է:

բ. f (Ոսկեհատ) = 155 սմ հավասարության մեջ ո՞րն է ֆունկցիայի արժեքը:

գ. Լուծեք անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը ծեր համադասարանցի է. $h(x) > 155$ սմ:

դ. Ի՞նչ կարելի է ասել a -ի և b -ի մասին, եթե $f(a) < f(b)$:

ե. Ի՞նչ կարելի է ասել a -ի և b -ի մասին, եթե $f(a) > f(b)$:

Վերցրեք որևէ թվային ուղիղ և նրա վրա պատկերեք հետևյալ թվերը (290-291).

289. ա. 1, բ. 5, գ. 10, դ. 100:

290. ա. $0{,}1$, բ. $1{,}11$, գ. $0{,}24$, դ. $2{,}417$:

291. ա. -1, բ. $-1{,}1$, գ. $-2{,}43$, դ. $-7{,}234$:

292. Թվային ուղղի *O* սկզբնակետի նկատմամբ ինչպե՞ս են դասավորված հետևյալ թվերը պատկերող կետերը.

ա. -3 և 3, բ. 100 և -100, գ. $-4{,}5$ և $4{,}5$:

293. Թվային ուղղի վրա ինչպե՞ս են դասավորված հետևյալ թվերը պատկերող կետերը.

ա. -2, 0 և 2, բ. 10, 1 և -9, գ. $-4{,}5$, 4 և $4{,}5$:

294. Թվային ուղղի $M(x)$ կետը գտնվում է $N(y)$ կետից աջ: Ո՞ր թիվն է ավելի մեծ՝ x -ը, թե y -ը:

295. Թվային ուղղի $M(2)$ կե՞տն է ավելի աջ գտնվում, թե՞ $N(3)$ կետը:

296. Հայտնի է, որ $a < b$: Թվային ուղղի $M(a)$ կե՞տն է ավելի աջ գտնվում, թե՞ $N(b)$ կետը:

297. Որոշեք թվային ուղղի վրա պատկերված կետերի հեռավորությունը.

ա. $M(0)$ և $N(1)$, բ. $M(-3)$ և $N(5)$, գ. $M(-10)$ և $N(10)$, դ*. $M(a)$ և $N(b)$:

298. Ինչպե՞ս են դասավորված թվային ուղղի վրա հետևյալ կետերը.

ա. $M(a)$ և $N(-a)$, բ. $M(a)$ և $N(2a)$:

299. $M(1)$, $N(-1)$, $K(4)$, $E(0)$, $F(-7)$ կետերից ընտրեք այն կետերը,

որոնք
ա. ընկած են դրական կիսառանցքի վրա,
բ. ընկած են բացասական կիսառանցքի վրա,
գ. ընկած չեն դրական կիսառանցքի վրա,
դ. ընկած չեն բացասական կիսառանցքի վրա:

300. Ի՞նչ կարելի է ասել a և b թվերի մասին, եթե.
ա. $M(a)$ կետը համընկնում է $N(b)$ կետի հետ,
բ. $M(a)$ կետը ընկած է $N(b)$ կետից ձախ,
գ. $M(a)$ կետը ընկած է $N(b)$ կետից աջ:

301. Կետերը վերադասավորեք հաջորդաբար՝ ձախից դեպի աջ.
$$B(-8),\ C(-7),\ F(-10),\ E(12),\ F(0):$$

302. Վանդակավոր թղթի վրա պատկերեք կոորդինատային համակարգը՝ որպես միավոր ընտրելով մեկ վանդակի չափը և նրա վրա պատկերեք հետևյալ կետերը.
$$A(1,\,3),\ B(0,\,2),\ C(-5,\,-3),\ D(-2,\,3),\ E(4,\,-7),\ F(-6,\,0):$$

Որոշեք, թե կոորդինատային հարթության որ կիսահարթություններում և որ քառորդում է գտնվում կետը (303-304).

303. ա. $M(7,\,3)$, $N(-7,\,-2)$, $E(-2,\,4)$, $F(4,\,-2)$,
բ. $M(5,\,0)$, $N(0,\,5)$, $E(0,\,-4)$, $F(-4,\,0)$:

304. ա. $M(1,\,1)$, բ. $M(-2,\,1)$, գ. $M(-2,\,3)$, դ. $M(-2,\,-3)$,
ե. $M(0,\,3)$, զ. $M(10,\,0)$, է. $M(1,\,a)$, ը. $M(a,\,1)$:

305. Կոորդինատային հարթության ո՞ր քառորդում է գտնվում $M(a,b)$ կետը, եթե.

ա. $\begin{cases} a > 0 \\ b = 2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} a > 0 \\ b < -1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} a = -2 \\ b > 2 \end{cases}$:

306. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը զուգահեռ է աբսցիսների առանցքին և անցնում է հետևյալ կետով.
ա. $(0,\,1)$, բ. $(0,\,-1)$, գ. $(2,\,2)$, դ. $(-1,\,1)$:

307. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը զուգահեռ է օրդինատների առանցքին և անցնում է հետևյալ կետով.
ա. $(1,\,1)$, բ. $(1,\,0)$, գ. $(-1,\,-1)$, դ. $(-1,\,1)$:

308. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը.
ա. գտնվում է ստորին կիսահարթության մեջ և օրդինատների առանցքի հետ հատվում է -4 կոորդինատն ունեցող կետում,
բ. գտնվում է վերին կիսահարթության մեջ և օրդինատների առանցքի հետ հատվում է 3 կոորդինատն ունեցող կետում,
գ. գտնվում է աջ կիսահարթության մեջ և աբսցիսների առանցքի հետ հատվում է 14 կոորդինատն ունեցող կետում,
դ. գտնվում է ձախ կիսահարթության մեջ և աբսցիսների առանցքի հետ

հատվում է -7 կոորդինատն ունեցող կետում:

309. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը զուգահեռ է xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդին և անցնում է հետևյալ կետով.
ա. $(1, 0)$, բ. $(0, 1)$, գ. $(0, 2)$, դ. $(0, -1)$, ե. $(0, -3)$:

310. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը զուգահեռ է xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդին և անցնում է հետևյալ կետով.
ա. $(0, 1)$, բ. $(1, 0)$, գ. $(2, 0)$, դ. $(-1, 0)$, ե. $(-4, 0)$:

311. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով և հետևյալ կետով.
ա. $(0, 1)$, բ. $(1, 0)$, գ. $(0, -1)$, դ. $(1, 1)$, ե. $(-4, 4)$:

312. Հետևյալ կետերից որո՞նք են գտնվում $y = 0{,}5x$ հավասարումն ունեցող ուղղի վրա.
$A(2, -1)$, $B(-4, -2)$, $C(-6, 3)$, $D(12, 6)$, $E(21, 10)$:

313. $A(a, 2a)$ կետը ո՞ր հավասարումով տրված ուղղի վրա է գտնվում.
ա. $y = -x$, բ. $y = 2x$, գ. $y = -2x$, դ. $y = 0{,}5x$:

314. Գտեք a-ի այն արժեքը, որի դեպքում $y = ax$ հավասարումն ունեցող ուղիղը անցնում է տրված կետով.
ա. $A(3, 3)$, բ. $B(-2, 2)$, գ. $C(3, -1)$, դ. $D(-3, -2)$:

315. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով և աբսցիսների դրական կիսառանցքի հետ կազմում է հետևյալ անկյունը.
ա. 180 աստիճան, բ. 45 աստիճան,
գ. 90 աստիճան, դ. 135 աստիճան:

316. Գտեք b թիվը, եթե $y = 2x + b$ ուղիղն անցնում է $(1, 2)$ կետով:

317. Գտեք a և b թվերը, եթե $y = ax + b$ ուղիղը անցնում է $(0, 1)$ և $(1, 0)$ կետերով:

318. Գտեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է հետևյալ կետերով.
ա. $(0, 2)$ և $(2, 0)$, բ. $(-1, 0)$ և $(0, 1)$,
գ. $(0, 0)$ և $(1, 1)$, դ. $(0, 0)$ և $(-1, 1)$:

319. Դիտարկեք $y - 2 = x + 1$ հավասարումը:

ա. Ցույց տվեք, որ նրանով որոշվում է ֆունկցիա: Նշանակեք այն f տառով:

բ. Գտեք հետևյալ արժեքները.

$$f(1),\ f(-1),\ f(0),\ f(2),\ f(-3),\ f(12),\ f(-100):$$

գ. Արդյո՞ք հետևյալ բանաձևերը հավասարություններ են.

$$f(2)=5,\ f(2)=4,\ f(-2)=4,\ f(-2)=-1,\ f(0{,}5)=1{,}5:$$

դ. Ճշմարի՞տ է, որ կամայական a իրական թվի համար $f(a)-2=a+1$:

ե. Հայտնի է, որ $f(a)=b$: Ցույց տվեք, որ $b-2=a+1$ բանաձևը հավասարություն է:

զ. Հայտնի է, որ $f(a)=b$: Ցույց տվեք, որ $(a,\ b)$ թվազույգը տրված հավասարման լուծումն է:

է. Հայտնի է, որ $(a,\ b)$ թվազույգը տրված հավասարման լուծումն է: Ցույց տվեք, որ $f(a)=b$:

320. Դիտարկեք $3y+2x=x-1$ հավասարումը:

ա. Ցույց տվեք, որ նրանով որոշվում է մի ֆունկցիա: Նշանակեք այն f տառով:

բ. Գտեք հետևյալ արժեքները.

$$f(1),\ f(-1),\ f(0),\ f(2),\ f(-3),\ f(11),\ f(-101):$$

գ. Արդյո՞ք հետևյալ բանաձևերը հավասարություններ են.

$$f(1)=3,\ f(1)=-2/3,\ f(0)=0,\ f(-2)=-1/3:$$

դ. Ճշմարի՞տ է, որ կամայական a իրական թվի համար $3f(a)+2a=a-1$:

ե. Հայտնի է, որ $f(a)=b$: Ցույց տվեք, որ $3b+2a=a-1$ բանաձևը հավասարություն է:

Թեմա 2.6. ԱՅԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Անանիա Շիրակացու խնդիրները

321. Ես հորիցս այսպես լսեցի. պարսիկների դեմ հայերի մղած պատերազմի ժամանակ մեծ քաջագործություններ է կատարվում Զորակ Կամսարականի կողմից, որպես թե մեկ ամսվա մեջ երեք անգամ հարձակվում է պարսկական զորքերի վրա: Առաջին անգամ նա կոտորում է զորքի կեսը, հետապնդելով՝ երկրորդ հարձակման ժամանակ կոտորում է քառորդ մասը, երրորդ անգամ հարձակվելիս՝ տասնմեկերորդը, իսկ մնացածները, թվով երկու հարյուր ութսուն, փախչում են Նախիջևան: Արդ՝ մնացածների հաշվով մենք պարտավոր ենք իմանալ, թե կոտորածից առաջ որքա՞ն էր պարսկական զորքը:

322. Իմ մերձավոր մարդկանցից մեկը, մեկնելով Բաhլ, շահավոր մարգարիտներ ծեռք բերեց: Տուն վերադառնալով և հասնելով Գանձակ, նա մարգարիտների կեսը ծախեց՝ հատը հիսուն դրամով, գալով Նախիջևան՝ վաճառեց քառորդ մասը՝ հատը 70 դրամով, ապա հասնելով Դվին՝ ծախեց տասներկուերորդ մասը՝ հատը 50 դրամով: Երբ նա եկավ մեզ մոտ՝ Շիրակ, նրա մոտ մնացել էր ընդամենը 24 հատ մարգարիտ: Արդ՝ մնացածի հաշվով իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ մարգարիտ է եղել և քանի՞ դրամ էր մարգարիտների գինը:

323. Ես իմ ուսուցչից լսեցի, թե գողերը մտնելով Մարկիանիոն Տրիկլիի գանձարանը, գողացան գանձի կեսը և չորրորդ մասը: Գանձապահները, ներս մտնելով, մնացածը գտան՝ 421 կենդինար և 3600 դահեկան: Արդ՝ իմացիր, թե ամբողջ գանձը որքա՞ն էր:

324. Սուրբ Սոֆիայի միաբանների ռոճիկը բաժանվում է այսպես. hինգերորդ մասը ստանում են սարկավագները, տասներորդ մասը՝ քահանաները, 200 լիտր՝ եպիսկոպոսները և 2000 լիտր՝ մնացած միաբանները: Արդ՝ իմացիր, թե ամբողջ ռոճիկը քանի՞ լիտր էր:

325. Սպաների ռոճիկը բաշխվում է այսպես. քառորդ մասը տրվում է պատվավորներին, ութերորդ մասը՝ ավագներին, իսկ 150 կենդինարը՝ մյուս հեծյալներին:
Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ կենդինար է:

326. Իմ պարտեզում կար հազար: Մի հռոմեացի, զբոսնելու նպատակով մտնելով այնտեղ, կերավ այդտեղ եղած հազարի հինգերորդ և տասնհինգերորդ մասը: Գիտենալով այդ մարդու որկրամոլությունը, ես նրան դուրս արեցի և, մտնելով պարտեզ, համրեցի և տեսա, որ պարտեզում կա 110 հատ հազար:
Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ հազար է եղել, և հռոմեացին քանի՞սն է կերել:

327. Ես Մարմետում էի, Կամսարականների ոստանում: Գնալով Ախուրյան կոչվող գետի ափը, տեսա ձկների վտառ, ուռկան գցել տվեցի, բռնեցի այդ ձկների կեսը, քառորդ և յոթերորդ մասը, իսկ որը ուռկանից ազատվեց, ընկավ քարփի մեջ, որի մեջ գտա 45 հատ: Արդ՝ իմացիր, թե վտառի մեջ ընդամենը քանի՞ ձուկ կար:

328. Պարսիկների դեմ հայերի ապստամբած ժամանակ, երբ Զորակ Կամսարականը սպանեց Սուրենին, հայ ազնվականներից մեկը դեսպան ուղարկեց պարսից թագավորի մոտ՝ այդ գույժը նրան հաղորդելու: Դեսպանը գնում էր օրական 50 մղոն: 15 օր հետո, երբ Զորակ Կամսարականն այդ իմանում է, դեսպանին բռնելու համար նրա հետևից հետապնդողներ է ուղարկում, որոնք անցնում էին օրական 80 մղոն: Արդ՝ իմացիր, թե նրանք քանի՞ օրում կհասնեին դեսպանին:

329. Կամսարականները որսի էին դուրս եկել Գենում և որսացել էին շատ երեներ, ինձ որսաբաժին բերել տվեցին մի վարազ: Քանի որ այն վիթխարի էր, ուստի ես կշռեցի: Պարզվեց, որ նրա փորոտիքն ամբողջ քաշի չորրորդ մասն էր, գլուխը՝ տասներորդ մասը, ոտքերը՝ քսաներորդ, ժանիքները՝ հիսնուներորդ, իսկ մարմինը քաշում էր 212 լիտր: Արդ՝ իմացիր, թե ամբողջ վարազը քանի՞ լիտր էր:

330. Մարմետի մոտ՝ Երասխ գետում մի լոքո բռնեցին: Ես կշռեցի այն: Պարզվեց, որ նրա գլուխը կազմում էր ամբողջ քաշի չորրորդ մասը, պոչը՝ վեցերորդ, իսկ մեջքը՝ 140 լիտր: Արդ՝ իմացիր, թե ամբողջ ձուկը քանի՞ լիտր էր:

331. Մի վաճառական անցավ երեք քաղաքներով: Առաջին քաղաքում նրանից մաքս վերցրին ունեցածի կեսը և երրորդ մասը, երկրորդ քաղաքում հաշվեցին ինչ որ ուներ, վերցրին մնացածի կեսը և երրորդ մասը, իսկ երրորդ քաղաքում դարձյալ հաշվեցին և վերցրին մնացածի կեսը և երրորդը: Եվ երբ այդ մարդը տուն հասավ, նրա մոտ մնացել էր 11 դահեկան: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան ուներ:

332. Մի նավակ էի ուզում սարքել, բայց ունեի ընդամենը երեք դահեկան, ուրիշ ոչինչ չունեի: Դիմեցի իմ մերձավորներին. «Տվեք ինձ ամեն մեկդ մի բան, որ կարողանամ սարքել նավակը»: Նրանցից մեկը տվեց նավակի կշռի երրորդ մասի արժեքը, մեկը՝ չորրորդի, մեկը՝ վեցերորդի, մեկը՝ յոթերորդի և մեկն էլ՝ քսանութերորդի: Ես սարքեցի նավակը: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան արժեքի էր նավակը:

333. Իմ աշակերտներից մեկը Խարա քաղաքից ընտիր խնձորներ է գնում և ցանկանում է ինձ ընծա բերել: Ճանապարհին նրան հանդիպում է կատակողների երեք խումբ: Առաջին խումբը վերցնում է խնձորների կեսը և չորրորդը, երկրորդ խումբը՝ մնացածի կեսը և չորրորդը, երրորդ խումբը՝ նույնպես մնացածի կեսը և չորրորդը, իսկ մնացած խնձորները՝ հինգ հատ, բերում հասցնում է ինձ: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ խնձոր է եղել:

334. Մի կարասի մեջ գինի կար, որ վարդով էին պատրաստել: Եվ կար նաև երեք խեցե սափոր: Ես հրամայեցի գինին լցնել այդ սափորների մեջ: Սափորներից մեկը տարավ գինու երրորդ մասը, մեկը՝ վեցերորդ, իսկ մյուսը՝ տասնչորսերորդ մասը: Մնացած գինին, որ այլ ամանների մեջ լցրին, 54 փաս էր: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ փաս էր ամբողջ գինին:

335. Ես ունեի մի ազնվացեղ ձի: Այդ ձին վաճառելով՝ ստացած գումարի քառորդով կովեր գնեցի, յոթերորդով՝ այծեր, տասներորդով՝ եզներ, իսկ մնացած 318 դահեկանով գնեցի ոչխարներ: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան է անում:

336. Ես եկեղեցի էի կառուցում: Վարձեցի մի որմնադիր, որը օրական 140 քար էր շարում: Աշխատանքն սկսելուց 39 օր հետո վարձեցի մեկ ուրիշ որմնադիր, որը օրական 218 քար էր շարում: Երբ երկրորդ որմնադիրի շարած քարերի թիվը հավասարվեց առաջինին, եկեղեցու կառուցումը ավարտվեց: Արդ՝ իմացիր, թե քանի՞ օրում հավասարվեց:

337. Ցորենով լի մի նավ էր գնում: Մի կետ հետապնդեց նրան: Նավորդները վախեցան և ցորենի կեսը իբրև կեր գցեցին նրան: Երկրորդ օրը գցեցին մնացած ցորենի հինգերորդ մասը, երրորդ օրը՝ ութերորդը, չորրորդ օրը՝ յոթերորդը: Նավահանգիստ հասան, մնացել էր ընդամենը 7200 կայթ ցորեն:

Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ կայթ էր ցորենը:

338. Ես ունեի մի մետաղյա ջրաման, որը ջարդեցի և պատրաստեցի ուրիշ ամաններ: Երրորդ մասից պատրաստեցի մի սան, չորրորդ մասից՝ մի ուրիշ սան, հինգերորդ մասից՝ երկու բաժակ, վեցերորդից՝ երկու սկուտեղ, իսկ 210 դրամից՝ մեկ սկահակ: Արդ՝ իմացիր, թե ի՞նչ քաշ ուներ մետաղյա ջրամանը:

339. Մի մարդ մտավ երեք եկեղեցի: Առաջին եկեղեցում Աստծուց հետևյալը խնդրեց. «Տուր ինձ այնքան, որքան ես ունեմ, և ես քեզ կտամ քսանհինգ դահեկան»: Այդպես խնդրեց նաև երկրորդում և տվեց քսանհինգ դահեկան, նույնը՝ նաև երրորդում. և նրա մոտ ոչինչ չմնաց: Արդ՝ իմացիր, թե սկզբում նա քանի՞ դահեկան ուներ:

340. Կար մի շտեմարան, որի մեջ երկու հարյուր կայթ գարի կար: Մկները մտան և ամբողջ գարին կերան: Ես մկներից մեկին բռնեցի և պատժեցի: Նա խոստովանեց և ասաց. «Ինձ ութսուն հատիկ հասավ»: Արդ՝ իմացիր, ընդամենը քանի՞ գարու հատիկ կար շտեմարանում և հատիկներն ուտող մկների թիվը քանի՞սն էր:

ԳԼՈՒԽ

3

ՊԱՏՄԱԿԱՆ ԱԿՆԱՐԿՆԵՐ

Թեմաներ.

3.1. Պատմական տեղեկություններ

3.2. Մաթմեատիկայի մեծերը

Ցուցումներ առաջադրանքներից օգտվելու վերաբերյալ

Այս գլուխը կազմված է երկու տիպի նյութերից: Դրանցից առաջինում բերված է հանրահաշվական հիմնական հասկացությունների առաջացման պատմությունը: Երկրորդում ներկայացվում են հետաքրքիր դրվագներ մաթեմատիկան ստեղծող մեծերի կյանքից: Հիմնականում այստեղ անցյալի այն մաթեմատիկոսներն են, որոնք աշխատել են նաև հանրահաշվի՝ դասագրքում ներկայացված թեմաների ուղղությամբ:

Հասկանալի է, որ դասագրքի յուրաքանչյուր թեման անցնելիս պետք է անդրադառնալ այդ թեմային վերաբերող նյութին: Նյութերը մատչելի են բոլոր աշակերտների համար:

Թեմա 3.1. ՊԱՏՄԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Հանրահաշվի լեզուն: Հանրահաշիվը գիտություն է տառերի ու նրանց հետ կատարվող գործողությունների մասին: Նրա առանձին դրվագներ կարելի է տեսնել բաբելոնական, եգիպտական և հունական մաթեմատիկոսների՝ մեր թվարկությունից շատ առաջ կատարված աշխատանքներում: Հույն մաթեմատիկոս Դիոֆանտը, որ ապրել է մեր թվարկության երրորդ դարում՝ Ալեքսանդրիայում, լայնորեն օգտագործում էր տառերը՝ անհայտներն ու նրանց աստիճանները գրառելու համար: Միջին դարերում հանրահաշիվը բուռն զարգացում ապրեց արաբական աշխարհում: 9-րդ դարում ալ-Խորեզմը գրեց «Գիրք վերականգնման և հակադրման» վերնագրով աշխատությունը: Վերականգնում ասելով նա հասկանում էր հանելին հավասարման մյուս մասը տեղափոխելով՝ այն գումարելի դարձնելու գործողությունը, իսկ հակադրումը հայտնիները հավասարման մի կողմում, անհայտները՝ մյուս կողմում խմբավորելու գործողությունն էր: Արաբերենում «վերա-կանգնում» նշանակում է «ալջեբր»: Այստեղից էլ գալիս է հանրահաշվի արաբական անվանումը՝ ալջեբրա, որից և օգտվել են եվրոպացիները՝ «ալգեբրա» անվանումը օգտագործելով:

Ժամանակակից տառային նշանակումները կատարվել են Եվրոպայում: Տառերը առաջին անգամ գործածել է ֆրանսիացի Ֆրանսուա Վիետը (1540-1603):

Ժամանակակից փակագծերը առաջին անգամ (1770թ. -ին) օգտագործել է Լեոնարդ Էյլերը: Դրանից առաջ արտահայտությունը փակագծերի մեջ առնելու փոխարեն այն ընդգծում էին վերևից կամ ներքևից:

Հավասարության և անհավասարության առնչությունները օգտագործվել են դեռևս հնադարում: Հավասարության և անհավասարության նշանների համար գործածվել են այդ բառերը կամ նրանց համառոտագրությունները: Հավասարության նշանի համար օգտագործել են տարբեր նշաններ: Եվ 1556 թվականի մի գեղեցիկ օր անգլիացի մաթեմատիկոս Ռոբերտ Ռիկորդը ասաց իր աշակերտներին. «Չկան իրար ավելի հավասար երկու այլ առարկաներ, քան երկու հատվածները», և այդ օրվանից = նշանը դարձավ հավասարության նշան: $<$ և $>$ նշանները ներմուծել է նույնպես անգլիացի մաթեմատիկոս՝ Հարրիոը, 1631 թվականին:

2. Գումարումը հանրահաշվում: Դեռևս հին Եգիպտոսում գումարման գործողության համար գործածում էին հատուկ նշան՝ քայլող ոտքեր: Եվրոպական գիտնականները գումարելիներից մեկից հետո գրում էին մյուսը՝ հասկանալով, որ կատարվում է գումարում: 15 –րդ դարում գումարման գործողության համար սկսեցին կիրառել լատինական plus՝«գումարում» բառի առաջին տառը՝ p, բայց այն երկար չմնաց: Արդեն նույն դարում սկսեցին գործածել + նշանը, որի համար կա երկու բացատրություն: Միջնադարյան Եվրոպայում գինե-վաճառները տակառից վերցված յուրաքանչյուր գավաթ գինու դիմաց տետրի վրա դնում էին մի հատ – նշան, տակառի մեջ ավելացված, յուրաքանչյուր գավաթի դեպքում էլ – նշանը ջնջում էին՝ նրա վրա մի ուղղահայաց գիծ քաշելով. արդյունքում ստացվում էր + նշանը: «Գումար» հասկացությունը ժամանակակից մեկնաբանություն է ստացել միայն 15 -րդ դարում: Մինչ այդ այն նշանակել է թվաբանական ցանկացած գործողության արդյունք: «Գումարելի» անվանումը առաջին անգամ հանդիպում է եվրոպական մաթեմատիկոսների մոտ՝ 18 -րդ դարում:

3. Հանումը հանրահաշվում: Մեր թվարկությունից երկու դար առաջ չինացի մաթեմատիկոսները օգտագործում էին դրական և բացասական թվերը՝ նշելու համար, համապատասխանաբար, քանակության առկայությունը և բացակայությունը, ստանալիքը և պարտքը, մուտքը և ելքը:

Հնդիկ մաթեմատիկոսները բացասական թվերից օգտվում էին մեր թվար-կության 7 -րդ դարում:

Եվրոպայում բացասական թվերից առաջին անգամ օգտվել է 13 -րդ դարի իտալացի մաթեմատիկոս Լեոնարդո Պիզայեցին, որը հայտնի է Ֆիբոնաչի անվամբ: Երբ հավասարումներ լուծելիս պատասխանում ստացվում էր բացասական թիվ, նա այդ դիտարկում էր որպես պարտք: Անգամ դրանից հետո մաթեմատիկոսները բացասական թվերը համարում էին մտացածին և դրանցից չէին օգտվում: Բացասական թվերը վերջնական գործածություն ստացան միայն Դեկարտի աշխատանքների հրապարակումից հետո:

Հանման գործողությունը կիրառվել է շատ ավելի վաղ: Դեռևս մեր թվարկությունից երեք դար առաջ հին Հունաստանում հանման գործողության համար գործածում էին շրջած ψ (փսի) տառը: Եվրոպական մաթեմատիկոսները այդ նպատակով գործածում էին լատինական minus բառի առաջին տառը՝ m: Եվ միայն 16 –րդ դարում հանման գործողության համար սկսեցին գործածել – նշանը:

4. Բազմապատկումը հանրահաշվում: Ի տարբերություն գումարման և հանման, բազմապատկման գործողության կատարումը որոշակի դժվարություն է ներկայացնում: Հնադարի մարդիկ հետաքրքիր ձևով են կատարել 5 –ից 9 թվերի բազմապատկումը երկու ձեռքերի մատների օգնությամբ: Ձեռքերից մեկի վրա ծալել են այնքան մատ, որքան թիվը պակաս է 10 -ից, մյուս ձեռքի վրա նույն բանը կատարել են մյուս թվի համար: Արտադրյալը ստանալու համար վերցրել են այնքան տասնավոր, ինչքան երկու ձեռքերի վրա չծալված մատների թիվն է, և այնքան միավոր, ինչքան երկու ձեռքերի ծալված մատների արտադրյալն է: Հետագայում այս հնարքը այքան կատարելագործվեց, որ երկու հոգու ձեռքերի մատների միջոցով հնարավոր էր լինում արագ հաշվել երկու՝ մինչև 1000 թվերի արտադրյալը: Եվ չինացի վաճառականները ապրանքի գինը նշելու համար իրենց ձեռքերի մատները խփում էին դիմացինի ձեռքերի մատներին: Արդյո՞ք այստեղից չի առաջացել գործարքի իրականացումը խորհրդանշող՝ «թխի գա» արտահայտությունը:

Բազմապատկման համար x նշանը ներմուծել է Անգլիացի մաթեմատիկոս Ու. Օութրեդը, իսկ · նշանը՝ գերմանացի մեծ մաթեմատիկոս Գ. Լայբնիցը:

5. Բաժանումը հանրահաշվում: Բաժանման ժամանակակից նշաններից առաջինը գործածվել է գծիկը՝ – նշանը: Այն ներմուծել է իտալացի նշանավոր մաթեմատիկոս Լեոնարդ Պիզայեցին: Բաժանման գործողությունը գրառելու մյուս՝ : նշանը առաջին անգամ գործածել է գերմանացի մեծ մաթեմատիկոս և փիլիսոփա Գեթֆրիդ Լայբնիցը՝ 1684 թ.: Բայց ինչպես Պիզայեցու, այնպես էլ Լայբնիցի նշանակումները ավելի ուշ են ընդունվել համընդհանուր գործածության համար: Իսկ ավելի երկար գործածվել է D նշանը՝ լատիներեն division - բաժանում բառի առաջին տառը: 1659 թվականին շվեցարացի մաթեմատիկոս Ռանը բաժանման համար մտցրեց ? նշանը, որը լայն տարածում գտավ հատկապես Անգլիայում և գործածվեց մինչև 1823 թվականը:

6. Աստիճան: Ցուցիչների համար ընդունված ժամանակակից նշանակումները առանձին բնական աստիճանացույցների համար կատարել է Ռենե Դեկարտը, իսկ a^n նշանակումը պատկանում է Նյուտոնին: Զրոյական և բացասական աստիճանները առաջին անգամ կիրառել է դարձյալ Ի. Նյուտոնը:

7. Ֆունկցիա: Ֆունկցիայի եզրույթը առաջին անգամ օգտագործել է

Գոթֆրիս Լայբիցը դեռևս 1673 թվականին: 1751 թ. Լեոնարդ Էյլերի կողմից այդ եզրույթի օգտագործումը ավելի մոտ է ֆունկցիայի ժամանակակից ընկալմանը: Իսկ նրա օգտագործումը ճիշտ է՝ միայն թվային ֆունկցիաների համար, սկսվել է արդեն հաջորդ դարում՝ Լոբաչրսկու և Դիրիխլեի կողմից: Ֆունկցիայի ժամանակակից ընկալումը սկսվում է բազմությունների տեսության երևան գալուց հետո և վերագրվում է Դեդեքինդին՝ 1887 թ. և Պեանոյին՝ 1911 թ.:

8. Հավանականություններ: Հավանականությունների տեսությունը ծագել է միջին դարերում: Նրա ուսումնասիրության առարկան սկզբնապես եղել է խաղերի մաթեմատիկական վերլուծությունը: Զառախաղին վերաբերող հավա-նականային օրինաչափություններ առաջին անգամ ուսումնասիրել են հայտնի մաթեմատիկոսներ Պիեռ Ֆերման, Բլեզ Պասկալը և Քրիստիան Հյուգենսը: Վերջինս մեծ ներդրում ունի հավանականու-թյունների տեսության հիմնարար գաղափարների ձևավորման գործում: Հավանականությունների տեսությանը վերաբերող առաջին մենագրու-թյունը պատկանում է Յակոբ Բեռնուլիին, ով անկախ պատահա-կան մեծությունների համար ապացուցել է այսպես կոչված՝ «մեծ թվերի օրենքը»: Սկզբնապես հավանականությունների տեսության հասկացու-թյունները չեն ունեցել խիստ մաթեմատիկական սահմանումներ: Ժամանա-կակից հավանականությունների տեսության աքսիոմատիկան տվել է սովետական մաթեմատիկոս Կոլմոգորովը:

Թեմա 3.2. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՄԵԾԵՐԸ

ՊՅՈՒԹԱԳՈՐԱՍ

Հույն մեծ մաթեմատիկոս Պյութագորասը ապրել է մեր թվարկությունից առաջ 580 թ. մինչև 500 թ.: Ծնվել է նա Հունաստանի Սամոս կղզում: Երիտասարդ հասակում ճանապարհորդել է Եգիպտոսում, 12 տարի ապրել է Բաբելոնում, որտեղ քրմերից սովորել է աստղագիտություն և աստղագուշակություն: Այնուհետև իր հայրենքում որոշ ժամանակ ապրելուց հետո տեղափոխվում է Սիցիլիա և այնտեղ հիմնում իր հանրահայտ՝ պյութագորյան դպրոցը: Այդ դպրոցը հսկայական ավանդ ներմուծեց մաթեմատիկայի և աստղագիտության զարգացման գործում: Պյութագորասն ինքը կատարեց բազմաթիվ հայտնագործություններ: Օրինակ՝ առաջինը նա էր, որ հաշվեց եռանկյան ներքին անկյունների գումարը: Բայց Պյութագորասի հայտնագործությունների պսակը նրա անունը կրող թեորեմն է, երբևէ մարդու կողմից կատարված թերևս ամենագեղեցիկ հայտնագործությունը:

Լեգենդը պատմում է, թե իր հայտնագործությունից հիացած և արբեցած Պյութագորասը 100 ցուլ է զոհաբերում աստված-ներին՝ ի նշան շնորհա-կալության:

Պյութագորասը մեծ իմաստասեր էր: Նա թողել է բազմաթիվ իմաստություններ, որոնք անչափ ուսանելի են նաև մեզ համար: Ահա դրանցից մի քանիսը:

- Երբեք մի արա այն, ինչ չգիտես:
- Սովորիր ապրել պարզ և առանց շքեղությունների:
- Քնելուց առաջ խորհիր այդ օրն արած քո գործերի մասին:

Պյութագորասն ունի նաև հրաշալի այլաբանություններ:

- Կշեռքի կողքով չանցնես (այսինքն՝ արդարությունը մի խախտիր):
- Բարձի վրա մի նստիր (այսինքն՝ արածով մի բավարարվիր):
- Սիրտդ մի քրքրիր (այսինքն՝ մի տրվի թախծին):
- Կրակը սրով մի թեժացրու (այսիրքն՝ զայրացած մարդուն մի ջղայնացրու):
- Քո հարկի տակ մի առ ծիծեռնակներին (այսնիրքն՝ շատախոսներին և թեթևամիտներին):

ԷՎԿԼԻԴԵՍ

Հույն հանճարեղ մաթեմատիկոս Էվկլիդեսը ապրել է մ.թ.ա. IV դարում: Նա ծնվել է Աթենքում, եղել է մեծ փիլիսոփա Պլատոնի աշակերտը: Եգիպտոսի Պտղոմեոս I թագավորի հրավերով Էվկլիդեսը մեկնում է Ալեքսանդրիա և այնտեղ հիմնում իր մաթեմատիկական դպրոցը: Արդեն այդ ժամանակաշրջանում հունական մաթեմատիկոսների կողմից հայտնագործվել և հավաքվել էր երկրաչափական փաստերի հսկայական պաշար: Բայց այդ փաստերը չէին համակարգված և շարադրված տրամա-բանական ընդհանուր համակարգով: Այս հսկայական և աննախադեպ աշխատանքը կատարեց Էվկլիդեսը իր «Սկզբունքներ» 13 հատորանոց աշխատության մեջ: Նշված նյութը նա հարստացրեց սեփական հայտնագործու-թյուններով, ինչի արդյունքում երկրաչափությունը ստացավ տրամաբանական այնպիսի շարադրանք, որը մարդկային միտքը ի զորու չեղավ բարելավել հետագա երկու հազարամյակների ընթացքում: Գիտության պատմության մեջ նման երևույթ հայտնի չէ: Ավելին, հետագա բոլոր դարերում «Սկզբունքները» երկրաչափության ուսուցման միակ դասագիրքն էր. նրա բարելավման անվստահ փորձերը հաջողություն չէին ունենում և արագ մոռացվում էին:

Հարկ է խոստովանել, որ անգամ այսօր որոշ երկրների հանրակրթական դպրոցներում երկրաչափության ուսուցումը կատարվում է «Սկզբունքներով»: Իսկ մյուս բոլոր երկրների երկրաչափության դպրոցական դասագրքերը հենվում են Էվկլիդեսի դասագրքի շարադրանքի վրա:

Սկզբունքների առաջին գիրքը նվիրված է եռանկյունների հավասարության, նրա կողմերի և անկյունների միջև կապին, երկրորդ գրքում տրվում են բազմանկյունը հավասարամեծ քառակուսի դարձնելու մեթոդներ, երրորդը նվիրված է շրջանագծերին, չորրորդը՝ ներգծյալ և արտագծյալ բազմանկյուն-ներին, հինգերորդ, յոթերորդ, ութերորդ, իններորդ և տասներորդ գրքերում բերվում է համեմատականությունների երկրաչափական շարադրանքը, վեցերորդում նմանությունների վերաբերյալ նյութը, վերջին երեք գրքերում շարադրվում է տարածաչափությունը:

Էվկլիդեսը աչքի է ընկել համեստությամբ, անաչառությամբ և համարձա-կությամբ: Հանրահայտ է նրա թևավոր խոսքը. «Երկրաչափության մեջ չկա արքայական ճանապարհ»: Եվ սա եղել է Պտղոմեոս թագավորին տրված նրա պատասխանը. Պտղոմեոսը, որպես երկրի թագավոր ակնկալում էր կարճ ու հեշտ ճանապարհով հասնել հաջողության նաև երկրաչափության մեջ:

ԱՐՔԻՄԵԴ

Արքիմեդը մեծ հայրենասեր էր և կարողացավ երկու տարի անընդհատ իր հայրենի Սիրակուզա քաղաքը պաշտպանել հռոմեական զավթիչների հարձակումներից: Նրա ստեղծած մեքենաները հսկայական քարեր ու գերաններ էին նետում հռոմեական զորքի և նավերի վրա: Հատուկ պատրաստված հայելիների միջոցով նա կարողացավ այրել նրանց նավերը: Հռոմեացիները սարսափած էին: Սիրակուզան ընկավ միայն դավաճանությամբ, իսկ Արքիմեդը սպանվեց հռոմեական զինվորի կողմից այն պահին, երբ ավազի վրա երկրաչափական հաշվարկներ էր կատարում:

Արքիմեդը ծնվել է մ. թ. ա. 287 թվականին, Սիցիլիայի Սիրակուզա քաղաքում: Նրա հայրը՝ հույն նշանավոր աստղագետ և մաթեմատիկոս Ֆիդեյը լրջորեն զբաղվում է որդու դաստիարակությամբ և ինքն էլ դառնում է նրա ուսուցիչը: Շատ շուտով աշակերտը գերազանցում է իր ուսուցչին և մեկնում Ալեքսանդրիա՝ այդ շրջանում հունական գիտության և մշակույթի կենտրոն: Տեղի հանրահայտ ու խոշորագույն գրադարանը դառնում է Արքիմեդի ամենասիրելի վայրը:

Հարուստ գիտելիքներով զինված Արքիմեդը վերադառնում է հայրենիք և զարմանալի գյուտեր ու հայտնագործություններ կատարում: Իր պատրաստած սարքի միջոցով կարողացավ հաշվել արևի տրամագիծը, ստեղծեց դաշտերը ոռոգող խխունջաձև մեքենա, օգտագործեց լծակները և ճախարակները մեծ ծանրություններ բարձրացնելու համար: Դրանց միջոցով նա առանց դժվարության կարողացավ ծով իջեցնել իր կառուցած հսկայական նավը: Հայտնի են նրա թևավոր խոսքերը՝ տվեք ինձ հենման կետ և ես շուռ կտամ երկիրը: Անհավատալի էին մաթեմատիկայում կատարած նրա հաշվարկներն ու հայտնագործությունները: Սրամիտ և ինքնատիպ մեթոդներով նա կարողացավ հաշվել զանազան կորերի երկարություններ ու մակերևույթների մակերեսներ: Դրանցում նա կանխատեսել էր մոտ երկու հազարամյակ հետո մաթեմատիկայում արված հեղափոխական մտքի որոշ առանցքային մոտեցումներ: Ժամանակակիցների համար շատ զարմանալի էր նրա հաշվարկը ավազահատիկների թվի վերաբերյալ. եթե ողջ արեգակնային համակարգը լցված լինի ավազահատիկներով, ապա դրանց թիվը պակաս կլինի 10 -ը ինքն իրենով 67 անգամ բազմապատկելուց հետո ստացված թվից:

Արքիմեդը մեծ հայրենասեր էր և կարողացավ երկու տարի անընդհատ իր հայրենի Սիրակուզա քաղաքը պաշտպանել հռոմեական զավթիչների հարձակումներից: Նրա ստեղծած մեքենաները հսկայական քարեր ու գերաններ էին նետում հռոմեական զորքի և նավերի վրա: Հատուկ պատրաստված հայելիների միջոցով նա կարողացավ այրել նրանց նավերը: Հռոմեացիները սարսափած էին: Սիրակուզան ընկավ միայն դավաճանությամբ, իսկ Արքիմեդը սպանվեց հռոմեական զինվորի կողմից այն պահին, երբ ավազի վրա երկրաչափական հաշվարկներ էր կատարում:

ՎԻԵՏ

Ֆրանսուա Վիետը՝ հանրահաշվական ամենահռաշալի օրինաչափություններից մեկի՝ իր անունով կոչվող թեորեմի հայտնաբերողը, 16 -րդ դարի ֆրանսիական մեծագույն մաթեմատիկոսն էր: Նա իրավամբ համարվում է նաև ժամանակակից տառային հանրահաշվի հայրը: Մինչև նրա կողմից տառերի ներմուծումը փաստերի հանրահաշվական ձևակերպումները ահռելի մեծ ծավալ էին գրավում, և հազիվ թե առանց այդ տառային նշանակումների հնարավոր լիներ ապահովել մաթեմատիկայի էական առաջընթաց:

Վիետը մասնագիտությամբ փաստաբան էր և լուրջ հա-ջողությունների էր հասել քաղաքական գործունեության մեջ: Նա մոտ էր կանգնած թագավորական տանը: Հաջողությունների համար նա առաջին հերթին պարտական էր իր ընդունակություններին, յուրօրինակ ու բացառիկ տաղանդին: Ահա նման մի օրինակ:

Օգտագործելով գաղտնագրման հմուտ եղանակներ, Իսպանիան հաջողությամբ կապերի մեջ էր մտել Ֆրանսիայի ներսում արքունական ընտանիքից դժգոհ և ազդեցիկ մարդկանց հետ և մեծ հաջողությամբ սկսեց պատերազմական գործողություններ այդ երկրի դեմ: Թագավոր Հենրիխ 4 -րդը զգում էր, որ դավադիրների միջոցով իր շատ պլաններ թշնամուն հայտնի են դառնում, սակայն ոչինչ անել չէր հաջողվում: Նրա մարդկանց հաջողվեց ձեռք գցել մի քանի գաղտնագրեր, բայց դրանք շատ հմուտ էին կազմված և վերծանել չհաջողվեց: Այդժամ թագավորը դիմեց Վիետին: Երկու շաբաթ անխոնջ աշխատանքից հետո Վիետը փայլուն ձևով լուծեց խնդիրը՝ ցուցաբերելով մաթեմատիկական մոտեցումներ: Եվ անմիջապես ֆրանսիացիները հասան զգալի ռազմական հաջողությունների: Իսպանացիները տարակուսած, չէին կարողանում հասկանալ իրենց անհաջողության պատճառը: Վերջապես, գաղտնի աղբյուրից նրանք իմացան, որ իրենց գաղտնագրերը վերծանված են, իսկ հեղինակը՝ Ֆրանսուա Վիետն է: Իսպանական ինկվիզիցիան Վիետին հայտարարեց հերետիկոս և հեռակա կարգով դատապարտեց մահվան՝ խարույկի վրա այրելու միջոցով: Իհարկե, դա նրանց չհաջողվեց. ֆրանսիական արքունիքը շատ բարձր էր գնահատում Վիետին: Իսկ Հենրիխ 4 –րդը նրան դարձրեց իր անձնական խորհրդականը:

Վիետը հայտնի էր իր զարմանալի տոկունությամբ և աշխատասիրությամբ: Ժամանակակիցները պատմում են, որ նա կարող էր իր սիրած գործով զբաղվել երեք օր անընդմեջ, իհարկե՝ առանց քնելու: Նման աշխատասիրությունն էլ, ի վերջո, նրան բերեց մեծագույն հաջողություններ:

ԴԵԿԱՐՏ

Ռենե Դեկարտը (Լատիներեն՝ Renatus Cartesius) ծնվել է 1506 թվականի մարտի 31 –ին Ֆրանսիայի Լաէ ոչ մեծ քաղաքում: Նրա հայրը՝ մեծահարուստ և տոհմիկ ազնվական Իոահիմ Դեկարտը տեղական խորհրդարանի խորհրդական էր: Փոքրիկ Ռենեի մայրը մահանում է նրա ծնվելուց անմիջապես հետո, և ի ծնե թուլակազմ երեխայի խնամքը հանձնվում է ստնտուին: Վերջինիս շնորհիվ Ռենեն մեծանում է նորմալ առողջությամբ: Դեկարտը սա չի մոռանում և ապագայում իր ստնտուին մինչև նրա կյանքի վերջ նշանակում է թոշակ:

Դեռ մանկական տարիներից Դեկարտը հասակակիցների շրջանում հայտնի էր որպես «փոքրիկ փիլիսոփա»: Միջնակարգ կրթությունը նա ստանում է Անժու քաղաքի՝ ֆրանսիական ազնվականների համար նախատեսված ջիզվիտական Լա-Ֆլեշ դպրոցում: 1617 թվականին զորակոչվում է բանակ, լինում է Գերմանիայում, Իտալիայում, Հոլանդիայում և ծանոթանում այդ երկրների գիտնականների հետ:

Ահա նման մի ծանոթության պատմությունը: Երբ մի անգամ 20 -ամյա սպան շրջում էր Հոլանդական Բռեդի փոքրիկ գյուղաքաղաքի փողոցներով, նկատեց գունագեղ աֆիշի շուրջ հավաքված մարդկանց: Դեկարտը տեսավ, որ նրանցից ոմանք նշումներ են անում իրենց տետրերում, մյուսները զանազան հաշվարկներ են կատարում և վիճում իրար հետ, համոզում իրար:

- Բարեկամս, այս ի՞նչ են անում այս մարդիկ, -դիմեց Դեկարտը նրանցից մեկին:

- Օ, երիտասարդ, Դուք էլ չէի՞ք ուզի փորձել ձեր բախտը, -ասաց մարդը:

- Իսկ ինչու՝ ոչ, -ասաց Դեկարտը:

- Այդ դեպքում Դուք ստիպված կլինեք Ձեր ուժերը չափել այս դժվարին խնդրի լուծման մեջ:

- Ո՞ր խնդրի, -զարմացավ Դեկարտը:

- Հավանաբար Դուք օտարական եք և չգիտեք մեր սովորույթները, -ասաց մարդը: -Հոլանդիայում շատ վաղուց ընդունված սովորությամբ աֆիշների վրա հանրությանը առաջադրվում են զանազան խնդիրներ: Լուծողը մեծ գումար է ստանում: Ձեր առջև նման մի խնդիր է, որ առաջադրել է անծանոթ մի մաթեմատիկոս:

- Այսօր երեկոյան ես կփորձեմ լուծել այս խնդիրը, -ասաց Դեկարտը:

- Չեմ կարծում, որ այս խնդիրը երիտասարդ սպայի ատամների բան լինի: Բայց եթե, այնուամենայնիվ, կարողանաք լուծել, ապա դիմեք այս հասցեով, -ասաց անծանոթը և Դեկարտին մեկնեց թղթի մի կտոր:

Երեկոյան Դեկարտը գտավ խնդրի հրաշալի մի լուծում, նայեց իրեն տրված հասցեն, որտեղ գրված էր մաթեմատիկայի հայտնի պրոֆեսոր Բեկմանի հասցեն: Դեկարտը քայլերն ուղղեց նշված հասցեով: Պրոֆեսորը թերահավատությամբ վերցրեց թղթի կտորը:

- Երեկոյան կծանոթանամ, -ասաց նա:

Երբ երեկոյան նա տեսավ խնդրի հրաշալի լուծումը, անմիջապես կանչեց սպասավորին:

- Ո՞վ էր այն երիտասարդը, -հարցրեց նա:

- Ֆրանսիական բանակի լեյտենանտ էր, -պատասխանեց սպասավորը:

- Ի՞նչ եք ասում, սիրելիս, -ասաց Բեկմանը, -ի՞նչ լեյտենանտ, նա փայլուն մաթեմատիկոս է: Անմիջապես գտեք նրան և հայտնեք նրա հետ ծանոթանալու իմ մեծ ցանկությունը:

ՖԵՐՄԱՆ ԵՎ ՆՐԱ ՄԵԾ ԹԵՈՐԵՄԸ

Պիեռ Ֆերման, որ ապրել է Լյուդովիկոս 14-րդի և դը Արտանյանի ժամանակների ռոմանտիկական Ֆրանսիայում, մասնագիտությամբ իրավաբան էր, իսկ որպես սիրող՝ խոշորագույն մաթեմատիկոս: Նա սովորություն ուներ նաև նշումներ կատարել իր կարդացած գրքերի լուսանցքներում, որոնցից մեկը մգթգ երրորդ դարի Ալեքսանդրիացի հույն հանրահայտ մաթեմատիկոս Դիոֆանտի «Թվաբանությունն» էր: Այնտեղ Ֆերման անդրադարձել էր $xn + yn = zn$ տեսքի հավասարմանը և նշել, որ երկուսից մեծ n բնական թվերի համար այդ հավասարումը լուծում չունի: Նաև ավելացրել էր, որ այդ փաստի ապացուցումը անչափ հետաքրքիր է, բայց երկար, ինչի պատճառով չի կարողանում շարադրել կարդացած գրքի լուսանցքներում:

Ֆերմայի նշած այս փաստը, որ հետագայում կոչվեց Ֆերմայի Մեծ թեորեմ, չափազանց հետաքրքիր էր, և իր վրա բևեռեց ապագա սերունդների բոլոր մաթեմատիկոսների ուշադրությունը: Դրանով սկսեցին զբաղվել ոչ միայն մաթեմատիկոսները: Տասնութերորդ դարի շվեցարացի խոշորագույն մաթեմատիկոս Լեոնարդ Էյլերը կարողացավ թեորեմն ապացուցել $n=3$ և $n=4$ դեպքերի համար, որին հետևեց ֆրանսիացի մաթեմատիկոս Ադրիեն Լեժանդրի ապացուցումը $n = 5$ դեպքի համար: Արդեն տասնիներորդ դարում ֆրանսիացի մաթեմատիկոս Գաբրիել Լամեն Ֆերմայի Մեծ թեորեմն ապացուցեց $n = 7$ դեպքի համար: Դրանից հետո 1847-ին Փարիզի ակադեմիայի նիստերից մեկում Գաբրիել Լամեն հայտարարեց, որ ինքը ավարտում է Ֆերմայի Մեծ Թեորեմի ապացուցումը: Դրան հետևեց նաև խոշորագույն մաթեմատիկոս Օգյուստեն Կոշիի հայտարարությունը՝ նույն բովանդակությամբ: Հետևեց մրցավազքը ֆրանսիացի այս երկու մաթեմատիկոսների միջև: Նրանք սկսեցին տպագրել իրենց ապացույցների առաջին մասերը՝ դեռևս առանց վերջնական ապացուցումը ունենալու: Սակայն դրանցում գերմանացի մաթեմատիկոս Էռնստ Կումմերը սխալներ գտավ: Երկու մաթեմատիկոսներն էլ թույլ էին տվել միևնույն սխալը, ինչից հետո նրանք դադարեցրին իրենց հրապարակումները:

Սակայն այս պատմությունը դրանով չավարտվեց և շատ հետաքրքիր ընթացք ստացավ: Ասում են, թե գերմանական Դարմշտադտ քաղաքի համալսարանի պրիվատ-դոցենտ և միաժամանակ հարուստ գործարար Պաուլ Վոլֆսկելը, որի սերը մերժել էր մի հմայիչ օրիօրդ, որոշում է վերջ տալ իր կյանքին: Բայց հանգամանքների բերումով նրա ձեռքն է ընկնում Կումմերի այն աշխատանքը, որ նվիրված էր Ֆերմայի Մեծ թեորեմի Կոշիի ապացույցի հերքմանը: Խնդիրը հետաքրքրում է Վոլֆսկելին: Երկար խորհրդածություններից հետո նա սխալ է հայտնաբերում հենց Կումների հոդվածում:

Վոլֆսկելը այնքան է ոգևորվում իր այդ հաջողությամբ, որ մոռանում է ինքնասպան լինելու նգիավանաբար, նաև իրսիրո առարկայիմասին և սկսում է զբաղվել Ֆերմայի Մեծ թեորեմով, բայց լուրջ հաջողությունների չի հասնում: Երբ 1906 թվականին մոտենում է կյանքին հրաժեշտ տալու պահը, նա զարմանալի մի կտակ է թողնում, որն հրատարակում է Գյոթինգենի գիտությունների ակադեմիան: Ահա այն՝ 100000 գերմանական ֆրանկ նրան, ով առաջինը կապացուցի Ֆերմայի Մեծ թեորեմը:

Յարկ է նշել, որ այդ գումարը, արդեն դարի վերջի հաշվարկներով, կազմում էր շուրջ մեկ միլիոն անգլիական ֆունտ ստերլինգ: Այս հայտարարությունից հետո մրցավազքը Ֆերմայի Մեծ թեորեմի ապացուցման ուղղությամբ նոր թափ է ստանում: Սակայն բոլոր փորձերը ապարդյուն են անցնում: Այդ ժամանակներում էլ մաթեմատիկոսների շրջապատում առաջացավ կիսարհամարհական մի մականուն՝ ֆերմիստ, Ֆերմայի Մեծ թեորեմի ապացուցումով անարդյունք զբաղվողներին բնութագրելու համար:

Միգուցե այդ բնութագրումն էր պատճառը, որ Վոլֆսկելի կտակից հետո Ֆերմայի Մեծ թեորեմի լուծման ուղղությամբ թեև սիրողական փորձերի հեղեղին, երկար ժամանակ լուրջ մաթեմատիկոսների կողմից անդրադարձ չէր նկատվում:

Եվ ահա 1993-ին անգլիացի մաթեմատիկոս Էնդրյու Ուայլսը Քեմբրիջի համալսարանում կազմակերպված մաթեմատիկական կոնֆերանսում հայտարարեց, որ ինքը լուծել է Ֆերմայի Մեծ թեորեմը և շարադրեց իր լուծումը: Ունկընդիրներին չհաջողվեց որևէ սխալ հայտանբերել բերված ապացույցում: Բայց երբ Ուայլսի աշխատանքը արդեն գտնվում էր տպագրության փուլում, իր ընկերներից մեկը սխալը գտավ նրանում: Այնուամենայնիվ, որոշ ժամանակ անց Ուայլսին հաջողվեց ուղղել այդ սխալը նույնպես, և ահա 1995-ին տպագրվեց Ֆերմայի Մեծ Թեորեմի վերջնական ապացուցումը:

Իր՝ Ուայլսի մոտ այնքան մեծ էր ֆերմիստ կոչվելու վախը, որ նրա շրջապատում ոչ-ոք չգիտեր, որ ինքը զգաղվում է Ֆերմայի Մեծ թեորեմով: Ոչ-ոք, բացի կնոջից:

ՊԱՍԿԱԼ

Պլեզ Պասկալը ծնվել է 1623 թվականին ֆրանսիական Կլերմոն քաղաքում: Պլեզը ութ տարեկան էր, երբ նրանց ընտանիքը տեղափոխվեց Փարիզ: Գիտությունների սիրահար նրա հայրը շատ արագ կապեր հաստատեց մի շարք գիտնականների հետ, որոնց հաճախ հրավիրում էր իր տուն՝ սրտամոտ զրույցների համար: Փոքրիկ Պլեզը հետևում էր այդ զրույցներին, որոնք հաճախ վերածվում էին սուր բանավեճերի և նրա մեջ արթնացնում անսահման հետաքրքրասիրություն, բանավիճելու, բանավեճերում անգամ մեծերին գերազանցելու բուռն ցանկություն: Հայրը ուրախությամբ էր հետևում որդուն, հաճույքով պատասխանում նրա բազմաբնույթ հարցերին, բացառությամբ մաթեմատիկայի. նա գտնում էր, որ մաթեմատիկայով զբաղվելը կարող է վատ անդրադառնալ առողջությամբ չփայլող Պլեզի վրա: Տասներկու տարեկանում Պլեզը պատահաբար լսեց երկրաչափության մասին:

-Ի՞նչ է երկրաչափությունը, -հարցրեց նա հորը:

-Գծերի, պատկերների, մարմինների և նրանց հատկությունների մասին գիտություն է, որ քեզ համար դեռ վաղ է իմանալ, -կարճ կապեց հայրը:

Բայց գծերն ու պատկերները պատանուն հանգիստ չէին թողնում: Նա հորից գաղտնի գծում ու գծում էր զանազան պատկերներ: Այսպես նա «հայտնաբերեց» հարթաչափության շատ պատկերներ, որոնց տվեց իր անվանումները: Այս զբաղմունքների ընթացքում նա հասկացավ, որ այդ պատկերների որոշ հատկություններ հետևում են մյուսներից: Որոշ հատկություններ նա ընդունեց առանց ապացուցման, իսկ որոշները ապացուցեց դրանց օգնությամբ. այսպես նա հանգեց աքսիոմի և թեորեմի հասկացություններին: Մի անգամ հայրը նրան բռնացրեց այս զբաղմունքի ընթացքում: Սկզբում հայրը անհանգստացավ և ուզում էր զայրանալ որդու վրա: Բայց որդու կարճ բացատրությունից հետո ապշեց. տղան ինքնուրույն հայնաբերել էր Էվկլիդեսի երկրաչափության շատ թեորեմներ, մասնավորապես՝ եռանկյան ներքին անկյունների գումարի մասին թեորեմը: Հոր ուրախությունը անսահման էր: Նա տուն հրավիրեց իր ծանոթ մաթեմատիկոսներից մեկին, որի զարմանքը պակաս չէր:

-Քո որդին ապագա մեծագույն մաթեմատիկոսներից մեկը կլինի, -ասաց մաթեմատիկոսը և չսխալվեց:

Արագ ծանոթանալով մաթեմատիկային, Պլեզը արդեն տասնվեց տարեկանում հայտնաբերեց պրոյեկտիվ երկրաչափության ամենագեղեցիկ թեորեմներից մեկը, որն այսօր կոչվում է նրա անունով: Հետագայում նա կատարեց բազմաթիվ հայտնագործություններ մաթմեատիկայում և գիտության այլ բնագավառներում, մասնավորապես դրեց հավանականությունների տեսության հիմքը, ստեղծեց առաջին հաշվիչ մեքենան, որն աշխատեց շատ դարեր: Սակայն դիպվածը նրան ստիպեց հեռանալ գիտությունից: Երբ նա 31 տարեկան էր, Սենայի վրայով ձգվող կամրջի վրա նրան տանող կառքը վթարի ենթարկվեց, և Պասկալը հազիվ փրկվեց: Այս միջադեպը ճակատագրական եղավ նրա կյանքում. նա քաշվեց եկեղեցի և կյանքի մնացած ութ տարիներին գիտությամբ չզբաղվեց:

ՆՅՈՒՏՈՆ

Ապագա մեծագույն մաթեմատիկոս և ֆիզիկոս Իսահակ Նյուտոնը ծնվել է 1643 թվականի հունվարի 4 -ին, Անգլիայի գյուղատնտեսական Լինկոլնշիրում, ոչ հարուստ հողագործի ընտանիքում: Նա բավականին տկար ու հիվանդոտ տեսք ուներ, և հարազատները մտածում էին, որ երեխան երկար չի ապրի: Ծնվելուց մի քանի ամիս անց էլ մահացավ հայրը: Մայրը ամուսնացավ բավականին ունևոր մեկի հետ, սակայն Նյուտոնը իր մանկությունը անցկացրեց տատի հետ: Պատանի Նյուտոնը հաճախում էր հարևան Գրենտհեմ գյուղի դպրոց: Սկզբնական շրջանում նա աչքի ընկնող որևէ բան չէր ցուցադրում, և նիհարավուն և թուլակազմ աշակերտը հաճախ էր դառ-նում դասընկերների հարձակումների թիրախ: Մի անգամ դասարանի լավագույն աշակերտի ապտակից հետո նա հայտնվեց գետնին: Դժբախտ ու ամոթահար Նյուտոնը երկար տանջվեց և անսովոր պատիժ գտավ դասընկերոջ համար: Մի քանի ամսում նա այնպես կենտրոնացավ դասերի վրա, որ լավագույն աշակերտի դափնին ընդմիշտ խլեց նրա ձեռքից: Այստեղից էլ սկսվեց նրա անսովոր ընդու-նակությունների բացահայտումը: Հետագայում նրա կենսագիրները դիպուկ ձևով կասեն. «Ոչ մի ապտակ այնպես չի ծառայել իր նպատակին, ինչքան Նյուտոնի դասընկերոջ ապտակը»:

Չնայած դպրոցում ունեցած հաջողություններին, Նյուտոնը մտածում էր իր ձեռքը վերցնել տնային գործերի կառավարումը, ինչը մեծագույն ողբերգություն կլիներ գիտության համար: Եվ միայն բարեկամների ակտիվ միջամտության շնորհիվ նա հայտնվեց Քեմբրիջի համալսարանում: Քսանվեց տարեկանում նա արդեն հայտնի համալսարանի պրոֆեսոր էր: Արդեն ուսանողական տարիներին Նյուտոնը ապացուցեց հետագայում իր անունով կոչվող «Նյուտոնի բինոմի» բանաձևը, ինչը հնարավորություն էր տալիս հաշվելու կամայական երկու արտահայտությունների գումարի ցանկացած աստիճանը: Սակայն մաթեմատիկայում ունեցած նրա մեծագույն ծառայությունը դիֆերենցիալ հաշվի ստեղծումն էր, որ նա կատարեց 28 տարեկան հասակում և, դասվեց ժամանակի խոշորագույն մաթեմատի-կոսների շարքում և ընդմիշտ մնաց մաթեմատիկայի պատմության մեջ:

Դեռևս իր կենդանության օրոք Նյուտոնը չտեսնված փառքի էր հասել: Նրա շիրմաքարին գրված է. «Աստ հանգչի սըր Իսահակ Նյուտոնը, որն իր մտքի աստվածային ուժով իր իսկ ստեղծած մաթեմատիկական մեթոդով առաջին անգամ բացատրեց մոլորակների շարժումն ու շարժման ձևերը, օվկիանոսների տեղատվություններն ու մակընթացությունները: Նա առաջինն էր, որ ուսումնասիրեց լուսային ճառագայթների բազմազանությունը և գույների այնպիսի առանձնահատկությունները, որոնց մասին մինչ այդ որևէ մեկը չէր էլ կասկածում ... Թող որ մահկանացուներն ուրախանան, որ իրենց մեջ ապրել է մարդկային ցեղի նման զարդը»:

ԼԱՅԲՆԻՑ

Գերմանացի խոշորագույն մաթեմատիկոս և փիլիսոփա Գոթֆրիդ Լայբնիցը ծնվել է 1646 թվականին, Լայպցիգի համալսարանի բարոյագիտության պրոֆեսորի ընտանիքում: Երբ նա յոթ տարեկան էր, մահացավ հայրը, և իմաստուն մայրը իր հիմնական գործը դարձրեց տղային հիմնարար կրթություն տալու խնդիրը: Արդեն այդ տարիքում Գոթֆրիդը անասելի հետաքրքրություն էր ցուցաբերում գիտական զանազան հարցերի վերաբերյալ և դուրս չէր գալիս հոր հարուստ գրադարանից: Մայրը անհանգստանում էր և կարծում, որ այդ հասակում որդին կարող է խճճվել գիտական աշխարհի ոլորաններում: Նա արգելեց երեխայի մուտքը գրադարան: Եվ միայն ամուսնու ընկերոջ հետ հանգամանալի զրույցից հետո, նրա խորհրդով հրաշք գրադարանը նորից դարձավ Գոթֆրիդի զբաղմունքի հիմնական վայրը: Եվ արդյունքը անսպասելի եղավ: Մեկ տարի հետո նա արդեն ազատ տիրապետում էր հունարենին և լատիներենին: Մայրը Գոթֆրիդին տվեց Լայպցիգի լավագույն դպրոց, որտեղ նա հրաշալի էր սովորում: 15 տարեկանում ընդունվեց Լայպցիգի համալսարանի իրավագիտության ֆակուլտետը: Հիմնական գիտելիքները ստանում էր ինքնաուսուցմամբ: Նյուտոնի հետ միասին դարձավ բարձրագույն մաթեմատիկայի հիմնադիրներից մեկը և ժամանակակից մաթեմատիկայի մի շարք հասկացությունների անվանումները պատկանում են իրեն:

Լայբնիցը աչքի էր ընկնում բորբոքվող բնավորությամբ, բայց քեն չէր պահում: Նա սիրում էր երեխաներին, բայց երբեք չամուսնացավ: Մինչև հիսուն տարեկանը մտածում էր, որ կհասցնի ամուսնանալ, անգամ առաջարկություն արեց իր հավանած աղջկան: Սա մտածելու ժամանակ ուզեց, բայց այդ ընթացքում Լայբնիցը միտքը փոխեց, իսկ հետագայում տեսավ, որ արդեն ուշացել է ամուսնանալու և երեխաներ ունենալու համար: Նա աչքի էր ընկնում համեստությամբ և պարզ արտաքինով: Մի անգամ, երբ Փարիզում նա մտավ ինչ-որ գրախանութ և հարցրեց ֆրանսիական ժամանակակից փիլիսոփաներից մեկի հենց նոր լույս տեսած գիրքը, վաճառողը հարցրեց.

- Ձեր ինչի՞ն են պետք այդ գրքերը, մի՞թե դուք ունակ եք նման գրքեր կարդալու:

Այդ պահին ներս մտավ գրքի հեղինակը և տեսնելով Լայբնիցին, ասաց.

- Մեծ Լայբնիցին իմ ողջույնը և խոնարհումը:

Վաճառողը շփոթվեց. նա չէր պատկերացնում, որ իր առջև կանգնած է ժամանակի խոշորագույն գիտնականը, որի գրքերը ինքը և գնորդները վերցնում են մեծագույն ակնածանքով:

- Ընդունեք իմ խոնարհումը և ներողամիտ եղեք, -ասաց նա: -Ես երջանիկ եմ, որ տեսնում եմ Ձեզ:

ԳԱՈՒՍ

Ժամանակակիցները Գաուսին անվանում էին մաթեմատիկայի արքա: Նա ծնվել է Գերմանիայի Բրաունշվեյգ քաղաքում, փակա-նակագործի ընտանիքում: Դեռևս մանուկ Գաուսը ցուցաբերում էր հաշվումներ կատարելու զարմանալի ընդունակություններ: Հետագայում նա կասեր. «Ես ավելի շուտ հաշվել եմ սովորել, քան խոսել»: Մի անգամ Գաուսի հայրը բան-վորների վճարը տալու համար երկար հաշվումներ կա-տարեց՝ մինչև ուշ գիշեր: Վճարը բավականին շատ էր և այդ մասին նա իր դժգոհությունը հայտնեց կնոջը: Պարզվեց, որ եռամյա Գաուսը դեռ չէր քնել և հետևում էր հոր հաշվումներին: Նա ասաց, որ հայրը սխալ է հաշվել և նշեց ավելի փոքր թիվ: Հայրը զայրացավ որդու վրա, բայց մի անգամ ևս կատարեց իր հաշվարկը: Եվ որքան մեծ եղավ նրա զարմանքը, երբ արդյունքում ստացավ որդու նշած թիվը:

Դպրոցում Գաուսը առանձնապես աչքի չէր ընկնում, և իր ուսուցիչ Բյուտների մտրակը հաճախ էր բաժին հասնում նաև նրան: Սակայն պատկերը կտրականապես փոխվեց, երբ սկսվեցին թվաբանության դասերը: Գաուսը ցուցաբերեց հաշվումներ կատարելու այնպիսի արագություն, որ ապշեցրեց թե՛ ընկերներին, թե՛ ուսուցչին: Իսկ մի անգամ, երբ աշակերտներին երկար ժամանակով զբաղեցնելու նպատակով Բյուտները գրատախտակին գրեց 1 -ից մինչև 100 թվերի գումարը, պահանջեց հաշվել այն և քայլերն ուղղեց դեպի դուռը՝ որոշ ժամանակով իր մոտ եկած գործընկերոջ հետ զրուցելու, լսվեց Գաուսի ձայնը. «Ես արդեն հաշվել եմ»: Ուսուցիչը զայրացավ և պահանջեց ավելի լուրջ մոտենալ առաջադրված դժվարին խնդրի լուծմանը: Սակայն Գաուսը անհողդողդ էր. «Ես լուծել եմ»,- կրկնեց նա: Ուսուցիչը զսպեց զայրույթը և որոշեց անհնազանդ աշակերտին պատժել գրավոր աշխատանքները ստուգելուց հետո: Սակայն նրա զայրույթը փոխվեց հիացմունքի, երբ տեսավ Գաուսի պարզ ու սրամիտ լուծումը: Գաուսը նկատել էր, որ 1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99 + 100 գումարի ծայրերից հավասարահեռ անդամների 1 + 100, 2 + 99, 3 + 98, ... գումարները իրար հավասար են և դրանց թիվը 50 է: Հետևապես՝ նրանց գումարը կլինի 50.101 կամ 5050:

Իհարկե, այս դեպքից հետո Գաուսի նկատմամբ վերաբերմունքը փոխվեց: Հետագայում Գյոթինգենի համալսարանի երկրորդ կուրսի ուսանող, 19-ամյա Գաուսը կարողացավ կարկինով և քանոնով կառուցել կանոնավոր 17-անկյունը, խնդրին տալով ինքնատիպ և փայլուն լուծում: Գաուսը կատարեց նաև բազմաթիվ այլ հայտնագործություններ մաթեմատիկայի բազմաթիվ բնագավառներում. ապացուցեց հանրահաշվի հիմնական թեորեմը. ցույց տվեց, որ մեկ փոփոխականի կամայական բազմանդամն ունի արմատ և այլն, և այլն: Սակայն ինքը բոլորից շատ գնահատում էր իր առաջին հայտնագործությունը: Եվ իր ցանկությամբ նրա գերեզմանի վրա փորագրված է կանոնավոր 17-անկյուն՝ ի նշան նրա հրաշալի հայտնագործության:

ԷՅԼԵՐ

Լեոնարդ Էյլերը ծնվել է 1707 թվականին, Շվեցարիայի Բազել քաղաքում: Նրա հայրը՝ հոգևորական Պաուլ Էյլերը, բազմակողմանի զարգացած մարդ էր: Իր ընկերոջից՝ հանրահայտ մաթեմատիկոս Յակոբ Բերնուլիից «վարակվել» էր նաև մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրությամբ ու սիրով: Սակայն նա երազում էր տղային ժառանգել հենց իր մասնա-գիտությունը: Բարեբախտաբար, հոր կարծիքով հոգևորականը պետք է նաև իր պես զարգացած մարդ լիներ, և նա ժամանակ ու եռանդ չէր խնայում գիտելիքները որդուն փոխանցելու համար: Գիմնազիայում սովորելիս Լեոնարդ Էյլերը, հեշտությամբ գլուխ հանելով մնացած առարկաներից, ամբողջ ազատ ժամանակը տրամադրում էր մաթեմատիկային: Նա սկսեց հաճախել Բազելի համալսարան՝ Յակոբ Բերնուլիի կրտսեր եղբոր՝ Իոհան Բերնուլիի դասա-խոսություններին: Շուտով անվանի պրոֆեսորը նկատեց պատանուն, սկսեց նրա հետ զբաղվել անհատապես, և կարճ ժամանակում Էյլերը տիրապետեց ժամանակի մաթեմատիկական նվաճումներին: Նա ընդամենը 16 տարեկան էր, երբ լատիներենով արտասանած ճառում փայլուն ձևով կատարեց Նյուտոնի և Դեկարտի իմաստասիրությունների համեմատական վերլուծություն: Եվ Էյլերին շնորհեցին արվեստի մագիստրոսի աստիճան: 1727 թվականին Իոհան Բերնուլիի տղաների՝ հանրահայտ մաթեմատիկոսներ Նիկոլայ և Դանիել Բերնուլիների երաշխավորությամբ Լեոնարդ Էյլերը տեղափոխվում է Պետերբուրգ և զբաղեցնում նախ ֆիզիոլոգիայի ամբիոնի վարիչի պաշտոնը, երկու տարի հետո դառնում է ֆիզիկայի պրոֆեսոր, իսկ երեք տարի հետո՝ մաթեմատիկայի ամբիոնի վարիչ: Էյլերը աhռելի աշխատանք է կատարում ոչ միայն մաթեմատիկայի, այլև գիտության ու տեխնիկայի այլ բնագավառներում: Յոգնեցուցիչ աշխատանքներից մեկի վերջում, երեք օր անընդմեջ զանազան հաշվարկներ կատարելուց հետո, նա զրկվում է մի աչքից: Շուտով նա տեղափոխվում է Բեռլին, որտեղ մի շարք պատվավոր պաշտոններ կատարելու հետ միասին, մասնավոր դասեր է տալիս Պրուսիայի թագավոր Ֆրիդրիխ 2 –րդի զարմուհուն: Այդ դասերը հետագայում հրատարակվեցին «Նամակներ գերմանական արքայադստերը» խորագրով և մեծ փառք բերեցին հեղինակին: 1766 թվականին Եկատերինա 2 –րդ հեռատես կայսրը մեծ գիտնականին նորից է հրավիրում Ռուսաստան: Շուտով նա զրկվում է մյուս աչքից ևս և կորցնում տեսողությունը: Բայց Էյլերը շարունակում է իր անխոնջ աշխատանքը և կույր վիճակում հրատարակում 400 -ից ավելի աշխատանք: Պատմում են, որ եթե նրա հրատարակած բոլոր աշխատանքները ինչ-որ մեկը փորձի արտագրել՝ օրական աշխատելով ութ ժամ, ապա այն ավարտելու համար անհրաժեշտ կլինի 60 տարի: Լեոնարդ Էյլերը մի շարք մաթեմատիկական առարկաների հիմնադիրն է, նրա անունով են կոչվում մաթեմատիկայի տարբեր բնագավառների բազմաթիվ հիմնարար արդյունքներ: Էյլերը հիմք ստեղծեց մաթեմատիկական մեթոդները բազմաթիվ այլ գիտություններում կիրառելու համար: Միաժամանակ նա պարզեցրեց մաթեմատիկայի լեզուն, նրանում մտցնելով այսօր կիրառվող բազմաթիվ տերմիններ և նշանակումներ: Մասնավորապես` եռանկյունաչափական ֆունկցիաների համար tgx և ctgx նշանակումները կատարել է հենց Էյլերը, իսկ sinx և cosx նշանակումները պատկանում են Իոհան Բեռնուլիին: Լեոնարդ Էյլերը իրավմամբ համարվում է 18 –րդ դարի երկրորդ կեսի բոլոր մաթեմատիկոսների ուսուցիչը և ապագա մաթեմատիկական բազմաթիվ արժեքավոր գաղափար-ների հիմնադիրը:

ՇԻՐԱԿԱՑԻ

Ականավոր գիտնական Անանիա Շիրակացին մաթեմատիկայի, տիեզերագիտության և տոմարագիտության հիմնադիրն է հայոց մեջ: Նրա աշխատանքները մեծ հետք են թողել հայ մշակույթի պատմության մեջ: Անանիա Շիրակացին ծնվել է 7 -րդ դարի սկզբներին, Շիրակի Անանիա գյուղում: Հետևելով իմաստունների՝ «Ստացիր իմաստություն և առավել պարսավիր տգիտությունը՝ իբրև խավարի ծնունդ» խորհուրդին՝ զբաղվում է գիտությամբ և առաջին հերթին՝ թվաբանությամբ, որ այն ժամանակներում կոչվում էր համարողության արվեստ: Իր ինքնակենսագրականում նա գրում է. «Հույժ սիրելով համարողության արվեստը, խորհեցի, թե առանց թվերի ոչինչ չի հիմնավորվում՝ մայր համարեցի այն բոլոր ուսմանց: Եվ քանի որ հայոց մեր աշխարհում չկար այնպիսի մեկը, որ տիրապետեր իմաստությանը, մեկնեցի հունաց երկիրը»: Հունաց երկրում կամ Բյուզանդիայում երկար շրջագայելուց հետո նա մեկնում է Տրապիզոն և աշակերտում ժամանակի խոշոր գիտնական Տյոքիկոսին: Տյոքիկոսը ժամանակին հունական բանակի կազմում եղել էր Հայաստանում: Նա սովորում է մեր լեզուն և դպրությունը, իսկ պարսկական զորքերի՝ հայերի վրա կատարած հարձակման ժամանակ վիրավորվում է մարտում, իսկ իր ունեցած ողջ գույքը ավար են վերցնում: Նա կսկծանքով է հիշում իր կորուստը: Աստծուց խնդրում է վերքերի բուժում և ուխտում՝ ասելով. «Եթե շնորհես ինձ առողջ կյանք, այլևս անցավոր գանձ չեմ կուտակելու, այլ հետամուտ եմ լինելու գիտության գանձին, ինչպես իմաստունն է ասում. «Խրատ վերցրեք և ոչ արծաթ, սիրեցեք ավելի գիտություն, քան ընտիր ոսկի»: Աստված կատարում է նրա խնդրանքը, և նա, զբաղվելով գիտությամբ, դառնում է ժամանակի անվանի գիտնականներից մեկը: Շիրակացին շատ բան է սովորում նրանից և, վերադառնալով Հայաստան, հիմնում է իր դպրոցը և զբաղվում կրթությամբ ու գիտությամբ:

ԳԼՈՒԽ

4

ԱՅԼ ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ԱՌԱՐԿԱՆԵՐԻ ՀԵՏ ԿԱՊՆ ԱՊԱՀՈՎՈՂ ՆՅՈՒԹԵՐ

Թեմաներ.

4.1. Հանրահաշիվ-հայոց լեզու

4.2. Հանրահաշիվ – ֆիզիկա

4.3. Հանրահաշիվ – քիմիա

4.4. Հանրահաշիվ – ինֆորմատիկա

4.5. Հանրահաշի – կենսաբանություն

4.6. Հանրահաշիվ – աշխարհագրություն

Ցուցումներ առաջադրանքներից օգտվելու վերաբերյալ

Իմ կրտսեր բարեկամ

Այլ ուսումնական առարկաների հետ միջառարկայական կապերում ես առավել մեծ ուշադրություն եմ դարձրել հայոց լեզվի հետ հանրահաշվի առնչություններին: Հանրահաշվի և, ընդհանրապես, մաթեմատիկայի լեզուն սկսել են սաղմնավորվել մայրենի լեզվի ընդերքում: Եվ մայրենիի հետ նշված կապերի ուսումնասիրությունը հնարավորություն է տալիս խորությամբ հասկանալ մաթեմատիկական լեզվի էությունը: Եվ մաթեմատիկայի կիրառություններում նույնպես մեծ տեր ունի այդ կապերի ըմբռնումը: Ընդհանրապես, հիշի՛ր, որ մայրենիի իմացությունը մեծապես նպաստում է նաև մաթեմատիկայի իմացությանը:

Բնագիտական առարկաների հետ կապերում ես աշխատել եմ ընտրել այնպիսի նյութեր, որոնք կարող են խթանել ձեր հետաքրքրությունը այդ կապերի հանդեպ: Այդ նյութերը կարդալիս դուք կարող եք քննարկումներ անել ինչպես աշակերտական միջավայրում, այնպես էլ համապատասխան առարկաների ուսուցիչների հետ:

Այս բաժնի նյութերը նախատեսված են բոլոր աշակերտների համար:

Թեմա 4.1. ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ - ՀԱՅՈՑ ԼԵԶՈՒ

Ամենայն հավանականությամբ մարդը իր առօրեայում օգտվել է մաթեմատիկական միջոցներից դեռևս մաթեմատիկայի ստեղծումից շատ առաջ: Նախամարդուն անհրաժե՞շտ է եղել իմանալ որսի առարկան մե՞ծ է եղել, թե՞ փոքր, անհրաժե՞շտ է եղել համախմբել, միավորել ուժերը վտանգը հաղթահարելու, իր զանազան կարիքների համար անցնելիք ճանապարհը և ծախսելիք ժամանակը գնահատելու համար: Բնականաբար, նմանատիպ գնահատականները հաղորդելու անհրաժեշտությունը պետք է որ բերեր պատշաճ լեզվական ձևերի ստեղծման, որոնք էլ հետագայում դարձան համապատասխան մաթեմատիկական գաղափարների ստեղծման հիմք:

Հասկանալի է, որ բոլոր մայրենի լեզուներում առաջին հերթին կիրառվել են բնական թվերը: Ընդ որում, առարկաների քանակական բնութագրումների համար քերականական ձևերը տարբերում են միայն եզակին և հոգնակին: Այստեղից հետևում է, որ եզակին բնորոշող բնական թիվը՝ մեկը, մարդու կողմից ճանաչվել է ուրույն ձևով և ունեցել է առանձնահատուկ կարգավիճակ: Այս տեսակետից մեկի հետ նույն հարթության մեջ պետք է դնել ոչ թե երկուսը, երեքը և այլ բնական թվեր, այլ շատը. մարդը ի սկզբանե ճանաչել է մեկը և մեկից ավելին կամ շատը:

Այսպիսով, մայրենի լեզվում մեկը հանդես է գալիս որպես եզակի և որպես ամբողջ: Բնական լեզուն ունի նաև հոգնակին շատի համար, իսկ մնացած բնական թվերի համար հատուկ գործածության բառեր չեն ներմուծվել: Թերևս կարելի է խոսել երկուսի մասին, որպես կրկնակի, իսկ եռակին, քառակին, հնգակին կապված են արդեն համապատասխան թվերի հետ: Նման անվանումներ կան նաև որոշ կոտորակների համար: Օրինակ, 1/2 և 1/4 կոտորակների համար կիրառվում են կեսը և քառորդը:

Շատ հետաքրքիր է մայրենի լեզվում փոփոխականի և, ընդհանրապես, հանրահաշվի կիրառության հարցը: Մաթեմատիկական տառը, փոփոխականը ցանկացած թվի փոխարինելու կամ ցանկացած թիվ դառնալու իր հատկությամբ միավորում է բոլոր թվերը: Սա հատուկ է նաև մայրենի լեզվի բոլոր հասկացություններին: Հայերենի «մարդը», «աղջիկը», «ծաղիկը» բառերը փոփոխականներ են: Մարդը, օրինակ, կարող եմ լինել ես, Տիգրան Մեծը, Նապոլեոն Բոնապարտը և այլն: Նույն նպատակին են ծառայում նաև բոլոր դերանունները:

Բայց լեզվում կան նաև բառեր, որոնք խաղում են հաստատունի դեր: Այդպիսիք են Երևանը, Պյութագորասը, Անանիա Շիրակացին և այլն:

Գումարումը հայոց լեզվում

Իսկ ինչպիսի՞ն են թվաբանական կամ հանրահաշվական գործողությունների լեզվական դրսևորումները: Դարձյալ նշենք, որ անկախ մաթեմատիկական գործողություններից՝ մարդը իր առօրյայում իրականացնում է զանազան գործողություններ, որոնց մոդելավորումը հանգում է մաթեմատիկական գործողությունների:

Գումարման պարագայում այդպիսի հիմնական առօրեական գործողություններն են առարկաների միավորումը և մի առարկայի ավելացումը մյուսին: Եվ առարկաների միավորման և ավելացման գործողությունները մարդն իրականացրել է նաև այն ժամանակներում, երբ չի եղել մաթեմատիկան և նրա գումարման գործողությունը: Երկարության համար, օրինակ, գումարումը նշանակել է կցել, երբ խոսքը վերաբերել է պարանի կտորներին՝ «պարանի մի կտորը կցեցին մյուսին», կամ երբ փոսը ավելի խորն են դարձրել, գործածել են «խորացնել» բայը, աշտարակի բարձրությունն ավելացնելիս գործածել են «բարձրացնել» բայը և այլն:

Այսպիսով, առարկայական ոլորտում գումարման գործողությունը դրսևորվում է առարկաները միավորելու և մեկը մյուսին ավելացնելու գործողությունների միջոցով և, կախված առարկաների սեռից, նրանց միավորումը նշելու համար գործածվում են տարբեր բառեր: Միավորման համար հայոց լեզվում գործածվում են *միացնել*, *կցել*, *խառնել*, *միասին* բառերը: Այսպիսով՝ նշված բառերը ինչ-որ իմաստով կարելի է դիտել որպես «գումարել» բառի հոմանիշներ: Գումարման փոխարեն հայոց լեզվում գործածվող բառերն ավելի շատ են: Դրանցից են.

- երկարության համար՝ ավելացնել, երկարացնել, բարձրացնել, խորացնել, կցել, ձգել, լայնացնել, միացնել,
- մակերեսի համար՝ ավելացնել, ընդարձակել, լայնացնել, կցել, միացնել,
- ծավալի համար՝ ավելացնել, ընդարձակել, հաստացնել, կցել, միացնել, ծավալել,
- զանգվածի համար՝ մեծացնել, ծանրացնել, շատացնել, կցել, միացնել, խոշորացնել,
- ժամանակի համար՝ ավելացնել, երկարացնել, ձգել,
- արագության համար՝ ավելացնել, բարձրացնել,
- ջերմության համար՝ ավելացնել, տաքացնել, բարձրացնել,
- գնի համար՝ ավելացնել, թանկացնել, բարձրացնել,
- տոկոսադրույքի համար՝ ավելացնել, բարձրացնել:

Այսպես, օրինակ, մենք ասում ենք՝ ճանապարհը երկարացրին, պարանը ձգեցին, սենյակը ընդարձակվեց, ավտոմեքենայի արագությունը բարձրացավ, ապրանքը թանկացավ և այլն: Նշենք, որ այստեղ և՛ միավորման, և՛ ավելացման համար խոսքը վերաբերում է ոչ թե մեծություններին, այլ առարկաներին. խորացրին ոչ թե ջրհորի երկարությունը, այլ ջրհորը, ձգեցին ոչ թե պարանի երկարությունը, այլ պարանը, հաստացրին ոչ թե գերանի հաստությունը, այլ գերանը:

Բնականաբար, առարկայական ոլորտում զանազան բառերով բնութագրվող ավելացման կամ միավորման գործողությունների արդյունքները մաթեմատիկայում մոդելավորվում և քանակական բնութագրում են ստանում գումարման գործողության միջոցով: Այստեղ մենք ստանում ենք երկու մոդելներ:

Միավորման գումարային մոդելը: *Ընդհանուր մաս չունեցող երկու համասեռ առարկաների միավորման մեծությունը հավասար է այդ առարկաների մեծությունների գումարին*:

Ավելացման գումարային մոդելը: *Ավելացումից հետո ստացված քանակությունը հավասար է սկզբնական և ավելացված քանակությունների գումարին:*

Հանումը հայոց լեզվում

Հանման գործողության առարկայական դրսևորումներից մեկը պակասեցումն է: Սա նույնպես շատ բնական գործողություն է, որ մարդն իրականացնում է իր առօրյայում և, բնականաբար, այն հանդես է եկել մաթեմատիկայից անկախ: Այստեղ նույնպես տարբեր սեռի առարկաների և հաճախ նաև միևնույն սեռի առարկաների համար, ինչպես ավելացման դեպքում, առարկաների պակասեցումը նշելու համար գործածվում են տարբեր բառեր: Հայոց լեզվում նման գործածությունը այսպիսին է.

- երկարության համար' պակասեցնել, օտարել, առանձնացնել, փոք-րացնել, կարճացնել, ցածրացնել, ծանծաղեցնել, կտրել, գործածել, օգտագործել,
- մակերեսի համար' պակասեցնել, օտարել, առանձնացնել, փոքրաց-նել, նեղացնել, գործածել, օգտագործել,
- ծավալի համար` պակասեցնել, օտարել առանձնացնել, փոքրացնել, նվազեցնել, բարակացնել, սեղմել, գործածել, օգտագործել, թափել,
- զանգվածի համար` պակասեցնել, օտարել, առանձնացնել, փոքրացնել, թեթևացնել, քչացնել, թափել, նվա-զեցնել, գործածել, օգտագործել,
- արագության համար` պակասեցնել, փոքրացնել, ցածրացնել, իջեցնել, նվազեցնել,
- գնի համար` պակասեցնել, փոքրացնել, քչացնել, իջեցնել, էժանացնել,

գործածել, օգտագործել, ծախսել, վճարել,

- ժամանակի համար` պակասեցնել, փոքրացնել, կարճացնել, նվազեցնել,
- տոկոսադրույքի համար` պակասեցնել, փոքրացնել, իջեցնել, նվազեցնել:

Օրինակ, մենք ասում ենք` ճանապարհը կարճացրին, ջրհորը ծանծաղեցրին, պարանը կտրեցին, ապրանքը էժանացրին և այլն:

Առարկայական ոլորտում զանազան բառերով բնութագրվող պակասեցման գործողության արդյունքները մաթեմատիկայում մոդելավորվում և քանակական բնութագրում են ստանում հանման գործողության միջոցով: Այստեղ մենք ստանում ենք հետևյալ մոդելը:

Հանման գործողության պակասեցման մոդելը: տրված առարկայից նրա ինչ-որ մասը պակասեցնելուց հետո ստացված առարկայի մեծությունը հավասար է այդ առար-կայի և պակասեցված մասի մեծությունների տարբերությանը:

Առակարկայական ոլորտում կամ կիրառական միջավայրում հանման հաջորդ գործածությունը կապված է քանակությունների համեմատման հետ: Նախ նշենք, որ «ավելի» և «պակաս» մաթեմատիկական եզրույթների փոխարեն բնական լեզվում առարկաների համեմատությունը կատարելիս գործածվում են այլ բառեր, որոնք կախված են ինչպես այդ առարկաներից, ակնպես էլ նրանց սեռից: Հայոց լեզվում նման գործածությունները որոշվում են հետևյալ աղյուսակով:

Առարկայի մեծությունը	«Մեծ» բառին զուգընթաց գործածվող բառերը	«Փոքր» բառին զուգըն-թաց գործածվող բառերը
երկարություն	ավելի, երկար, խորը, բարձր, մեծ, լայն, հեռու	պակաս, կարճ, ծանծաղ, ցածր, փոքր, նեղ, մոտիկ
մակերես	ավելի, շատ	քիչ, պակաս
ծակալ	մեծ, շատ, խոշոր, ավելի	փոքր, քիչ, մանր, պակաս
զանգված	ծանր, շատ, ավելի	թեթև, քիչ, պակաս
ժամանակ	երկար, շատ, ավելի	կարճ, քիչ, պակաս
արագություն	բարձր, ավելի	ցածր, պակաս
ջերմություն	բարձր, շատ, ավելի	ցածր, քիչ, պակաս
գին	թանկ, բարձր, ավելի	էժան, ցածր, պակաս
տոկոսադրույք	բարձր, ավելի	ցածր, պակաս

Այսպես, օրինակ, մենք ասում ենք. լեռներից մեկը բարձր է մյուսից 0 մետրով, մի հողատարածքը շատ է մյուսից 200 քառակուսի մետրով, մի դույլը մյուսից պակաս է հինգ լիտրով, մի ավտոմեքենայի արագությունը ցածր է մյուսից 20 կմ/ժամ-ով և այլն:

Հանման միջոցով երկու համասեռ առարկաների համեմատման դեպքում օգտվում են հանման հետևյալ մոդելից:

Քանակությունների համեմատման հանման մոդելը: *Երկու համասեռ առարկաների մեծությունների տարբերությունը ցույց է տալիս, թե դրանցից մեկը մյուսից ինչքանով է տարբերվում:*

Բազմապատկումը հայոց լեզվում

Ավելացումը հանդես է գալիս նաև որպես բազմապատկման գործողության առարկայական դրսևորում: Այստեղ տեղի ունի հետևյալ մոդելը:

Ավելացման արտադրյալային մոդելը: *Տրված առարկան ինչ-որ թիվ անգամ ավելացնելուց հետո ստացված առարկայի մեծությունը հավասար է այդ թվի և տրված առարկայի մեծության արտադրյալին:*

Բնականաբար, ավելացման գումարային և արտադրյալային մոդելները ունեն որոշակի նմանություն և նրանց լեզվական դրսևորումները իրարից քիչ են տարբերվում: Սակայն կան նաև որոշ տարբերություններ, և սովորողների լեզվամտածողության զարգացման տեսակետից կարևոր է ավելացման գումարային և արտադրյալային սկզբունքների միջև զուգահեռի անցկացումը: Դիտարկենք հետևյալ օրինակները. աշակերտի հասակը ավելացավ 5 սանտիմետրով, աշակերտի ունեցած դրամը ավելա-ցավ 2 անգամ: Հասկանալի է, որ, չնայած երկու իրադրության մեջ էլ ավելացում ենք կատարում, սակայն ստացված քանակությունը գտնելու համար առաջին դեպքում կատարում ենք գումա-րում, երկրորդում՝ բազմապատկում: Ընդ որում, առաջին դեպքում ավելացվող քանակությունը մեծություն է, իսկ երկրորդում ավելացվող քանակությունը բազմապատկում ենք ավելացվող թվով:

Կիրառական միջավայրում բազմապատկումը օգտագործվում է նաև մակերեսի և ծավալի որոշման համար: Ըստ այդմ, մենք ունենք հետևյալ մոդելները:

Մակերեսը և ծավալը որպես բազմապատկման մոդելներ: *Ուղղան-կյունածև պատկերի մակերեսը հավասար է նրա երկարության և լայնության արտադրյալին*: *Ուղղանկյունանիստի ծավալը հավասար է նրա երկարության, լայնության և բարձրության արտադրյալին*:

Բազմապատկումը կիրառական միջավայրում ունի նաև այլ մոդելներ: Դրանցից մեկը կապված է հաջորդական ընտրությունների հետ: Եթե, օրինակ, ինչ-որ մեկը ունի երեք տաբատ և 4 վերնաշապիկ, ապա նա ունի այդ շորերը հագնելու ընտրության 3.4 կամ 12 հնարավորություն: Ընդհանրապես նման իրադրություններում տեղի ունի հետևյալ մոդելը:

Հաջորդական ընտրությունների մոդելը: *Եթե երկու ընտրություններ* *հաջորդում են իրար և առաջին ընտրությունը հնարավոր է կատարել m, իսկ երկրորդը՝ որ եղանակով, ապա գոյություն ունի mn եղանակ կատարելու նախ առաջին, ապա երկրորդ ընտրությունը*:

Կիրառական միջավայրում հաճախ է անհրաժեշտություն առաջանում օգտվելու նաև բազմապատկման այն հատկությունից, որը թույլ է տալիս որոշելու ուղղանկյունաձև դասավորված առարկաների թիվը: Համապատասխան մոդելը այսպիսին է:

Ուղղանկյունաձև դասավորված առարկաների մոդելը: *Ուղղանկյունաձև դասավորված և m ուղղաձիգ ու n հորիզոնական շարքեր ունեցող առարկաների թիվը հավասար է mn:*

Բնական լեզվում կարևոր են նաև առարկայի այնպիսի փոփոխությունները, որոնք կապ են հաստատում ավելացման և պակասեցման գործողությունների միջև: Դրանք կապված են հակադիրի և հակադարձի գործողությունների հետ: Այստեղ տեղի ունեն հետևյալ մոդելները:

Առարկայի փոփոխության հակադիրի մոդելը: Առարկայի պակասեցումը x քանակությամբ նույնն է, ինչ նրա ավելացումը $-x$ քանակությամբ, և առարկայի ավելացումը x քանակությամբ նույնն է, ինչ նրա պակասեցումը $-x$ քանակությամբ: Օրինակ, երբ մենք ասում ենք, որ մեր ունեցած գումարը ավելացել է -20000 դրամով, դա նշանակում է, որ իրականում այն պակասել է 20000 դրամով: Կամ եթե մենք ասում ենք, որ պարանը կարճացել է -2 մետրով, նշանակում է՝ այն 2 մետրով ավելացել է և այլն:

Առարկայի փոփոխության հակադարձի մոդելը: *Առարկայի պակասեցումը x^{-1} անգամ նույնն է, ինչ նրա ավելացումը անգամ, և առարկայի ավելացումը x^{-1} անգամ նույնն է, ինչ նրա պակասեցումը անգամ:*

Սովորաբար, երբ ասում ենք՝ «ինչ-որ առարկա ավելացրինք», ապա դա ընկալվում է որպես առարկայի մեծացում: Այս տեսակետից հեշտությամբ է պատասխանվում, օրինակ, «Ապրանքն ավելացավ 2 անգամ: Ինչքա՞ն դարձավ այն, եթե սկզբում 5 կգ էր» հարցադրմանը: Մենք եղած քանակությունը՝ 5 կգ-ը, բազմապատկում ենք 2-ով: Կստացվի կգ: Այժմ որոշ չափով փոխենք հարցադրումը. «Ապրանքն ավելացավ 1/2 անգամ: Ինչքա՞ն դարձավ այն, եթե սկզբում 5 կգ էր»: Բնականաբար մենք պետք է կատարենք նույն գործողությունը, ինչ նախորդում: Կստանանք՝ 2 • 5 կգ = 2,5 կգ: Այսպիսով, ավելացման արդյունքում առարկան փաստորեն պակասել է՝ 5 կիլոգրամից դար-ձել է 2,5 կգ: Իհարկե, նման արդյունք ստացվեց այն պատճառով, որ ավելացումը կատարվել էր 1/2 անգամ, իսկ 1/2-ը 1-ից փոքր է. 1-ից փոքր թիվ անգամ ավելացնելիս իրականում առարկայի քանակու-թյունը պակասում է: Վերևում բերված մոդելը ցույց է տալիս, որ ավելացնելու և պակասեցնելու գործողությունները ունեն հարաբե-րական բնույթ, կախված են ավելացվող և պակասեցվող մեծու-թյունների թվային արժեքներից և կարող են փոխարինվել իրարով:

Նկատենք, որ երբ մենք առարկան փոփոխում ենք x-ով, ապա այստեղ x-ը մեծություն է, իսկ երբ առարկան փոփոխվում է x անգամ, ապա այստեղ էլ x-ը թիվ է: Նշենք նաև, որ հայոց լեզվում, կախված առարկայից և նրա սեռից, ավելացնելու և պակասեցնելու փոխարեն կարող են գործածվել նաև այլ բառեր, ինչը պատկերված է հետևյալ աղյուսակում:

Մեծությունը	**Ավելացնել**	**Պակասեցնել**
Երկարություն, մակերես, ծավալ, զանգված, կշիռ, ժամանակ, արագություն, ջերմություն, գին	ավելացնել երկարացնել մեծացնել շատացնել	պակասեցնել կարճացնել փոքրացնել քչացնել
երկարություն	բարձրացնել խորացնել	ցածրացնել ծանծաղեցնել
մակերես	ընդարձակել լայնացնել	սեղմել նեղացնել
ծավալ	ընդարձակել հաստացնել ծավալել խոշորացնել	սեղմել բարակացնել կծկել մանրացնել
զանգված	ծանրացնել գիրանալ խոշորացնել	թեթևացնել նիհարել մանրացնել
արագություն	բարձրացնել մեծացնել	ցածրացնել փոքրացնել
ջերմություն	տաքացնել բարձրացնել	սառեցնել իջեցնել
գին	թանկացնել	էժանացնել
տոկոսադրույք	բարձրացնել	իջեցնել

Բազմապատկման կարևոր մոդել է նաև առարկայի մասը: Սովորաբար մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացներում այդ հասկացությունը չի դիտարկվում. դիտարկվում է միայն թվի մասի հասկացությունը: Մինչդեռ՝ այդ հասկացությունը ավելի գործածական է, քան թվի մասը: Այստեղ կարևոր է նշել, որ մաթեմատիկայի և նրա կիրառական կամ առարկայական միջավայրի փոխհարաբերություններում հայոց լեզվի ոլորտը մեզ շրջապատող իրականության առարկաներն են, մաթեմատիկայի ոլորտը՝ թվերը, իսկ մեծությունները կազ-մում են միջանկյալ, այդ ոլորտները շաղկապող օղակ:

Բաժանումը հայոց լեզվում

Բաժանումը նույնպես ունի բազմապիսի կիրառություններ և, ըստ այդմ, լեզվական տարբեր արտահայտություններ: Առաջին հերթին, բաժանման գործողությունը կարևոր է ինչ-որ առարկա հավասարամեծ մասերի տրոհելու և այդ տրոհումից ստացված մասերի մեծությունը որոշելու համար: Այստեղ կիրառական միջավայրը մաթեմատիկայի հետ շաղկապում է հետևյալ մոդելը:

Առարկայի հավասարամեծ մասերի տրոհման մոդելը: *Եթե առարկան տրոհված է ինչ-որ թվով հավասարամեծ մասերի, ապա մասերից յուրաքանչյուրի մեծությունը գտնելու համար անհրաժեշտ է այդ առարկայի մեծությունը բաժանել տրված թվի վրա*:

Օրինակ, եթե 700 կգ ալյուրը պետք է լցնել հավասար մեծությամբ պարկերի մեջ, ապա յուրաքանչյուր պարկում կլցվի 70 կգ ալյուր:

Հանման գործողությանը նվիրված բաժնում մենք ցույց տվեցինք, որ կիրառական կամ առարկայական միջավայրում համեմատումը կատարվում է համասեռ առարկաների հանման միջոցով: Առարկաների համեմատումը կատարվում է նաև բաժանման գործողության միջոցով: Պարզաբանենք ասվածը մի օրինակով: Դիցուք ճանապարհներից մեկը 0 կմ է, մյուսը՝ 150 կմ: Այս ճանապարհները մենք կարող ենք համեմատել երկու եղանակով՝ քանակությունների համեմատման հանման մոդելի և քանակությունների համեմատման բաժանման մոդելի միջոցով: Առաջին դեպքում մենք կունենանք 150 կմ - 0 կմ = 50 կմ: Համապատասխան լեզվական ձևակերպումը կլինի՝ երկրորդ ճանապարհը առաջինից երկար է 50 կմ-ով: Երկրորդ դեպքում մենք կունենանք 150 կմ / 0 կմ = 1,5: Համապատասխան լեզվական ձևակերպումը կլինի՝ երկրորդ ճանապարհը առաջինից երկար է 1,5 անգամ: Այստեղ անհրաժեշտ է ուշադրություն դարձնել երկու հանգամանքի վրա: Նախ՝ առաջին դեպքում համեմատումը արտահայտվում է երկարությամբ՝ այն 50 կմ է, իսկ երկրորդ դեպում համեմատումը արտահայտվում է թվով՝ այն 1,5 է: Այնուհետև, առաջին՝ հանման գործողության դեպքում համեմատման արդյունքը արտահայտող մեծությունը ավարտվում է «ով» վերջածանցով, իսկ երկրորդ դեպքում համեմատման արդյուն-քը արտահայտող թվից հետո գրվում է «անգամ» բառը: Ընդհանրապես, բաժանման գործողության միջոցով առարկաների համեմատումը կատարվում է՝ համաձայն հետևյալ մոդելի.

Քանակությունների համեմատման քանորդային մոդելը: *Երկու համասեռ առարկաների մեծությունների քանորդը ցույց է տալիս, թե դրանցից մեկը մյուսից քանի անգամ է տարբերվում:*

Բաժանման գործողության կարևոր և մեծ կիրառություն ունեցող մոդել է նաև տոկոսը, որին ես չեմ անդրադառնա:

Բաժանման ևս մեկ կիրառություն է կշռույթը, որին մենք անդրադառնանք դպրոցական մաթեմատիկայի լեզվին նվիրված բաժնում:

Մաթեմատիկական բանաձևերը հայոց լեզվում

Դպրոցական մաթեմատիկայի հիմնական բանաձևերը հավասարություններն են, հավասարումները, անհավասարությունները և անհավասարումները: Բնական է սպասել, որ դրանք նույնպես կունենան իրենց լեզվական արտահայտությունները, որոնց բազմազանությունը կախված կլինի առարկաների սեռից և կոնկրետ առարկաներից ինչպես և գործողությունների դեպքում:

Հավասարության և հավասարման համար կիրառական միջավայրը աչքի չի ընկնում եզրույթների բազմազանությամբ, այստեղ «հավասարություն» բառն էլ առանձնապես գործածական չէ: Հայոց լեզվում ավելի հաճախ կիրառվում է «նույն» բառը երկու առարկաների հավասարությունը բնութագրելու համար: Ասվում է. Արամն ու Հայկը նույն տարիքի են, ունեն նույն հասակը, նույն քաշը և այլն:

Վերջում նշենք, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում այստեղ բերված հարցերի դիտարկումը կրկնակի օգտակար է՝ ինչպես հայոց լեզվի համակողմանի իմացության, այնպես էլ հանրահաշվի կիրա-ռական ոլորտի խնդիրների լուծման ընթացքում ճիշտ կողմնորոշվելու տեսանկյունից:

Թեմա 4.2. ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ - ՖԻԶԻԿԱ

Դեռևս անհիշելի ժամանակներից բնությունը առաջադրել է խնդիրներ, որոնց բացատրությունը և լուծումը վեր է եղել մարդկանց մտավոր հնարավորություններից: Անձրևն ու քամին, արևի խավարումն ու կայծակը և նմանատիպ այլ երևույթներ բացատրվել են հեքիաթների, առասպելների ու կրոնական տեսանկյուններից: Բայց և եղել են ոլորտներ, որտեղ հնարավոր է դարձել ճշգրիտ մոտեցումը: Դրանք հիմնականում վերաբերել են այնպիսի երևույթների, որոնք բնութագրվում են երկարությամբ, ժամանակով, զանգվածով և ֆիզիկական այլ մեծություններով և որոնց չափումը արտահայտվում է մաթեմատիկայի միջոցներով:

Այս ճանապարհին էլ Հին աշխարհում սկսեցին ձևավորվել աստղագիտությունը, օպտիկան և այլ գիտություններ, որոնք իրենց մաթեմատիկական կիրառություններով կարևորեցին այն և նպաստեցին նրա զարգացմանը: Ինչպես Միջագետքում, այնպես էլ Եգիպտոսում շինարարության և արհեստների մեջ հաջողությամբ օգտագործում էին զանազան մեխանիզմներ, որոնցում կիրառվում էին մաթեմատիկական չափումները: Բաբելոնում ավելի զարգացած էր աստղագիտությունը, որի կարիքների բավարարման համար ստեղծվեցին գործիքներ, որոնք բավականին մեծ ճշգրտությամբ չափում էին ժամանակը և անկյունները: Բայց ֆիզիկայի տեսական նյութեր այստեղ բացակայում էին:

Բնության երևույթների ուսումնասիրության մեջ մաթեմատիկայի դերը առավել կարևորվեց Անտիկ Հունաստանում: Պյութագորասը և պյութագորականները հայտարարեցին, որ մեխանիկայում, աստղագիտության, օպտիկայի, երաժշտության մեջ և այլ ոլորտներում դրսևորվող բոլոր բնական երևույթները ենթարկվում են մաթեմատիկական օրենքների:

Իսկ Արքիմեդն էլ համոզված էր, որ անհնար է տարանջատել մաթեմատիկան և բնությունը, ինչը աշխատում էր ապացուցել մաթեմատիկական տեսությունների միջոցով գործնական զարմանահրաշ գյուտեր կատարելով: Մասնավորապես նա հայտնաբերեց լծակի օրենքը, որի հիմքում ընկած է մաթեմատիկան: Այդ օրենքը կիրառելով՝ նա կարողանում էր տեղաշարժել հսկայական զանգվածներ: Արքիմեդը մեծ հաջողությունների հասավ նաև օպտիկայի բնագավառում, որտեղ ստեղծած իր սարքերը օգտագործեց Հռոմի դեմ պատերազմում Սիրակուզայի պաշտպանության ժամանակ:

Օպտիկայի կապը երկարաչափության հետ բավականին մեծ խորությամբ ներկայացնում է Էվկլիդեսը իր «Օպտիկա» գրքում: Մասնավորապես, այստեղ նա ուսումնասիրում է հեռանկարի օրենքները:

Իսկ «ֆիզիկա» եզրույթը շրջանառության մեջ է դրել Արիստոտելը: Նրա ուսմունքը լայն մասսայականություն է վայելել և մինչև Գալիլեյը այս բնագավառում եղել է հիմնական գիտական մոտեցումը ողջ Եվրոպայում: Սակայն այն հեռու էր նյութական աշխարհի օբյեկտների միջև առկա քանակական հարաբերությունների արտահայտման լուրջ հավակնություններից: Մասնավորապես, Արիստոտելի, ինչպես և անտիկ շրջանի այլ մտածողների մոտ, բացակայում էր արագության հասկացությունը, քանի որ այն պահանջում էր ճանապարհի և ժամանակի հարաբերություն, իսկ հույները կատարում էին միայն համասեռ մեծությունների բաժանում:

Կանխազգալով բնության երևույթների բացատրության մեջ մաթեմատիկայի աննախընթաց դերը, արդեն 16-րդ դարում Գալիլեո Գալիլեյը ձևակերպեց իր հանրահայտ իմաստությունը՝ «բնության գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով»: Գիտությունների զարգացման հետագա ողջ ընթացքը հաստատեց Գալիլեյի այս մարգարեությունը, և բնության այդ հրաշագեղ գիրքը կարդալու իր մեծագույն առաքելությունը անցյալի ու ապագայի հանճարների հայտնագործած մաթեմատիկան կատարեց փայլուն ձևով՝ առաջին հերթին հենց ֆիզիկական երևույթների բացատրության միջոցով: Եվ առաջին օրինակները տվեց ինքը՝ Գալիլեյը: Օգտագործելով մաթեմատիկայի հնարավորությունները՝

նա ձևակերպեց տեսական մեխանիկայի հիմունքները՝ հարաբերականության սկզբունքը, իներցիայի օրենքը, նյութը քառակուսիով արագացված ընկնելու օրենքը, արագության չափման մաթեմատիկական բանաձևը՝ V = S/T: Նա ապացուցեց նաև, որ հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետված մարմինը թռչում է պարաբոլով, ստեղծեց առաջին ջերմաչափը, առաջին աստղադիտակը, որի օգնությամբ կատարեց բազմաթիվ աստղագիտական հայտնագործություններ:

17-րդ դարում մեխանիկայի վերաբերյալ կատարված լայնածավալ ուսումնասիրությունները դարի վերջերին ամփոփեց Իսահակ Նյուտոնը իր «Բնափիլիսոփայության մաթեմատիկական սկզբունքները» գրքում, որտեղ շարադրված էին մեխանիկայի երեք օրենքները և տիեզերական ձգողության օրենքը: Այդ օրենքների մաթեմատիկական ձևակերպումները այնքան գեղեցիկ էին ու այնքան զարմանալի, որ Նյուտոնը դրանք համարեց աստվածային ստեղծագործություններ և անգամ Աստծո գոյության ապացույց: Իմիջայլոց, տարածված է հանրահայտ լեգենդը, ըստ որի՝ տիեզերական ձգողականության օրենքի բացահայտման մտահղացումը Նյուտոնի մեջ ծագել է, երբ նա աշխատել է իմանալ ծառի ճյուղից խնձորը ընկնելու պատճառը: Առաջադրվող ֆիզիկական բնույթի հարցերը լուծելու ճանապարհին էլ Նյուտոնը ստեղծեց մաթեմատիկական անալիզը:

Ընդհանրապես, սկսած Նյուտոնի ժամանակներից մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի փոխհարաբերություններում զուգահեռաբար դրսևորվում են երկու միտումներ: Մաթեմատիկան օգտագործվում է որպես ֆիզիկական երևույթների բացատրության հիմնական գործիք և ֆիզիկայի զարգացման կարևոր գործոն: Միևնույն ժամանակ, միշտ չէ, որ տվյալ ժամանակի մաթեմատիկայի զարգացման մակարդակը բավարար է լինում հաղթահարելու ֆիզիկական երևույթների բացատրության համար առաջադրված դժվարությունները, և ֆիզիկայի առաջադրած խնդիրները լուծելու անհրաժեշտությունը լուրջ խթան է հանդիսացել մաթեմատիկայի զարգացման համար:

Թեմա 4.3. ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ - ՔԻՄԻԱ

Քիմիայում կամ քիմիական երևույթներում մաթեմատիկայի մասնակցությունը սկսվում է նյութի մոլեկուլային կամ քիմիական բանաձևից, որը որոշվում է նյութում պարունակվող քիմիական տարրերի ատոմական հարաբերություններով, որոնցից էլ կախված է նյութի տեսակը: Թեև ատոմները նյութի աննշան մասնիկներն են և ունեն 10^{-24} գրամի կարգի զանգված (օրինակ, թթվածնի համար այն հավասար է $1{,}67 \times 10^{-24}$ գրամի), սակայն գիտնականներին հաջողվել է պարզել մարդու մարմնում, Երկրում, անգամ ողջ տիեզերքում եղած ատոմների մոտավոր թվերը: Այսպես, ենթադրվում է, որ դիտելի տիեզերքում կա

1078 -ից մինչև 1082 ատոմ, իսկ Երկրագունդը պարունակում է մոտավորապես (1,3-1,4)x10^{50} ատոմ, միջին կազմվածքով մարդն էլ կազմված է մոտ 6,7x10^{27} ատոմից: Հաշվել են նաև, որ մարդու կազմության մեջ կան 60-ից ավելի քիմիական տարրեր, որոնցից երեք կարևորների մասին ներկայացնենք հետևյալ թվերը (ենթադրվում է, որ մարդու զանգվածը 70 կգ է).

Քիմիական տարրը	Զանգվածի տոկոսը	Զանգվածը (կգ)	Նշանը	Ատոմների քանակը
Թթվածին	65	43	O	1.61 x 10^{27}
Ածխածին	18	16	C	8.03 x 10^{26}
Ջրածին	10	7	H	4.22 x 10^{27}

Ատոմում առկա էլեկտրոնների և պրոտոնների թվերի համեմատությամբ է որոշվում նրա չեզոք կամ լիցքավորված լինելը: Ընդ որում, պրոտոնը ունի դրական էլեկտրական լիցք և $1.6726\times\left(\frac{1}{10}\right)^{27}$ կգ զանգված, իսկ էլեկտրոնը՝ բացարձակ արժեքով պրոտոնի լիցքին հավասար բացասական էլեկտրական լիցք և $9^{11}\times\left(\frac{1}{10}\right)^{31}$ կգ զանգված:

Քիմիայի դպրոցական դասընթացում դիտարկվում են բազմաթիվ քիմիական խնդիրներ, որոնք լուծվում են տոկոսների, հավասարումների կամ մաթեմատիկայի այլ կիրառությունների միջոցով: Սակայն մաթեմատիկայի կիրառությունները քիմիայում շատ ավելի նշանակալից են: Մաթեմատիկայի շատ բնագավառներ ունեն իրենց կիրառությունը քիմիայում:

Քիմիայում լայնորեն կիրառվում է մաթեմատիկայի այնպիսի առանցքային գաղափար, ինչպիսին համաչափությունն է: Գրեթե բոլոր հայտնի մոլեկուլները կա՛մ իրենք ունեն ինչ-որ համաչափություն, կա՛մ իրենց մասերը: Քիմիայի կարիքները բավարարելու համար ստեղծվել է նաև նոր բնագավառ՝ մաթեմատիկական քիմիան, որտեղ մաթեմատիկայի մասնակցությունը քիմիական հարցերի լուծման մեջ ավելի ակնառու է:

Սակայն ամեն ինչ հարթ չէ մաթեմատիկայի և քիմիայի փոխհարաբերություններում: Առաջին հերթին քիմիան որոշ սահմանափակումներ է դնում կիրառվող մաթեմատիկական օբյեկտների վրա: Նախ, մոլեկուլների և ատոմների քանակները պետք է լինեն բնական թվեր: Այնուհետև, քիմիայում գոյություն չունեն իռացիոնալ թվեր, չկա նաև անվերջության հասկացությունը:

Հետաքրքիր են նաև մաթեմատիկական օրինաչափությունների հետ քիմիայի որոշ տարաձայնությունները: Մի անգամ Գաուսի և Ավոգադրոյի միջև տեղի ունեցավ վիճաբանություն գիտական օրենքների էության շուրջ: Գաուսը պնդում էր, որ գիտական օրենքներ գոյություն ունեն միայն մաթեմատիկայում և, հետևաբար, քիմիան չի կարող գիտություն համարվել: Ի պատասխան՝ Ավոգադրոն այրեց 2 լիտր ջրածին մեկ լիտր թթվածնի մեջ և, ստանալով երկու լիտր ջրի գոլորշի, հաղթական բացականչեց «եթե քիմիան ուզի, ապա երկուսին գումարած մեկ հավասար կլինի երկուսի: Իսկ ձեր մաթեմատիկան ի՞նչ կասի սրան»:

Դիտարկենք մի այլ օրինակ: Յուրաքանչյուր դպրոցական գիտի, որ 1 + 1 = 2. Այնուամենայնիվ, քիմիայում այս օրենքը միշտ չէ, որ իրագործվում է: Օրինակ, եթե դուք խառնեք մեկական բաժակ սպիրտ և ջուր, ապա խառնուրդը կլինի ոչ թե երկու, այլ 1,96 բաժակ: Դա պայմանավորված է նրանով, որ սպիրտի մոլեկուլները ջրածնային կապեր են ստեղծում ջրի մոլեկուլների հետ, ինչի արդյունքում դրանք ձգվում են միմյանց նկատմամբ, և խառնուրդի ծավալը փոքրանում է:

Մաթեմատիկայի հիմնական օրենքներից մեկը հաստատում է, որ գումարելիների տեղերը փոխելիս գումարը չի փոխվում: Կիրառական տիրույթում այս օրենքը բացատրվում է այսպես. եթե նյութերի մի քանակություն ավելացնում ենք մյուսին, ապա արդյունքը կախված չէ նրանից, թե որ նյութն ենք որին ավելացնում: Արդյո՞ք դա այդպես է:

Նյութերի ավելացման կարգը կարևոր է այնպիսի լուծույթի համար, որը ստացվում է ջրի և թթվի խառնուրդից: Թվում է, թե ոչ մի բարդ բան չկազ պետք է մի հեղուկը լցնել մյուսի մեջ: Բայց նույնիսկ նման պարզ փորձի դեպքում հերթականությունը չափազանց կարևոր է: Եթե հանկարծ թթվին ավելացվի ջուրը, ապա կարող են տեղի ունենալ երևույթներ, որոնք կհանգեցնեն ձեր մաշկի կամ աչքի վնասվածքների:

Հարկ է սակայն խոստովանել, որ մաթեմատիկական օրենքի կիրառություն-ները վերաբերում են այն դեպքերին, երբ իրար են խառնվում միևնույն նյութի երկու քանակություններ: Բայց միգուցե այս դեպքերում նույնպե՞ս քիմիան ունի իր առարկությունները:

Թեմա 4.4. ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ - ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱ

Մաթեմատիկան ընկած է համակարգչային գիտության կամ ինֆորմատիկայի հիմքումգ և առանց մաթեմատիկայի այդ գիտությունը չի կարող գոյություն ունենալ: Այստեղ մաթեմատիկայի տարբեր բաժիններ տարբեր կերպ են օգտագործվում ինֆորմատիկայում: Կարևորագույններից մեկը այստեղ երկուական մաթեմատիկան է: Այն կազմված է 0 և 1 թվանշաններից, դրանց վերջավոր հաջորդականություններից և թվաբանական գործողություններից: 0-

և 1-ը ինֆորմատիկայում կոչվում են բիթեր: Բիթը արտացոլում է ազդանշանի 1 կամ 0 արժեքը, ինչը կարող է նշանակել այո կամ ոչ, ճշմարիտ կամ կեղծ, միացված կամ անջատված, լիցքավորված կամ չլիցքաթափված և այլն:

Համակարգիչ մուտքագրվող տեղեկատվությունը կոդավորվում է 0-ների և 1-երի վերջավոր հաջորդականությունների միջոցով: Օրինակ, 2-ի կոդը կլինի 10, 3-ինը՝ 11, 4-ինը՝ 100, 8-ինը՝ 1000, 16-ինը՝ 10000 և այլն: Այսինքն, երբ մենք համակարգչի ստեղնաշարով մուտքագրում ենք ասենք 3 թիվը, համակարգչում այն ներկայացվում է իր կոդով՝ 11:

Հարկ է սակայն նկատել, որ օբյեկտների կոդավորումը երկուական համակարգում ունի որոշ թերություն, ինչը կապված է կոդի երկարության հետ: Վիճակը բարելավելու համար օգտագործվում են 8-ական կամ 16-ական համակարգերը, որոնցում կոդերի երկարությունները կարճանում են համապատասխանաբար երեք և չորս անգամ: Ընդ որում, այդ համակարգերն ընտրվում են այն պատճառով, որ դրանցից երկուականին անցնելը չափազանց հեշտ է: Ասենք, 16-ական համակարգից երկուականին անցնելու համար պետք է յուրաքանչյուր թվի կոդքին ավելացնել չորս զրո:

Մշակված են հատուկ մեթոդներ նաև տեքստային, գրաֆիկական և ձայնային տեղեկույթների կոդավորման համար: Այստեղ համապատասխան կոդերն ունեն չափազանց երկար տեսք և համակարգչի հիշողության մեջ կարող են զբաղեցնել շատ մեծ տեղ: Առաջացած դժվարությունները հաղթահարվում են մաթեմատիկական մեթոդների կիրառման միջոցով:

Համակարգչային գիտության մեջ օգտագործվում են մաթեմատիկայի տարբեր բնագավառներ: Այստեղ լայնորեն օգտագործվող մաթեմատիկական բնագավառ է գծային հանրահաշիվը, որ ներառում է հանրահաշվական գործողությունները, գծային հավասարումները, մատրիցները, վեկտորները և այլ տեսություններ և գաղափարներ: Այն օգտագործվում է ալգորիթմների մշակման և ծրագրային ապահովման համար, երբ անհրաժեշտ է լինում գործ ունենալ մաթեմատիկական օբյեկտների հետ:

Համակարգչային գիտության մեջ օգտագործվող մաթեմատիկայի ևս մի ոլորտ է մաթեմատիկական անալիզը, որ հնարավորություն է տալիս ուսումնասիրելու ֆունկցիաների հատկությունները: Այն թույլ է տալիս գծել գրաֆիկներ և ստեղծել տեսողական պատկերներ, խնդիրների լուծման զանազան ծրագրեր, կատարել կիրառական հարցերի լուծման մոդելավորում, ալգորիթմների մշակում և վերլուծություն և այլն:

Հավանաբար համակարգչային գիտությունը բացառություն է, որ ուսումնասիրում է ոչ թե բնական, այլ արհեստական երևույթները: Կարծիք կա, որ այդ է պատճառներից մեկը, որ համակարգիչներով զբաղվող պրոֆեսիոնալները սովորաբար շատ քիչ են օգտագործում մաթեմատիկան, որն առաջացել է բնական երևույթների ուսումնասիրության արդյունքում: Սակայն անգամ եթե դա այդպես է, ապա մաթեմատիկան և համակարգչային գիտությունները ունեն տեսական և պրակտիկ շատ ընդհանրություններ: Մասնավորաբար, մաթեմատիկային հատուկ տրամաբանական մտածողությունը կենտրոնական տեղ է զբաղեցնում նաև համակարգչային հաշվարկներում, իսկ համակարգչային գիտությանը բնորոշ տրամաբանական մտածողության և խնդիրների լուծման հմտությունները արտակարգ արդյունավետ են և սերտորեն փոխկապակցված են նմանատիպ մաթեմատիկական հմտությունների հետ:

Թեմա 4.5. ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ - ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Դեռևս հնագույն ժամանակներում մարդու գոյատևման համար կենդանի աշխարհի մասին անհրաժեշտ իմացությունը կապված է եղել նաև չափման, կարգի և ձևի վերաբերյալ պարզագույն գիտելիքների հետ: Հողագործության շրջանը նոր որակ հաղորդեց այդ կապերին, որոնք ամրապնդվեցին անասնապահության և բժշկության վերաբերյալ Հին աշխարհում ստեղծված ավանդույթներում:

Թեև Անտիկ Հունաստանի մտածողները իրենց ստեղծագործություններում մեծացրին բույսերի և կենդանիների մասին իմացությունը, սակայն դրանցում, ըստ էության, բացակայում են քանակական վերլուծությունները: Նույնը վերաբերում է նաև արաբական և եվրոպական միջնադարին:

Վերածննդի շրջանում մեծ ուշադրություն դարձվեց մարդու մարմնի կազմությանը, նրա մասերի քանակական հարաբերություններին: Լեոնարդո դա Վինչին նման հարաբերությունները առաջադրեց որպես մարդու դեմքի և մարմնի գեղեցկության չափանիշ:

Կենդանի աշխարհի մասին 17-րդ դարում կատարված բազմաթիվ հայտնագործությունների շարքում նախ առանձնացնենք արյան շրջանառության վերաբերյալ Ուիլյամ Հարվիի հայտնագործությունը, ինչը բացառիկ իրադարձություն էր կենսաբանության քանակական վերլուծության, այսինքն՝ մաթեմատիկայի հետ նրա փոխներգործության ուղղությամբ:

Նույն շրջանում Ռոբերտ Հուկը հայտնագործեց կենդանի բջիջը, ինչը արդյունք էր դարձյալ Հուկի կողմից մանրադիտակի հայտնագործման: Իսկ այդ վերջինիս հիմքում արդեն ընկած է նաև երկրաչափությունը: Արժե նշել, որ Հուկը եղել է Լոնդոնի համալսարանի երկրաչափության պրոֆեսոր: Ընդհանրապես, մանրադիտակը ոչ միայն հիմք դրեց բջիջների տեսության, այլև հնարավորություն տվեց բացահայտելու միկրոօրգանիզմների՝ կենսաբանական անսպառ հետազոտությունների նախկինում անհայտ աշխարհը:

Մաթեմատիկան վճռորոշ նշանակություն ունեցավ 19-րդ դարում ավստրիացի վանական, բնագետ, ժառանգականության մասին գիտության հիմնադիր Գրեգոր Մենդելի կողմից գեների հայտնաբերման մեջ: Մաթեմատիկայի միջոցով են ինտեգրվում էվոլյուցիայի տեսությունը և գենետիկան:

Քսաներորդ դարը համարվում է մաթեմատիկայի հետ համագործակցության միջոցով ֆիզիկայի նվաճումների դար: Շատ գիտնականներ կարծում են, որ քսանմեկերորդ դարը ֆիզիկայի փոխարեն կենսաբանությանն է վերապահելու նմանօրինակ դեր: Ավելին, ենթադրվում է, որ մաթեմատիկայի հետ համագործակցությունը այստեղ լինելու է ավելի սերտ ու գրավիչ: Կենսաբանությունը հավանաբար կխթանի հիմնավորապես նոր մաթեմատիկայի ստեղծմանը, քանի որ կենդանի բնությունը որակապես ավելի տարասեռ է, քան անկենդան բնությունը: Օրինակ, գնահատվում է, որ երկրակեղևում կան 2000-5000 տեսակ ապարներ և հանքանյութեր, որոնք առաջացել են հարյուր կամ քիչ ավելի բնական տարրերից: Ի հակադրություն դրան, Երկրի վրա կան 3 միլիոնից մինչև 100 միլիոն կենսաբանական տեսակներ: Եթե ապարների և հանքանյութերի տեսակները համեմատենք կենդանի օրգանիզմների տեսակների հետ, ապա կենդանի աշխարհն առնվազն հազար անգամ ավելի բազմազան է, քան անկենդան աշխարհը: Գիտնականները գտնում են, որ կյանքի այդ գերբազմազանության ուսումնասիրությունը կպահանջի հիմնարար, միգուցե և հայեցակարգային առաջընթաց նաև մաթեմատիկայում, որովհետև նրանք մեծ հավատ ունեն Գալիլեյի մարգարեության նկատմամբ՝ «Բնության գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով»:

Կենսաբանության մեջ լայնորեն օգտագործվում են մաթեմատիկայի ամենատարբեր բաժիններ: Կենսաբանական համակարգերի հետազոտման մեջ մաթեմատիկայի կիրառությունները ի վերջո հանգեցրին միջգիտական նոր բնագավառի՝ մաթեմատիկական կենսաբանության առաջացմանը:

Այսպիսով, ժամանակակից կենսաբանությունը դժվար է պատկերացնել առանց մաթեմատիկական մեթոդների: Դրանց կիրառումը նպաստում է կենսաբանական գործընթացների հիմքում ընկած օրինաչափությունների ընկալմանը և օրենքների բացահայտմանը:

Թեմա 4.6. ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ - ԱՇԽԱՐՀԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ

Աշխարհագրությունը երկրի մասին գիտությունների համակարգ է, որն ուսումնասիրում է բնական և արտադրական տարածքային համալիրների ձևավորման և զարգացման օրինաչափությունները: Աշխարհագրության հունական «Գեոգրաֆիա» անվանումը առաջին անգամ օգտագործվել է մեր թվարկությունից առաջ երրորդ դարում հելլենիստական դարաշրջանի հույն աշխարհագետ, աստղագետ, մաթեմատիկոս, ալեքսանդրյան դպրոցի ներկայացուցիչ Էրատոսթենեսի կողմից:

Սկսած աշխարհագրության սկզբնավորումից՝ նրա տեղեկատվության, գիտելիքների կուտակման և ներկայացման կարևորագույն միջոցներից մեկը եղել է մաթեմատիկան: Եվ առանց մաթեմատիկայի աշխարհագրությունը ի զորու չէ արտահայտելու, լուծելու այն խնդիրները, որոնց համար ինքը կոչված է:

Նման խնդիրներից կարևորագույնը հավանաբար կետի դիրքի որոշումն է երկրի վրա: Սա այն հիմքն է, որ հնարավորություն է տալիս իրագործել նավարկությունը ծովերում և օվկիանոսներում, ուսումնասիրություններ կատարել երկրի ցանկացած վայրում՝ առանց տեղանքում մոլորվելու մասին վախ ունենալու: Այս խնդրի լուծումը իրականացվում է մաթեմատիկայի կարևոր գաղափարներից մեկի՝ կոորդինատային համակարգի ներդրման միջոցով: Սակայն մաթեմատիկական կոորդինատային համակարգը, որն ստացվում է, եթե Երկիրը դիտարկենք որպես գունդ՝ նրա վրա տրված կոորդինատների սֆերիկ համակարգի հետ միասին, ապա այն ոչնչով չի կարող օգնել օվկիանոսներում նավարկող նավաստիներին կամ անտարկտիդայում հետազոտություն կատարող բնախույզներին: Ահա այստեղ օգնության են գալիս աշխարհագրական կոորդինատները, որոնք որպես երկրի ցանկացած կետի կոորդինատներ ընդունում են երեք մեծություններ՝ լայնությունը, երկայնությունը և բարձրությունը:

Երկրի որևէ կետի լայնությունը այդ կետը Երկրի կենտրոնին միացնող ուղղի կազմած φ անկյունն է հասարակածով անցնող հարթության հետ: Հասարակածից հյուսիս ընդունված է φ-ն համարել դրական, իսկ դեպի հարավ՝ բացասական: Այսպիսով, հասարակածի վրա կետի լայնությունը 0° է, և ինչքան բարձրանում ենք դեպի հյուսիս, այնքան մեծանում է կետի լայնությունը՝ հյուսիսային բևեռում հասնելով 90°-ի, իսկ դեպի հարավ իջնելիս փոքրանում է և հարավային բևեռում դառնում է -90°: Բնականաբար, այդ մի կոորդինատը բավարար չէ կետի դիրքը Երկրի վրա որոշելու համար: Հաջորդ կոորդինատը՝ երկայնությունը այն անկյունն է, որ կազմում են երկու հարթություններ. դրանցից մեկը անցնում է Երկրի տվյալ կետով անցնող միջօրեականով, իսկ մյուսը՝ Երկրի նախապես նշված կետով անցնող միջօրեականով: Որպես Երկրի նախապես նշված կետ՝ ընդունված է Լոնդոնից հարավ-արևելք ընկած Գրինվիչի աստղադիտարանը: Այսպիսով, Գրինվիչիով անցնող միջօրեականի վրա գտնվող կետերի երկայնությունը 0° է, որից շարժվելով դեպի արևելք՝ մեծացնում ենք կետերի երկայնությունները՝ հասնելով մինչև +180°-ի: Իսկ եթե Շարժվենք Գրինվիչից դեպի Արևմուտք, ապա կետի երկայնությունը կփոքրանա՝ հասնելով մինչև -180°-ի:

Մնում է որոշել կետի երրորդ կոորդինատը, որը չափվում է մետրերով և ցույց է տալիս կետի դիրքի բարձրությունը ծովի մակերևույթից: Իհարկե, եթե տեղանքը ավելի ցածր է ծովի մակերևույթից, ապա նրա բարձրությունը կարտահայտվի բացասական թվով:

Ստեղծվել են նաև հատուկ գործիքներ, որոնք մշակվել են ֆիզիկայի օրենքների հիման վրա և ճշգրտորեն ցույց են տալիս Երկրի ցանկացած կետի լայնությունը, երկայնությունը և բարձրությունը: Այսպիսով, ունենալով այդ գործիքները մարդը կարող է որոշել իր գտնված տեղի աշխարհագրական կոորդինատները:

Ասվածը ցույց է տալիս նաև այն, որ գիտական և ճանաչողության լուրջ հաջողությունները հնարավոր են դառնում միայն գիտության տարբեր բնագավառների և տեխնիկայի համագործակցության շնորհիվ:

Աշխարհագրական կոորդինատների իմացությունն ավելի արդյունավետ է դառնում քարտեզների հետ դրանց համադրման դեպքում: Ընդհանրապես, քարտեզները կարևորագույն տեղ են զբաղեցնում աշխարհագրական ուսումնասիրություններում: Քարտեզը հնարավորություն է տալիս Երկրի մակերևույթը կամ նրա մի հսկայական մասը պատկերել թղթի փոքրիկ կտորի վրա: Ինչպե՞ս է դա արվում: Դարձյալ մաթեմատիկայի օգնությամբ: Այստեղ գլխավորը մաշտաբի գաղափարն է:

Մաշտաբը քարտեզի վրա տրված երկու կետերի հեռավորության հարաբերությունն է այն վայրերի հեռավորությանը, որոնք պատկերում են այդ կետերը: Մաշտաբը կամ նշված հարաբերությունը հաստատուն է տված քարտեզի համար և կախված չէ նրա վրա ընտրված կետերից: Սակայն նույն կերպ է որոշվում մաթեմատիկայում նմանության հասկացությունը: Այսինքն, ստացվում է, որ տեղանքը և քարտեզում նրա պատկերը ստացվում են իրար նման: Ճիշտ է, քարտեզի պարագայում մենք թղթի կամ հարթության վրա պատկերում ենք գնդային սեգմենտի մասը, իսկ մաթեմատիկական նմանությունը ենթադրում է հարթ պատկերների արտապատկերում: Սա առավել նկատելի է դառնում երկրի դեպի բևեռներ ընկած մասերի պատկերման քարտեզագրման դեպքում: Սակայն մաթեմատիկական ոչ բարդ դիտարկումները հնարավորություն են տալիս հաղթահարել նաև այդ խոչընդոտը:

Մաթեմատիկան կիրառվում է աշխարհագրական ամենատարբեր հարցերի լուծման դեպքում և այլն: Գետերի երկարությունն ու լեռների բարձրությունը, ծովերի, օվկիանոսների ու ամենատարբեր ցամաքային շերտերի մակերեսները, Երկրի, նրա մասերի, բնակավայրերի բնակչության թիվն ու խտությունը և բազմաթիվ այլ տվյալներ մշակվում են մաթեմատիկայի անմիջական օգնությամբ: Երբեմն անհրաժեշտ է լինում աշխարհագրական երևույթի ավելի խորը ուսումնասիրություն, ինչը ստացվում է այդ երևույթի մաթեմատիկական մոդելավորման՝ այդ երևույթը մաթեմատիկական բանաձևի տեսքով արտահատելու և ստացված բանաձևի լուծման միջոցով երևույթի մասին նոր տվյալներ ստանալու տեսքով: Մաթեմատիկական մոդելավորումը շատ օգտակար է հրաբուխների, երկրաշարժերի, ջրհեղեղների և այլ երևույթների դիտարկման համար:

Աշխարհագրական երևույթների ուսումնասիրության գործում ներգրավվում են մաթեմատիկայի մի շարք բնագավառներ՝ հանրահաշիվը, երկրաչափությունը և այլն: Նշված խնդիրների լուծման համար ձևավորվել է նաև միջգիտական հատուկ բնագավառ, որ կոչվում է մաթեմատիկական աշխարհագրություն:

ԳԼՈՒԽ

5

ՆՅՈՒԹԵՐ ԱԶԳԱՅԻՆ ԵՎ ՀԱՄԱՄԱՐԴԿԱՅԻՆ ԱՐԺԵՔՆԵՐԸ ՃԱՆԱՉԵԼՈՒ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Թեմաներ.

5. 1. Հանրահաշվի լեզուն

5. 2. Մեծություններ

5. 3. Թվերի և տառերի կիրառությունները

5. 4. Ինչպես Արքիմեդը կշռեց փիղը

5. 5. Տոկոս

5. 6. Հանրահաշվական մոդելավորումը և Շիրակացու խրախճանականները

5. 7. Ֆունկցիա

5. 8. Վիճակագրություն

Ցուցումներ առաջադրանքներից օգտվելու վերաբերյալ

Իմ պատանի բարեկա՛մ

Աշխատի հանրահաշվի յուրաքանչյուր դաս սովորելիս ստացած գիտելիքը նաև արժևորել: Հայտնի ասացվածք կա՝ «Գիտելիքը ուժ է»: Այդ ուժը պետք է տեսնել, կարևորել, արժևորել: Բայց ոչ միայն գիտելիքը: Արժեքների շարքում կարևոր տեղ են զբաղեցնում ազգայինը և համամարդկայինը:

Ինչպես դասագրքում, այնպես էլ այս ձեռնարկում զետեղված նյութերը արտացոլում են ազգային այնպիսի արժեքներ, ինչպիսիք են լեզուն, մշակույթը, եկեղեցին, պատմությունը, մեր պատմական և ներկա աշխարհագրությունը, նշանավոր վայրերը, ավանդույթները, ընտանիքը, ազգի նշանավոր մարդիկ: Հանրահաշիվը կարևոր դեր ունի քո հոգում ազգային արժեքները սերմանելու գործում. աշխատի ուշադրություն դարձնել դրա վրա, օգտվել դրանից:

Համամարդկային արժեք է առաջին հերթին հանրահաշիվը և ընդհանրապես մաթեմատիկան, որ սովորում են բոլոր երկրների երեխաները: Թիվը, հավասարությունը, հավասարումը և ողջ հանրահաշվի լեզուն հնարավորություն են տալիս խորությամբ ուսումնասիրել բնական երևույթները, կատարել գիտական հայտնագործություններ և ապահովել տեխնիկական առաջընթացը: Համամարդկային արժեքներ են նաև մարդիկ, որոնք ստեղծել են հանրահաշիվն ու մաթեմատիկան:

Ստորև բերված աղյուսակում ցույց է տրված, թե դասագրքի նյութերը սովորելիս ինչպես կարելի է օգտա-գործել այս գլխում զետեղված նյութերը:

Նյութի համարը	Դասագրքի ո՞ր դասիուսուցման ընթացքում կարելի է օգտագործել այն
1-9	Հանրահաշվի լեզուն
10-16	Հանրահաշիվը կիրառական միջավայրում
17, 18 ա-ե, 26-28	Բազմանդամներ, Կրճատ բազմապատկման բանաձևեր
10-23	Ֆունկցիաներ, Բազմություններ
24-25	Վիճակագրության տարրեր

Նյութերի հերթականությունը

12, 13, 14, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1, 2, 9, 10, 11, 15, 16, 17, 18, 26, 27, 28, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25

1 .Թվերի համար անցյալում հույները, հայերը, հույները և որոշ այլ ժողովուրդներ կիրառել են իրենց այբուբենի տառերը: Մաշտոցի ստեղծած գրերը 1200 տարի Հայաստանում և գաղութներում դրված են եղել հայկական թվարկության հիմքում:Հայերն իրենց այբուբենի տառերն օգտագործել են նաև իբրև թվանշաններ, ստեղծելթվարկության հայկական այբբենական համակարգ: Այբեննական է կոչվում այդհամակարգը այն պատճառով, որ թվերը գրելու համար կիրառում էին այբուբերի տառերը, պահպանելով նրանց հերթականությունը: Հայկական այբուբենի «ա» տառից մինչև «թ» տառը հանդիսացել են միավորներ, «ժ»-ից մինչև «ղ»՝տասնավորներ, «ճ»-ից մինչև «ջ»՝ հարյուրավորներ, «ռ»-ից մինչև «ք»՝հազարավորներ:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Միավորներ.	ա	բ	գ	դ	ե	զ	է	ը	թ
Տասնավորներ.	ժ	ի	լ	խ	ծ	կ	հ	ձ	ղ
Հարյուրավորներ.	ճ	մ	յ	ն	շ	ո	չ	պ	ջ
Հազարավորներ.	ռ	ս	վ	տ	ր	ց	ու	փ	ք

Ի տարբերություն հույների, ովքեր ունեին միայն 17 տառ, հայերն ունեին 36 տառ, որն էլ հնարավորություն էր տալիս հայերին գրելու և կարդալու մինչև 9999 թիվը,իսկ հույները առանց լրացուցիչ նշան մտցնելու՝ հնարավորություն ունեին գրելու և կարդալու մինչև 99 թիվը: Այսպիսով գալիս են այն եզրակացության, որ հայկական թվարկության համակարգը նման լինելով հունականին, նրա նկատմամբ ունեցել է զգալի առավելություններ:

2. Թվերը գրեք հայկական և այբուբենի միջոցով և կատարեք գումարում և հանում.

ա. 16 և 14, բ, 35 և 34, գ. 58 և 42, դգ 85 և 75:

3. Թվերը գրեք հռոմեական թվանշաններով և կատարեք գումարում և հանում.

ա. 12և 10, բ. 20 և 20, գ. 71և 62, դ. 90 և 85:

4. Արդյո՞ք հանրահաշվի այբուբենի տարրերն են.

ա. լատինական այբուբենի տառերը,

բ. հունական այբուբենի տառերը,

գ. հայկական այբուբենի տառերը,

դ. իրական թվերը:

5. Ճշմարիտ, կեղծ, ճիշտ, սխալ ածականներից որո՞վ կբնութագրեք հետևյալ դատողությունը.

ա. Բոլոր մարդիկ հավասար են,

բ. Կյուրոսը արդար կառավարիչ էր,

գ. Ալեքսանդր Մակեդոնացին Արիստոտելի աշակերտն էր

դ. Անանիա Շիրակացին Տյուքիքոսի աշակերտն էր,

ե. Հարուրամյա պատերազմը տևել է հարյուր տարի, գ. Սլավոնական այբուբենի ստեղծողներ Կիրիլը և Միֆոտին հայազգի նշանավոր մաթեմատիկա, մեխանիկա, իմաստասեր և հասարակական գործիչ Լևոն Մաթեմատիկոսի աշակերտներն էին:

6. Էվկլիդեսի «Տարերք» աշխատության առաջին հատորում բերվում են իննը պոստուլատներ, որոնց մեջ են հետևյալները.

ա. հավասարներին ավելացնելով հավասարներ՝ կստանանք հավասարներ,
բ. հավասարներից պակասեցնելով հավասարներ՝ կստանանք հավասարներ,
գ. անհավասարներին ավելացնելով հավասարներ՝ կստանանք անհավասարներ:

Հայերն թարգմանության մեջ ավելացված է տասերորդ պոստուլատը.
դ. անհավասարներից պակասեցնելով հավասարներ՝ կստանանք անհավասարներ:

Համեմատեք այս պոստուլատները արտահայտությունների գումարային հատկությունների հետ:

7. Ի՞նչ գիտեք.
ա. Էվկլիդեսի մասին,
բ. Էվկլիդեսի «Տարերք» աշխատության մասին,
գ. «Տարերքի» հայերեն թարգմանության մասին:

8. ա. Ի՞նչ եք հասկանում՝ գումա՞ր, թե՞ արտադրյալ հետևյալ գրառման մեջ բերված քանակությունները.

Կատաղեց, փըրփրեց Մըսրա թագավոր.
— Կանչեցե՛ք, ասավ, իմ զորքը բոլոր.
Հազար հազար մարդ նորելուկ մանուկ,
Հազար հազար մարդ անբեղ, անմորուք,
Հազար հազար մարդ բեղը նոր ծըլած,
Հազար հազար մարդ նոր թախտից ելած,
Հազար հազար մարդ թուխ միրուքավոր,
Հազար հազար մարդ սիպտակ ալևոր,
Հազար հազար մարդ, որ փողեր հընչեն,
Հազար հազար մարդ, որ թըմբուկ զարկեն...

բ. ի՞նչ ստեղծագործությունից է բերված գրառումը.
գ. ո՞վ է գրառման հեղինակը:

9. ա. Ի՞նչ գիտեք Ալ Խորեզմի մասին:
բ. Որտեղի՞ց է առաջացել «ալգեբրա» անվանումը:

10. Նշեք արժեքներ, որ կարող է ընդունել «նա» դերանունը հետևյալ նախադասության մեջ.
ա*. նա եղել է Մելբուռնի հայ օլիմպիական չեմպիոն,
բ*. նա «Արարատ» ֆուտբոլային թիմի կազմում եղել է ԽՍՀՄ չեմպիոն,
գ. նա իմ ընտանիքի անդամն է,
դ. նա իմ ծնողն է:

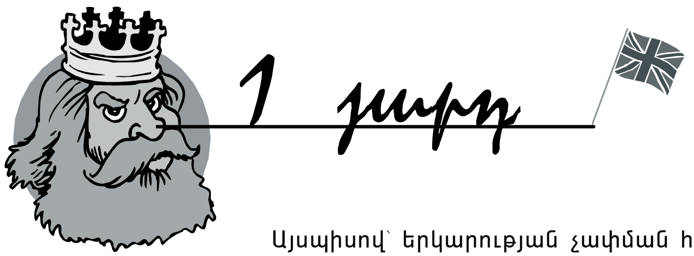
11. Նշեք արժեքներ, որ կարող է ընդունել «նա» դերանունը հետևյալ նախադասության մեջ.
ա. Նա եղել է շախմատի աշխարհի չեմպիոն,
բ. Նա եղել է հայոց թագավոր,
գ. Նա եղել է ԽՍՀՄ հայազգի մարշալ:

12. 2001 թվականին նշվել է Հայաստանում քրիստոնեությունը պետական կրոն ընդունելու 1700 -ամյակը: Ո՞ր թվականին է ընդունվել Հայաստանում քրիստոնեությունը՝ որպես պետական կրոն: Այս իրադրությունը մոդելավորեք հանրահաշվորեն:

13. Հնում տարբեր ժողովուրդներ կիրառել են չափման տարբեր միավորներ: Երկարության չափման միավորների ընտրությունը համարյա բոլոր ժողովուրդները կապել են մարդու մարմնի մասերի հետ: Որպես չափման միավորներ գործածվել են մատնաչափը, ոտնաչափը, քայլի երկարությունը և այլն: Անգլիայի թագավոր Հենրիխ Առաջինի մտցրած չափի միավորը հավասար էր նրա քթի ծայրից մինչև իր ձգած ձեռքի միջնամատի ծայրի հեռավորությանը: Այն մեծ տարածում գտավ և կոչվեց ***յարդ:*** Մեծ հեռավորությունները չափելու համար որպես չափման միավորներ ընտրվել են. մարդու մեկ օրում անցած ճանապարհի երկարությունը, ծխամորճը՝ այն հեռավորությունը, որ կանցնի առագաստանավը մեկ ծխամորճ ծխելու ընթացքում, նետը՝ նետի թռիչքի երկարությունը, ձիու կոշիկը՝ այն հեռավորությունը, որ կանցնի ձին նրա ոտքերին ամրացրած ծղոտե ներբանները մաշելու ընթացքում և այլն: Դուք հեշտությամբ կարող եք համոզվել, որ թվարկած այս միավորները կայուն չեն և կախված են հանգամանքներից: Իսկապես, տարբեր մարդիկ ունեն տարբեր մատնաչափեր ու ոտնաչափեր, տարբեր են նրանց քայլերի երկարությունները ու մեկ օրում անցած ճանապարհների երկարությունները: Այդ պատճառով չափման նման միավորներով կատարված չափումները չէին կարող տալ ճշգրիտ արդյունք: Ժամանակի ընթացքում, առևտրական հարաբերությունների զարգացմանը զուգընթաց, առաջ եկավ չափման ավելի ճշգրիտ միավորներ ունենալու հարցը: Իսկապես, մեծ քանակությամբ փոխանակումներ կամ գնումներ կատարելիս միավորի չնչին տատանումն անգամ կարող է հանգեցնել մեծ գումարների կորստի: Այսօր ժամանակակից գիտական և տեխնիկական խնդիրների լուծման և իրականացման համար հաշվի են առնվում մետրի ու վայրկյանի միլիոներորդ և ավելի փոքր մասերը: Առանց դրա անհնար է պատկերացնել ինքնաթիռների ու արբանյակների թռիչքը, համակարգիչների աշխատանքը, հեռուստահաղորդումները,...

14. Ինչպե՞ս ստեղծվեցին չափման ժամանակակից միավորները: Այդ ամենի հիմքը դրվեց 1790 թվականին: Ֆրանսիայի Ակադեմիայի մի խումբ անդամներ որոշեցին երկարության չափման միավորը կապել մի այնպիսի առարկայի հետ, որը կախում չունենար հանգամանքներից: Որպես նման առարկա ընտրվեց

երկրագնդի միջօրեականը: Միջօրեականի երկարության մեկ 40 միլիոներորդական մասն էլ ընդունվեց որպես երկարության չափման միավոր և կոչվեց ***մետր:*** Մնացած չափման միավորները սահմանվեցին մետրի միջոցով:



Ֆրանսիացիների այս նորամուծությունը այնքան արդյունավետ եղավ, որ կարճ ժամանակում բոլոր ժողովուրդները ընդունե-ցին այն:

Այսպիսով՝ երկարության չափման հիմնական միավորը մետրն է: Մակերեսի հիմնական միավորը ***քառակուսի մետրն*** է՝ մեկ մետր երկարությամբ կողմ ունեցող քառակուսու մակերեսը: Ծավալի հիմնական միավորը ***խորանարդ մետրն*** է՝ մեկ մետր երկարությամբ կող ունեցող խորանարդի ծավալը: Զանգվածի հիմնական միավորը ***գրամն*** է՝ մեկ խորանարդ սանտիմետրում տեղավորվող ջրի զանգվածը:

Յուրաքանչյուր հիմնական միավորի տասնորդական, հարյուրերորդական և այլ մասերի միջոցով ստացվում են օժանդակ միավորները՝ հունական անվանումներով: Օրինակ՝ 2 կիլոմետր նշանակում է 2000 մետր, մեկ միլիգրամ նշանակում է 0,001 գրամ և այլն:

դեկա-	10	դեցի-	0,1
հեկտո-	100	սանտի-	0,01
կիլո-	1000	միլի-	0,001
միրա-	10000	միկրո-	0,0001

Ժամանակի հիմնական միավորը *վայրկյանն է:* Նրա որոշ օժանդակ միավորներ ստացվում են վայրկյանի 60-ապատիկ կամ 60-րդ մասերով:

15. **Ինչպե՞ս Արքիմեդը կշռեց փիղը:** Որոշ քանակությամբ մթերք կշռելու համար մենք կարող ենք օգտվել լծակավոր կամ զսպանակավոր կշեռքից: Մենք կարող ենք հեշտությամբ կշռվել և իմանալ մեր քաշը: Այսօր կան՝ փիղը, տանկը, ինքնաթիռը և ուրիշ շատ ավելի ծանր առարկաներ կշռելու համար անհրաժեշտ կշեռքներ: Իսկ ինչպե՞ս են փիղը կշռել հին աշխարհի մարդիկ:

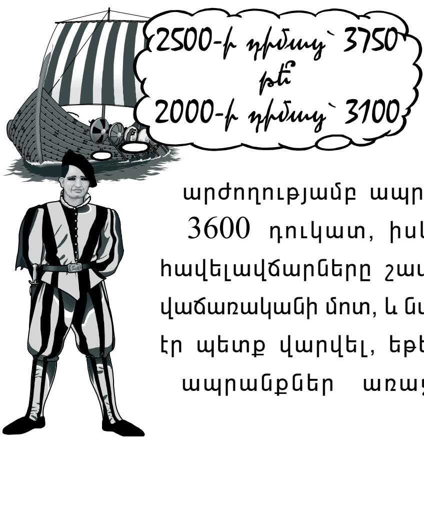
Առաջին անգամ փիղը կշռել է հույն հանճարեղ մաթեմատիկոս Արքիմեդը, որն ապրել է մեր թվարկությունից առաջ՝ երրորդ դարում: Արքիմեդը ստեղծեց չափազանց հնարամիտ ու զարմանալի մի կշեռք փիղը կշռելու համար: Նա մտածեց, որ եթե նավը լցնի ինչ-որ առարկաներով, ապա դրանց ծանրության ազդեցության տակ այն ինչ-որ չափով կընկղմվի: Եվ ինչքան ծանր լինեն առարկաները, նավը այնքան ավելի շատ կընկղմվի: Իսկ եթե առարկաների երկու քանակություններ լցնելուց հետո նավը ընկղմվի միևնույն չափով, ապա ի՞նչ կարելի է ասել այդ քանակությունների մասին: Այդ քանակություններն ունեն միևնույն կշիռը, կասեք դուք: Իսկ այդ դեպքում մի՞թե նավը կշեռք չի դառնում, և նրանով հնարավոր չի լինում կշռել, օրինակ, փիղը: Ահա Արքիմեդի մտահղացումը: Նա նավը լցրեց քարերով այնքան ժամանակ, մինչև որ այն ընկղմվեց փղի ծանրության տակ կատարված ընկղմման չափով: Առանձին - առանձին կշռելով օգտագործված քարերը՝ Արքիմեդը գումարեց դրանց բոլորի կշիռները և ստացավ փղի կշիռը:

Այս փորձի հիմքում ընկած է ֆիզիկայի կարևորագույն օրինաչափություններից մեկը, որը հետագայում մեծ տարածում գտավ և կոչվեց Արքիմեդի օրենք: Արքիմեդի փորձի հիմքում ընկած է նաև մի հանրահաշվական օրինաչափություն, որը չնայած որևէ անվանում չունի, բայց մեր կյանքում խաղում է շատ ավելի մեծ դեր, քան Արքիմեդի օրենքը: Այդ օրինաչափությունը հնարավորություն է տալիս որոշելու առարկաների միավորման քանակությունը:

Միավորման գումարային օրենքը

Եթե x և y մեծություններ ունեցող երկու համասեռ առարկաներ չունեն ընդհանուր մաս, ապա նրանց միավորման մեծությունը կլինի $x+y$:

16. **Ինչո՞ւ Իտալիայում ստեղծվեց տոկոսը:** XV դարում Իտալիայում սկսեց ծաղկել առևտուրը, և այն դարձավ կարևորագույն մի հասկացության առաջացման պատճառ: Հեռավոր երկրներում իրացնելու նպատակով նավատերերը վաճառականներից վերցնում էին ապրանք՝ հետագայում հավելավճարով դրամը վերադարձնելու պայմանով: Սակայն հավելավճա-րի չափը իմանալու խնդրում շատ շուտով առաջացավ մի լուրջ բարդու-թյուն:



Դիցուք՝ նավատերը ուզում էր վերցնել 2500 դուկատի արժողու-թյամբ ապրանք: Վաճառականները պատրաստ էին նրան տալ այդքան արժողությամբ ապրանք, փոխարենը վերադարձին պահանջելով մեկը՝ 3600 դուկատ, իսկ մյուսը՝ 3500 դուկատ: Բնականաբար այստեղ հավելավճարները շատ հեշտ էր համեմատել. այն ավելի քիչ էր երկրորդ վաճառականի մոտ, և նավատերը նրանից էլ կվերցներ ապրանքը: Իսկ ինչպե՞ս էր պետք վարվել, եթե վաճառականները տարբեր քանակություն-ներով ապրանքներ առաջարկեին: Ասենք, առաջինը 2500 դուկատի արժողությամբ ապրանքի դիմաց պահանջում էր 3750 դուկատ, իսկ երկրորդը՝ 2000-ի դիմաց 3100 դուկատ: Վաճառականներից ո՞վ էր ավելի մեծ հավելավճար պահանջում այդ դեպքում:

Ահա նման դեպքերում հավելավճարի չափերը համեմատելու համար նավատերը երկու դեպքում էլ հաշվում էր 100 դուկատ ապրանքի դիմաց պահանջվող հավելավճարը: Առաջին վաճառականը 100-ի դիմաց պահանջում էր 150 դուկատ, իսկ երկրորդը 100-ի դիմաց՝ 155 դուկատ: Այսպիսով՝ 100-ի դիմաց պահանջվող հավելավճարը առաջին վաճառականի մոտ 50 դուկատ է, իսկ երկրորդի մոտ՝ 55 դուկատ: Ահա այդ *«100-ի դիմաց»* արտահայտությունն էլ անվանվեց տոկոս և նրա համար ընդունվեց այն նշանակումը, որ մենք այսօր գործածում ենք:

17. **Խրախճականներ:** ա. Խրախճանականները հետաքրքրաշարժ բովանդակությամբ խնդիրներ են, որոնք սովորաբար առաջադրվում են խնջույքների ու զանազան հավաքույթների ժամանակ: Խրախճանականների մեծ մասը կարելի է լուծել մեկ անհայտով առաջին աստիճանի հավասարումների միջոցով: Սակայն, իր ժամանակին, մանավանդ երբ հավասարման գաղափարը դեռևս չկար գիտության մեջ, խրախճանականները լուծվել են բանավոր, տրամաբանորեն, կռահելով (հատկապես կատակ-խրախճանականները) կամ թե ենթադրվելիք պատասխանը փորձելու միջոցով: Խնդիրն առաջադրողին հետաքրքրում էր ոչ թե լուծման եղանակը, այլ պատասխանը:

Խրախճանականներ կան Անանիա Շիրակացու (VII դար), Նիկողայոս Արտավազդի (XIV դար), Կոստանդին Ջուղայեցու (XVII դար), Զաքարիա Սարկավագի (XVII դար) և այլ հեղինակների աշխատություններում: Շատ խրախճանականներ բերնե-բերան, սերնդե-սերունդ անցնելով հասել են մեզ՝ կազմելով հայ ժողովրդական բանահյուսության ձևերից մեկը: Խրախճանականները կարևոր դեր են խաղացել ժողովրդի մեջ ճշգրիտ գիտությունների հանդեպ հետաքրքրություն առաջացնելու գործում: Դրանք ունեցել են նաև դաստիարակչական նշանակություն, ժողովրդի մեջ սերմանել են հայրենասիրական զգացմունքներ, ոգևորել, վստահություն ներշնչել սեփական ուժերի հանդեպ:

18. Հանրահաշվական մոդելավորմամբ լուծեք Անանիա Շիրակացու հետևյալ խրախճանականները.

ա. Առաջին խրախճանական:Ասա ընկերոջդ՝ «Ես կարող եմ իմանալ, թե դու որ ժամին ես ցանկանում ճաշել և քանի նվագ գինի ես ուզում խմել»:Եթե նա ասի քեզ՝ «Իմացիր», ասա նրան. «Մտքումդ պահիր այն ժամերի քանակությունը, երբ ցանկանում ես ճաշել: Կրկնիր այն: Ավելացրու նրա վրա ևս հինգ: Գումարը բազմապատկիր հինգով, վրան ավելացրու տասը և տասով բազմապատկիր:

Նրա վրա ավելացրու խմած գինին՝ քանի նվագում ուզում ես խմել»: Երբ նա կատարի քո ասածները, այն ժամանակ հարցրու նրան, թե որքան է հաղշած թվերի գումարը: Եվ նա ինչ թիվ որ ասելու լինի, նրանից հանիր 350, մնացած թվի մեջ տես, թե քանի հարյուրավոր կա, այն ժամին է լինելու նրա ճաշը, իսկ հարյուրից պակաս մնացած թիվը իմացիր, որ այդքան նվագ գինի է խմելու: Իսկ եթե ընկերդ անհմուտ մեկն է և գինի խմելու նվագը հարյուր լինի, պատասխանիր, որ անհնար մի ժամում հարյուր նվագ գինի խմել:

բ. Երկրորդ խրախճանական:Ասա ընկերոջդ, թե մի անգամ խնջույքի ժամանակ մի զբոսաշրջիկ տեսավ հույն մի խումբ զբոսաշրջիկների, ձայն տվեց նրանց և ասաց.«Եթե մեկը ձեզ ինձ տա, տա էլի ձեր չափ, ձեր կեսի չափ, ձեր քառորդի չափ և մեկն էլ ես ձեզ հետ ՝ կլինենք հարյուր հոգի: Արդ՝ իմացիր, թե հույն զբոսաշրջիկները քանի հոգի են եղել»:եթե ընկերդ գիտուն մեկն է, շատ շուտ կիմանա որ 36 հոգի են եղել, իսկ եթե տխմար է, ապա նրա չարչարանքը այդ ոչինչ չիմանալը քեզ ուրախություն կպատճառի:

գ. Երրորդ խրախճանական: Ասա ընկերոջդ, որ ես կարող եմ իմանալ, թե որքան դրամ կա քո քսակի մեջ: Եթե նա ասի՝«Իմացիր», ասա դու նրան, թե վերցրու դրամիդ քանակությունը, այդչափ էլ ավելացրու վրան, ստացած թիվը կրկնապատկիր, ավելացրու վրան առաջին վերցրած թիվը,ստացացդ գումարը կրկնապատկիր:Երբ տվածդ հաշվումները կատարած լինի, անկախ նրանից, զույգ թիվ է եղել վերցրածը, թե՝ կենտ, ստացած գումարը, որ նա կասի, բաժանիր տասի վրա, և գտած թիվը կլինի քսակում եղած դրամի քանակը:

դ. Չորրորդ խրախճանական: Ասա ընկերոջդ, թե մի հոն հարյուր տարի իմ հավապահն է եղել և օրական 100 չու է կրել: Արդ.՝ իմացիր, թե ընդամենը որքա՞ն է:Եթե ընկերդ թվերից գլուխ հանող մեկն է, արագ կարող է ասել, թե 365 բյուր ձու է կրել՛ իսկ եթե տգետ է, ապա նրա չարչարանքը քեզ ուրախություն կպատճառի:

ե. Հինգերորդ խրախճանական:Ասա ընկերոջդ.«Եթե դու վաճառես վաթսուն փարչ գինի, ամեն փարչը երկու դրամով, որքա՞ն դրամ դու կստանաս»:Նա կպատասխանի թե 24 դրամ: Ասա նրան, որ եթե ես նույն գնով վաճառելուց լինեմ 60 փարչ գինին, ապա մեկ դրամ ավելի կստանամ: Կանես այսպես. 60-ը կբաժանես երկուսի, ստացած երեսունի ամեն երեք փարչը՝ կբաժանես մեկ դրամի, իսկ մյուս երեսունի ամեն երկու փարչը՝ մեկ դրամի, որով լինում է դարձյալ հինգ փարչը՝ երկու դրամի:Եվ այսպես մեկ դրամ շահելով առաջին վաճառողին կամաչեցնես և դու կուրախանաս նրա զարմանալով:

19. Բակտերիաների գաղութը բազմանում է շատ արագ՝ յուրաքանչյուր 20 րոպեում այն կրկնապատկվում է: Քանի՞ բակտերիա կպարունակի 1000 բակտերիա պարունակող գաղութը.

ա. 1 ժամում, բ. 2 ժամում, գ. մեկ շաբաթում:

20. Հայտնի է, որ երբևէ ապրած յուրաքանչյուր արարած պարունակում է ռադիոակտիվ ածխածին$_{14}$, որը 5600 տարում կիսվում է: Այս հանգամանքը հաջողությամբ օգտագործվում է հնէաբանական առարկաների մոտավոր տարիքը որոշելու համար: Քանի՞ տարեկան է բրածո կենդանին, եթե այն պարունակում է ածխածին$_{14}$ -ի.

ա. 1/8 -ը, բ. 1/16 -ը, գ. 1/64 -ը, դ. 1/256 -ը:

21. Լույսի արագությունն է 300000 կմ/վրկ: Գրեք այս մեծությունը՝ օգտագործելով 10-ի աստիճանը:

22. Լեռան վրա 600 մ բարձրանալու համար գործադրվող ջանքերը հավասար են հարթավայրի վրայով 25 կմ անցնելու համար գործադրվող ջանքերին: Զբոսաշրջիկը բարձրացել է լեռներ 792 մ: Հարթության վրա ի՞նչ հեռավորության է համապատասխանում այս բարձրությունը:

23. Նկարագրեք հետևյալ աղյուսակով պատկերված ֆունկցիան.

Աշխարհամասը	Ցամաքի մակերեսի %-ը
Ասիա	29,8
Ամերիկա	28,5
Աֆրիկա	19,6
Անտարկտիդա	9,3
Եվրոպա	6,8

24. Նկարագրեք հետևյալ աղյուսակով պատկերված ֆունկցիաները.

Օվկիանոսները	Տարածքը՝ մլն քառ.կմ	Միջին խորությունը՝ մ	Ամենամեծ խորու-թյունը՝ մ	Ծավալը՝ մլն խոր. կմ
Ատլանտյան	91,7	3597	8742	329,7
Հնդկական	76,2	3711	7209	282,7
Խաղաղական	178,7	3976	11022	710,4
Հյուսիսային Սառուցյալ	14,8	1225	5527	18,1
	μ	ρ	η	ϕ

25. Ի՞նչ ֆունկցիաներ են պատկերված հետևյալ աղյուսակով: Որոշեք նրանց որոշման և արժեքների տիրույթները:

Աշխարհամասը	Ամենաբարձր լեռը	Բարձրությունը՝ մ	Ամենաերկար գետը	Երկարությունը՝ կմ	Անապատների մակերեսը՝ քառ. կմ
Ասիա	Ջոմոլունգմա	8848	Յանցզի	5 800	1 810 000
Եվրոպա	Մոնբլան	4807	Վոլգա	3 530	1 360 000
Ամերիկա	Աքոնկագուա	6960	Միսսիսիպի/ Միսսուրի	6 420	3 238 000
Աֆրիկա	Կիլիմանջարո	5895	Կոնգո/ Լուալաբա	4 320	3 690 000
Անտարկտիդա	Վինսոն	5140	-	-	-
Ավստրալիա	Կոսցյուշկո	2230	Մուրրեյ/ Դարլինգ	3 490	910
	μ	ρ	η	ϕ	φ

26. Ի՞նչ ֆունկցիաներ են պատկերված հետևյալ աղյուսակով:

Տոմարի անվանումը	Հաշվարկի սկիզբը հանդիսացող իրադարձությունը	Հաշվարկի սկիզբը
Քրիստոնեական	Քրիստոսի ծնունդը	մ.թ . 1.01.1
Աստղաբաշխական	Յուլիոսյան դարաշրջանի սկիզբը	մ.թ.ա. 1.01.4713
Հրեական	Աշխարհի առասպելական արարումը	մ.թ.ա.7.10.3761
Հին հունական	Առաջին օլիմպիական խաղերը	մ.թ.ա. 1.07.776
Հռոմեական	Հռոմի հիմնադրումը	մ.թ.ա. 21.04.753
Մուսուլմանական	Մուհամեդի փախուստը Մեքքայից	մ.թ . 16.07.622
	f	*g*

27. Աշխարհի քսան խոշորագույն քաղաքների բնակչության թվերը դասավորեք ցողուն-տերև դիագրամի տեսքով: Քանի՞ քաղաք կա, որի բնակչությունը ավելի է քսան միլիոնից, բայց պակաս է երեսուն միլիոնից:

28. Աշխարհի քսան ամենաբարձր գագաթների բարձրությունները դասավորեք ցողուն-տերև դիագրամի տեսքով: Քանի՞ գագաթ կա աշխարհում, որի բարձրությունը գերազանցում է 9000 մետրը:

ԳԼՈՒԽ

6

ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ՀԵՏԱՔՐՔՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԽԹԱՆՄԱՆՆ ՈՒՂՂՎԱԾ ՆՅՈՒԹԵՐ

Թեմաներ.

1.1. Կենդանիները և մաթեմատիկան

1. Կենդանիների մաթեմատիկական մտածելակերպը
2. Կենդանիների մաթեմատիկական ընդունակությունները
3. Մեղուների մաթեմատիկական ընդունակությունները

1.2. Թվերի խորհուրդը

1. Թվերը և մարդու ճակատագիրը
2. Թվերի իմաստը տարբեր ուսմունքներում և կրոնական վարդապետություններում
3. «Երջանիկ» և «դժբախտ» թվերը ըստ ժողովրդական ավանդույթների
4. Համարաբանություն

Ցուցումներ առաջադրանքներից օգտվելու վերաբերյալ

Իմ կրտսեր բարեկամ:

Այս բաժնում զետեղված են նյութեր, որոնք կարող են հետաքրքրություն առաջացնել մաթեմատիկայի նկատմամբ: Դրանք ստեղծվել են լուրջ ուսումնասիրությունների արդյունքում: Հաճախ մենք թերագնահատում ենք կենդանիների բանական հնարավորությունները: Հեքիաթներում երբեմն պատմվում է կենդանիների խոսակցության մասին: Միգուցե իրականության սաղմե՞ր կան այդ հեքիաթներում: Բոլոր դեպքերում հավանաբար արժե լուրջ ուշադրության արժանացնել մարդուն վերագրվող բանական շատ արժանիքներ, այդ թվում մաթեմատիկայից օգտվելու շնորհը, ինչ-որ չափով նաև կենդանիներին վերագրելու մասին:

Նյութերը հասկանալու համար հատուկ մաթեմատիկական գիտելիքներ չեն պահանջվում: Դրանք կարող են կարդալ բոլոր 7-րդ դասարանցիները: Հանրահաշվի դասը՝ տվյալ պահին կարևոր չէ, նյութերը կարելի է կարողանալ ցանկցացած ժամի:

Թեմա 6.1. ԿԵՆԴԱՆԻՆԵՐԸ ԵՎ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՆ

1. Կենդանիների մաթեմատիկական մտածելակերպը

Կենդանիների մաթեմատիկական իմացությունը ստուգելու կարևոր մեկնակետերից մեկը նրանց մոտ մաթեմատիկական մտածելակերպի, դրա տարբեր տեսակների առկայության և դրսևորումների ստուգումն է: Տարբեր մոտեցումներ կան մաթեմատիկական մտածելակերպի բնորոշման հարցում: Ընդունվածներից մեկում տարբերում են հինգ տեսակներ՝ տոպոլոգիական, կարգային, մետրիկական, հանրահաշվական և պրոյեկտիվ: Հետևենք այդ մոտեցմանը և դիտարկենք տեսակներից յուրաքանչյուրը՝ ըստ մարդու մոտ դրա երևան գալու հերթականության:

Տեղային մտածելակերպին հատուկ է ուշադրությունը առարկայի ամբողջականության և մասնատվածության, ներսի ու դրսի, ընդհատի ու անընդհատի հետ կապված հարցերի վրա: Նման մտածելակերպը մարդու մոտ ձևավորվում է վաղ հասակից՝ 2-ից 3 տարեկանում: Իսկ կենդանիներին հատու՞կ է տոպոլոգիական մտածելակերպը:

Տեղային մտածելակերպի ներսի ու դրսի սկզբունքը լայն կիրառություն ունի կենդանական աշխարհում: Կենդանու բույնը ներսն է, որտեղ կենդանին ապրում է՝ բնում, ձագեր է ունենում, պաշտպանվում է բնության տարերքից և այլ կենդանիներից: Բնից դուրս վտանգավոր է, բայց նաև այդտեղ է սնունդ հայթայթում և վտանգի դեպքում թաքնվում է ներսում՝ իր բնում:

Ահա գոմեշների նախիրը վարգով խուսափում է առյուծների գրոհից, և ամենաթույլ արարածները՝ նրանց ձագերը, տեղավորված են ամենաապահով տեղում՝ նախիրի մեջտեղում, այսինքն՝ ներսում: Իսկ առյուծը հեռվից հետևում է այդ նախիրին, սպասումգ որ գոմեշներից մեկը առանձնանա նախիրից, իսկ գոմեշները չեն շտապում առանձնանալ: Այդ դեպքում առյուծը ինքն է հրահրում նման քայլի, և որոշ գոմեշներ անխոհեմություն են ունենում առանձնանալու, և առյուծը հարձակվում է հենց այդ գոմեշներից մեկի վրա: Այստեղ ինչպես առյուծը, այնպես էլ գոմեշները ցուցաբերում են տեղային մտածելակերպ՝ ամբողջականության և մասնատվածության սկզբունքի գիտակցման տեսքով: Այդ սկզբունքը մի պահ խախտող գոմեշն էլ, ի վերջո, հատուցում է իր կյանքով:

Եվս մի օրինակ: Շնագայլերը իրենց ոհմակով հարձակվում են միայնակ առյուծի վրա: Եվ ահա, երբ թվում է, թե առյուծի ուժերը սպառվում են, լսվում է նրա ընկերոջ մռնչյունը, որի հայտնվելուց հետո էլ շնագայլերը անմիջապես փախչում են: Այստեղ նույնպես կենդանիների մոտ դրսևորվում է տեղային մտածելակերպը՝ ամբողջականության և մասնատվածության սկզբունքի գիտակցման տեսքով:

Թռչունների երամը ձմռանը տաք երկրներ չվելու համար պետք է լինի ամբողջականգ հակառակ դեպքում չի կարող ճանապարհը գտնել:

Տեղային մտածելակերպի հաջորդ սկզբունքը՝ ընդհատությունը և անընդհատությունը նույնպես կարևոր է կենդանիների համար իրենց կյանքը կազմակերպելիս: Անընդհատությունը կյանքը դարձնում է ներդաշնակ, բայց միապաղաղ: Ընդհատությունը խախտում է այն և անսպասելի դժվարություններ հարուցում, բայց և նոր հորիզոններ բացում կենդանիների առջև: Ահա գետաձիերի երամակը պետք է անցնի վարարուն գետը, ինչը հղի է երկու վտանգով՝ գետի ալիքները և կոկորդիլոսը: Ընդհատի բերած այդ վտանգները ստիպում են գետաձիերին լարել իրենց բոլոր ուժերը, բայց...

Ահա և նույն կամ մի այլ երամակ ցամաքը ընդհատող գետի ջրերով հագուրդ է տալիս իր ծարավին ու բավարարում իր կենսական կարևորագույն պահանջմունքը, թեև այստեղ ևս վտանգը հեռու չէ: Եվ վերջապես, կենդանու կյանքի անընդհատությունը և նրա ընդհատմանը սպառնացող վտանգը, որ հետևում է կենդանուն ամեն քայլափոխի, ու համապատասխան մտածելակերպը նրան մղում են մեծագույն զգուշության:

Կարգը բնության կազմավորման սկզբունքներից մեկն, իսկ ***կարգային մտածելակերպը*** կենդանական աշխարհի մղումն է ներդաշնակ, համահունչ ապրելու՝ համաձայն այդ հզոր սկզբունքի: Այստեղ հիմնական ենթասկզբունքներն են վերևն ու ներքևը, աջն ու ձախը, շարժման ուղղությունը՝ համընթացը և հակընթացը, համարակալումը:

Մարդու կարգային մտածելակերպը ձևավորվում է անմիջապես տոպոլոգիականից հետո: Նման մտածելակերպ ունեցող մարդը, առաջին հերթին, կանգ է առնում առարկաների աջ կամ ձախ, վերև կամ ներքև, շարժման ուղղության՝ համընթաց կամ հակընթաց լինելու վրա, աշխատում է հստակ պահպանել կարգը, մանրախնդիր է, հետևում է ընդհանուրի կողմից ընդունված կանոններին և հրահանգներին: Իսկ կենդանինե՞րը, ունե՞ն նրանք կարգային մտածելակերպ:

Կենդանական աշխարհի ամենատարբեր տեսակներում՝ սկսած մրջյուններից և վերջացրած փղերով ու կետերով, համայնքների կազմավորման հիմնական սկզբունքը կարգային մտածելակերպն ու դրան համապատասխան գործելակերպն է: Առանց այդ սկզբունքի պահպանման համայնքը չի գոյատևի: Այդ պատճառով կենդնիները նույնպես, ինչպես և մարդը, խստորեն հետևում են կարգ ու կանոնի պահպանմանը:

Կարգային մտածելակերպում կարևոր տեղ ունեն Վերևի կամ ներքևի և Աջի կամ ձախի սկզբունքները: Կապիկները ցերեկը անցկացնում են գետնի վրա, իսկ գիշերը բարձրանում են ծառերին, որովհետև գետնի վրա, այսինքն՝ ցածում վտանգավոր է: Լուսանը որսը բարձրացնում է ծառի վրա, որովհետև գետնի վրա, այսինքն՝ ցածում շնագայլերը կարող են տիրել որսին: Կարևոր է կենդանիների համար նաև նրա կողքերի՝ աջի ու ձախի զգացողությունը:

Բայց վերևն ու ներքևը, աջն ու ձախը այստեղ ոչ միայն ֆիզիկական նշանակություն ունեն: Համայնքի կազմավորման մեջ նրա անդամներին վերապահվող դերերը նշանակում են վերև կամ ներքև, աջ կամ ձախ: Դրանց խախտումը ենթակա է պատժի տարբեր տեսակների, ընդհուպ՝ համայնքից հեռացումը, ինչը փաստորեն մահվան դատապարտում է նշանակում:

Կարգային մտածելակերպում ենթադրվում է շարժման ուղղության, համընթաց կամ հակընթաց շարժման ընկալումը: Այս մտածելակերպը առանձնապես կարևոր նշանակություն ունի գետերում ապրող ձկների համար: Սակայն դրանով օժտված են նաև մյուս կենդանիները: Այն կիրառում են, օրինակ, կենդանիները իրենց որսին հետապնդելիս և նաև՝ հեդապնդումից խուսափելիս: Կարգային մտածելակերպը չափազանց կարևոր դաստիարակչական նշանակություն ունի ինչպես մարդկանց, այնպես էլ կենդանիների կյանքում:

Մարդու կյանքում չափազանց մեծ է ***մետրիկական մտածելակերպի*** դերը: Մետրիկական մտածելակերպը մարդկանց մոտ ձևավորվում և զարգանում է նախորդ երկուսից հետո: Այն ուշադրության կենտրոնում է պահում առարկաների քանակը, չափումները, մեծությունը՝ երկարությունը, մակերեսը, ժամանակը և այլն: Նման մտածողությամբ մարդու մոտ գերակայում է կոնկրետը, նա չի սիրում ընդհանրությունը, անորոշությունը, զգույշ է և հաշվենկատ, գործում է մանրակրկիտ հաշվարկներից, բոլոր մանրամասները և նրբերանգները պարզելուց հետո: Մետրիկական մտածելակերպին հատուկ են շատն ու քիչը, մեծն ու փոքրը, հաշվելը, չափելը: Արդյո՞ք այս գործողությունները, այսինքն՝ մետրիկական մտածելակերպը հատուկ է կենդանիներին:

Յուրաքանչյուր կենդանի արարած ամեն քայլափոխի հանդիպում է իրերի և երևույթների, որոնք բնութագրվում են նաև զանազան մեծություններով, և այդ մեծությունների չափումը կարևոր, երբեմն՝ վճռական նշանակություն ունի կենդանու համար: Հասկանալի է, որ կենդանու կատարած չափումը, որ արվում է միայն «աչքաչափով», ունի շատ մոտավոր բնույթ: Հաճախ դա ուղղակի գնահատական է, որ տրվում է առարկայի մեծությանը՝ մեծի կամ փոքրի, շատի կամ քչի, երկարի կամ կարճի, բարձրի կամ ցածրի, արագի կամ դանդաղի և նմանատիպ այլ տեսքերով: Առյուծը, օրինակ, չի հարձակվում փղերի ընտանիքի վրա կամ շնագայլերի ոհմակի վրա՝ ելնելով մեծի ու շատի գնահատականից: Նա երկար չի վազում նաև եղնիկի հետևից՝ հաշվի առնելով արագության գնահատականը, չի փորձում հարձակվել ծառին նստած ծիտիկի վրա՝ ելնելով բարձրի գնահատականից:

Հաճախ կենդանիներին անհրաժեշտ են լինում մեծությունների չափման ավելի ճշգրիտ գնահատականներ: Ահա վագրը աննկատ մոտենում է դաշտում արածող եղնիկին, և երբ տարածությունը նկատելիորեն կրճատվում է, ու վագրին թվում է, որ եղնիկը կարող է լսել իր շարժման հետևանքով առաջացած աղմուկը, սկսում է սողալ: Իսկ երբ մնացած հեռավորությունն էլ հնարավոր է լինում հաղթահարել մեկ ցատկի միջոցով, վագրը կատարում է այդ ցատկը: Ահա երկարության և արագության չափման, գնահատականի հրաշալի օրինակ, որ կիրառում է վագրը` իր հանապազօրյա սնունդը վաստակելու համար: Ու նմանատիպ օրինակներով լեցուն է բոլոր կենդանիների կյանքը: Ընդ որում, երկարության և արագության հետ միասին կարող են դիտարկվել նաև մակերեսը, ծավալը, ժամանակը:

Կենդանների համար ավելի դժվար է իրականացնել հաշվելու գործընթացը: Փորձը ցույց է տալիս, որ շատ կենդանիներ ունակ են ոչ միայն հաշվել, այլև հասկանալ առաջին մի քանի թվերի իմաստը: Սակայն պետք է փաստել, որ կենդանիները իրենց պրակտիկայում չեն օգտվում հաշվելու գործողությունից, չեն փոխանցում միմյանց տեղեկություններ հաշվի վերաբերյալ: Միգուցե և որոշ կենդանիներ զանազանում են մեկը և շատը, բայց դա ոչ որպես մեկի աբստրակտ ընկալում, այլ մեկ առարկայի օրինակ: Ոչ ավելի: Հետևաբար մետրիկական մտածելակերպի հաշվելու սկզբունքը մտածողության ավելի բարձր մակարդակ է բնորոշում, ինչից հեռու են կենդանիները:

Ասվածը, սակայն, չի խանգարում կենդանիներին ցուցաբերել մետրիկական մտածելակերպին բնորոշ հատկանիշներ` լինել զգույշ և հաշվենկատ, գործել մանրակրկիտ հաշվարկներից, բոլոր մանրամասները և նրբերանգները պարզելուց հետո: Ընդհանրապես, կենդանիների մոտ գերիշխում է մետրիկական մտածելակերպըգ այն մեծ դեր է խաղում նրանց վարքի կազմակերպման գործում:

Համրահաշվական մտածելակերպը մտածողության ավելի բարձր մակարդակ է ենթադրում և ձևավորվում է ավելի ուշ: Նման մտածելակերպ ունեցողները մասնավորը տեսնում են ընդհանուրի մեջ, բարդը աշխատում են հանգեցնել պարզին, արագ գտնում են գլխավորը: Հավանաբար, կենդանիներին բոլորից քիչ են հատուկ համրահաշվական մտածելակերպի այս սկզբունքները: Այնուամենայնիվ, դրանք էլ ինչ-որ չափով հատուկ են կենդանիներին: Ահա առյուծը վայրի գոմեշին սպանելու բարդ գործընթացը աշխատում է հանգեցնել նրան գետնին տապալելու պարզ քայլին: Կենդանիների համայնքում աշխատանքի բաժանումը նույնպես բարդը պարզերին հանգեցնելու գորընթաց է: Եղնիկների կամ գոմեշների փախչող երամակի մեջ հարձակման համար մեկին կամ մյուսին առանձնացնելը ընդհանուրի մեջ մասնավորը տեսնելու մտածելակերպի դրսևորում է, իսկ գտած օբյեկտի վրա անմիջական հարձակումը` գլխավորը արագ գտնելու մտածելակերպի արդյունք:

Մարդկանց մոտ բավականին ուշ է ձևավորվում նաև ***դիրքային*** կամ

պրոյեկտիվ մտածելակերպը, ինչը նշանակում է խնդրին նայել տարբեր կողմերից, աշխատել գտնել լուծման շատ տարբերակներ, հաշվի առնել կիրառությունները և օգտակարությունը, ակնթարթորեն գնահատել իրադրությունը և այն դնել անհրաժեշտ հունի մեջ:

Պրոյեկտիվ մտածելակերպի շատ տարրեր հատուկ են կենդանիներին: Իրենց կյանքի ապահովության համար նրանք պարտավոր են առարկաներն ու երևույթները դիտարկել տարբեր կողմերից, ակնթարթորեն գնահատել իրադրությունը և նույնքան ակնթարթորեն արձագանքել: Նրանց վարքի հիմնական դրդապատճառներից մեկը օգտակարության սկզբունքն է, որ կիրառվում է կենսական պահանջմունքների բավարարման համար:

2. Կենդանիների մաթեմատիկական ունակությունները

Արդյո՞ք կենդանիները գիտեն մաթեմատիկա: Դրա համար պետք է ստուգել նրանց մաթեմատիկական կարողությունները: Իսկ ինչպե՞ս անել դա: Ընդունված է մաթեմատիկայի ամենատարրական ոլորտը համարել դպրոցական թվաբանությունը՝ թվերը և նրանց հետ կատարվող գործողու-թյունները: Պարզագույն գործողու-թյունը, որ կատարվում է թվերի հետ, հաշվումն է: Եթե ուզում ենք պարզել փոքրիկի մաթեմատիկա-կան ունակությունները, սկսում ենք նրա հաշվելու կարողության ստուգումից. ինչքան շատ է հաշվում փոքրիկը, այնքան մեծ գովեստի է արժանանում: Եթե այդպես մոտենանք խնդրին, ապա թութակը կարող է ցույց տալ նման հաշվարկի հրաշալի ունակություն: Իսկ արդյո՞ք դա էլ նշանակում է, որ թութակը գաղափար ունի թվաբանության մասին, թե՞ ուղղակի «թութակի պես» կրկնում է իրեն սովորեցրածը:

Այս հարցին պատասխանելու համար դեռևս տասնիններորդ դարի վերջերին գերմանացի հանրահայտ մաթեմատիկոս և փիլիսոփա Գոթլոբ Ֆրեգեն իր «Թվաբանության հիմունքները» գրքում ցույց տվեց, որ այստեղ կարևորը հասկանալն է թվի իմաստը, այն, թե ինչ է նշանակում թիվը: Եվ դա պարզելու համար նա առաջադրեց շատ պարզ հայտանիշ. պետք է կարողանալ պատասխանել «քանի՞սն է» հարցին, որի ճիշտ պատասխանն էլ ցույց կտա, որ պատասխանողը հասկանում է թվի անվան և հաշվվող առարկաների միջև եղած կապը: Դա էլ կնշանակի գաղափար ունենալ թվի մասին, հաշվել իմանալ:

Այսպիսով, կենդանիների մաթեմատիկական պարզագույն՝ հաշվելու ունակությունները ստուգելու համար պետք է պարզել, թե արդյո՞ք նրանք կարող են պատասխանել «քանի՞սն է» հարցին: Ահա նման փորձերից մեկը 1980թգ կատարեց ամերիկացի պրոֆեսոր Իրեն Պեպերբերգը: Նա Ալեքս անունով աֆրիկյան գորշ թութակին ցույց տվեց սկուտեղը, որի վրա կային տարբեր քանակությամբ և տարբեր գույների առարկաներ: Օրինակ, երբ կային հինգ քառակուսիներ կամ չորս կարմիր գույնի առարկաներ, «ի՞նչ պատկեր է հինգը» հարցին Ալեքսը տվեց «քառակուսի» պատասխանը, իսկ «ի՞նչ գույնի է չորսը» հարցերին տվեց դարձյալ ճիշտ՝ «կարմիր» պատասխանը:

Այս օրինակը եզակի չէ: Մաթեմատիկական ունակություններ են ցուցաբերում շատ կենդանիներ: Մեղուն, օրինակ, կարողանում է համեմատել առարկաների քանակը և հասկանում է զրոյի իմաստը: Ավստրալիայի գիտնականները դա պարզել են փորձի միջոցով: էկրանին հերթականությամբ ներկայացրել են քարտերի զույգեր, որոնցում պատկերված են երկուսից մինչև հինգ առարկաներ: Մեղուներին բաժանել են երկու խմբի, մեկին սովորեցրել են ընտրել ավելի շատ, մյուսին՝ ավելի քիչ առարկաներով քարտերը: Երբ քիչ առարկաներով քարտեր ընտրող խմբին ցույց տվեցին դատարկ քարտ և մեծ թվով առարկաներով քարտ, նրանք ընտրեցին դատարկը: Այստեղից գիտնականները հանգեցին այն եզրակացության, որ մեղուները հասկանում են զրոյի իմաստը: Միաժամանակ նրանք նշում են, որ մեղուները կարող են հաշվել միայն մինչև 5-ը:

Իրենց ինտելեկտով և, մասնավորապես, մաթեմատիկական իմտություններով աչքի են ընկնում Նոր Կալեդոնիայի ագռավները, ինչը բազմաթիվ ուսումնասիրությունների առարկա է դարձել: Դրանցից մեկում 2014 թվականին փորձարկվող ագռավը լուծեց ութ հաջորդական քայլերով լուծվող մի գլուխկոտրուկ: Գիտնականները նրան առաջարկել են փայտիկներով և քարերով տուփեր, և վերջին տուփից սնունդ ստանալու համար նա պետք է որոշակի հաջորդականությամբ ճիշտ կատարեր յոթ գործողություն, որից նա գլուխ հանեց երկուսուկես րոպեում: Լուծման բարդությունը կայանում էր նրանում, որ անհրաժեշտ գործիքը պետք է օգտագործվեր ոչ միայն ուղղակի վերջնական նպատակին հասնելու, այլև մեկ այլ գործիքի ձեռքբերման համար, որն օգնում էր հասնել վերջնական նպատակին:

Նոր Կալեդոնյայի ագռավների հաշվելու կարողությունը ստուգելու համար ագռավներին խնդրեցին դիպչել էկրանին՝ նրանում ցուցադրվող կետերի քանակի չափով: Նրանք ճիշտ են եղել 73%-ի դեպքում: Նշենք սակայն, որ Նոր Կալեդոնիայի ագռավների հաշվելու կարողությունը նույնպես չի անցնում 5-ը:

Նյու Յորքի Դյուկի համալսարանի հետազոտողները պարզել են, որ Մակակի կապիկները կարող են հասկանալ կոտորակների իմաստը: Սենսորային էկրանին, մակակաների դիմաց գծված էին մի կողմից սև շրջանակներ, իսկ մյուս կողմից՝ սպիտակ շեղանկյուններ: Երբ փորձարկվող կապիկները սեղմում են այն կողմը, որտեղ պատկերված են սև շրջանները, նրանք լսեում են զանգը և, որպես պարգև, ստանում են քաղցրավենիք: Իսկ եթե ??նրանք ընտրում էին սպիտակ շեղանկյունները, ապա լսում են բզզոց և ոչինչ չեն ստանում: Մի քանի փորձից հետո մակակաները ընտրում են միայն սև շրջանակները: Այնուհետև խնդիրը բարդացվեց: Էկրանի ձախ և աջ կողմերում հայտնվեցին երկու տիրույթներ, որոնցից յուրաքանչյուրում կային ինչպես սև շրջաններ, այնպես էլ սպիտակ շեղանկյուններ, ընդ որում, մեկում գերազանցում էին սև շրջանակները, մյուսում սպիտակ շեղանկյունները: Մակակաների խնդիրն էր քացրավենիք ստանալու համար ընտրել այն տիրույթը, որում սև շրջնների քանակը ավելի էր սպիտակ շեղանկյունների քանակից: Որոշ քանակով փորձերից հետո մակակաները կարողացան չորս փորձից երեքի դեպքում ճիշտ պատասխան ընտրել: Արդյո՞ք սա ցույց չի տալիս, որ մակակաները հասկացան կոտորակի իմաստը:

Ամերիկյան գիտնականները փորձեցին պարզել մակակաների ոչ բառային մաթեմատիկայի իմացությունը գումարման օրինակով: Փորձին մասնակցում էին երկու վարժեցրած մակականեր և քոլեջի 14 աշակերտներ: Փորձարկողները միաժամանակ համեմատում էին մակակաների և քոլեջի ուսանողների արդյունքները: Հայտնի է, որ կիրառական տիրույթում գումարումը նշանակում է միավորում: Ահա հետազոտողները էկրանին կես վայրկյան ցուցադրում են կետերի առաջին խումբը և կարճ ժամանակ անց՝ երկրորդ խումբը՝ դարձյալ կես վայրկյան: Դրանից հետո էկրանին երևում են կետերի երկու հավաքածուներ, որոնցից մեկում կետերի քանակը հավասար էր ցուցադրված երկու քանակությունների միավորման քանակին, իսկ մյուսը դրա հետ կապ չուներ: Փորձարկվողները պետք է ընտրեին դրանցից մեկը՝ պատասխանը տալով շատ արագ: Արդյունքում մարդիկ և մակակաները արձագանքեցին մոտավորապես նույն արագությամբ: Մարդիկ՝ 94 տոկոս, իսկ մակակաները՝ 76 տոկոս ճշգրտությամբ: Պատասխանների ճշգրտությունը երկու խմբում էլ պայմանավորված է եղել ներկայացվող հավաքածուներում կետերի քանակությունների տարբերությամբ, մեծ տարբերության դեպքում մեծացել է նաև պատասխանների ճշգրտությունը:

Կոլումբիայի համալսարանի գիտնականները եկել են այն եզրակացության, որ շիմպանզեները կարող են հաշվել մինչև հինգը: Շիմպանզեի մոտ դրեցին փայտիկներով լցված տուփը, և հաշվելու մեջ վարժված շիմպանզեն տուփից հանում է և փորձարարին տալիս այնքան փայտ, որքան նա խնդրում է: Երբ տուփի մեջ մնացել էր չորս փայտիկ, փորձարարը խնդրեց հինգը: Մի փոքր մտածելուց հետո շիմպանզեն փայտիկներից մեկը կիսեց և փորձարարին տվեց հինգ փայտիկ:

Մրջյունների հաշվելու ունակությունները ստուգելու նպատակով փորձարկողները մրջնանոցի մոտ տեղավորեցին կերի երեք կույտեր՝ քանակների նկատելի տարբերություններով: Նախ կերին մոտեցավ մի մրջյուն, շրջեց բոլոր երեք կույտերի մոտով, կարծես չափելով դրանց մեծությունները, հետո մտավ մրջնանոց: Քիչ անց մրջնանոցից դուրս եկան մրջյունների երեք խմբեր և հարձակվեցին կույտերի վրա: Զարմանալին այն էր, որ կույտերից յուրաքանչյուրի վրա հարձակված մրջյունների քանակությունը համապատասխանում էր կույտերի մեծությանը: Ստացվում է, որ հետախույզ մրջյունը կարողացել է ոչ միայն պատմել իր գտածի մասին, այլև ճշգրիտ հաշվարկներ կատարել մրջյունի պահանջվող աշխատանքային ուժի մասին:

3. Մեղուների մաթեմատիկական ընդունակությունները

Թագուհին իր գաղտնիքները մեղուների առջև բացել է ի սկզբանե՝ դեռևս այն ժամանակներում, երբ մարդկությունը չկար: Իսկ այդ գաղտնիքների հայտնաբերումը մարդիկ կարողացան անել միայն միլիոնավոր տարիներ զարգացման շրջան ապրելուց հետո, երբ արդեն լուրջ ծանոթություն ունեին Թագուհու հետ, և Թագուհու երևացող մասը՝ մաթեմատիկան ձևավորվել էր որպես գիտություն:

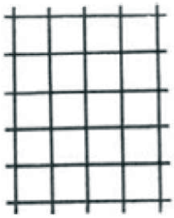
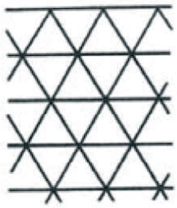
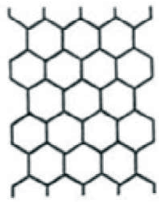
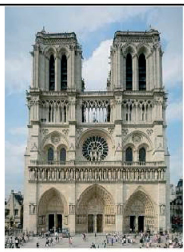
Իրենց ճարտարապետական կառույցը՝ մեղրահացը, որ ստեղծում են մեղուները մեղրը պահելու համար, զարմանալի ճշգրտությամբ բավարարում է Մարկոս Վիթրովիոսի՝ ճարտարապետական կառույցին ներկայացվող երեք սկզբունքներին՝ ամրությանը, օգտակարությանը և գեղեցկությանը:

Ինչպե՞ս են մեղուները պատրաստում մեղվահացը: Նախ նկատենք, որ մեղվահացում բոլոր մեղվաբջիջները հավասար հիմքերով և միևնույն բարձրությամբ կանոնավոր վեցանկյուն պրիզմաներ են, որոնց հիմքերը ընկած են միևնույն հարթության մեջ: Այդ պրիզմաները հենված են մեկը մյուսին, կանոնավոր շարքերի դասավորությամբ լցնում են մեղվահացի ամբողջ հարթությունը և ստեղծում ամուր և գեղեցիկ պատկեր:

Գոթական ճարտարապետության երկու հիասքանչ կառույցների՝ Փարիզի Նոտր Դամի և Միլանի գոթական տաճարի հիմքում նույնպես ընկած են կանոնավոր բազմանկյունները. առաջինում՝ քառակուսին, երկրորդում՝ կանոնավոր եռանկյունը: Մեղուն իր ճարտարապետական կառույցի հիմքում դրել է կանոնավոր վեցանկյունը: Ինչու՞: Կամ այս երեք կառույցներից որի՞ն տալ նախապատվություն:

Նախ պետք է հասկանալ, որ մեղվահացի ամբողջ հարթությունը լցնելու և նրանում բաց տեղեր չթողնելու համար մեղուներն ունեին ընտրության երեք հնարավորություն՝ կանոնավոր եռանկյուն, քառակուսի կամ կանոնավոր վեցանկյուն: Այս մաթեմատիկական հաշվարկը հետևում է նրանից, որ լրիվ անկյունը (360 աստիճան) կարելի է բաժանել միայն երեք, չորս և վեց հավասար մասերի, որպեսզի ստանանք որևէ կանոնավոր բազմանկյան անկյուն:

Այժմ կարող ենք հետևել Մարկոս Վիթրուվիոսի սկզբունքներին: Նախ ելնենք գեղեցիկի սկզբունքից և համեմատենք մեզ հետաքրքրող երեք կառույցները՝

		
		
Նոտր Դամ, Փարիզ	Գոթական տաճար, Միլան	Մեղրահաց

Փարիզի Աստվածամոր տաճարը, Միլանի Գոթական եկեղեցին և մեղուների ստեղծագործությունը՝ մեղվահացը:

Ո՞րն է սրանցից գեղեցիկ: Անշուշտ, դժվար է մեղուների ստեղծագործության համար մրցել գոթական ընտրանու հետ: Սակայն երբ դիտարկում ենք դրանց հիմքում ընկած մաթեմատիկական կառույցները, որ պատկերված են նկարախմբի վերևի գծագրերում, ապա ուշադիր հայացքի համար շարքային մեղուների ընդունածը կարծեք թե չի զիջում, միգուցե և գերազանցու՞մ է մարդկային հանճարների կողմից ընդունված սխեմաներին:

Եթե այդ կառույցները համեմատենք ամրության տեսանկյունից, ապա կանոնավոր վեցանկյունը ամենաամուրն է: Վեցանկյուն բջիջների կաղապարն այնքան ամուր է, որ նրա պատերի կառուցման վրա ծախսվող մոմի քանակությունը հասցվում է նվազագույնի:

Իսկ եթե դիմենք օգտակարությանը, ապա այստեղ արդեն մեղուների հանճարը գերազանցում է մարդկայինին: Նախ նկատենք, որ մեղուները մեղվաբջջի պատերը պատրաստում են մեղրամոմից, որի պատրաստումը շատ աշխատատար է և պահանջում է մեղրի մեծ քանակություն: Հազարավոր մեղուներ տասնայակ հազարավոր կլիոմետրեր ճանապարհ են անցնում, հազարավոր ժամեր են ծախսում, որպեսզի գտնեն նեկտարը, նրանից մոմ պատրաստեն և դրանով էլ կառուցեն մեղվաբջիջները: Այդ պատճառով մեղուները աշխատում են տնտեսել իրենց կառույցում օգտագործվող մոմը:

Ոչ բարդ մաթեմատիկական հաշվարկը ցույց է տալիս, որ միևնույն մակերեսն ունենալու դեպքում քառակուսին և կանոնավոր եռանկյունը ավելի մեծ պարագիծ կունենան, քան կանոնավոր վեցանկյունը:

Նշված պատկերներից ամենափոքր պարագիծն ունի կանոնավոր վեցանկյունը: Կանոնավոր վեցանկյուն պրիզման էլ, նույն բարձրությունն ու ծավալն ունենանով կանոնավոր եռանկյուն և քառանկյուն պրիզմաների հետ, պատերի ավելի փոքր մակերես կունենա:

Այս ճանապարհով մեղուները մեղվաբջջի պատերի կառուցման համար տնտեսում են մոմի մեծ քանակություն՝ մոտ 2 տոկոս: Այսպիսով, մեղուների ընտրած ճանապարհը կամ կառույցը ավելի օգտակար է, քան եթե նրանք ընտրեին կանոնավոր եռանկյուն կամ քառանկյուն պրիզմաներ: Այսինքն, մեղուների ճաշտարապետական կառույցը համապատասխանում է նաև Վիթրուվիոսի բերած օգտակարության սկզբունքին:

Սակայն սկսած 17-րդ դարից՝ որոշ գիտնականներ, այդ թվում՝ 19-րդ դարի անգլիացի մեծ բնագետ Չարլզ Դարվինը կարծիք հայտնեցին, թե մեղուները իրականում իրենց մեղվաբջիջները սկզբում կառուցում են ուղիղ շրջանային գլանի տեսքով (կարելի է կարծել, որ գլանի ուղղածիգ հատույթի շրջանագծի վերջնական տեսքի կատարյալությունը մեղուները ապահովում են դրանց մեջ իրենց մարմինը ընկղմելու միջոցով), և միայն հետագայում են դրանք ընդունում կանոնավոր վեցանկյան տեսք՝ իրար հարևան երեք բջիջների մոմերի ծգողականության շնորհիվ: Եվ ահա 2004-ին Մեծ Բրիտանիայում փորձով հաստատեցին այդ վարկածը, ինչը, սակայն, ոչ մի կերպ ստվեր չի գցում մեղուների երկրաչափական և ճարտարապետական գիտելիքների և անուրանալի շնորհքի վրա:

Մեղուների մաթեմատիկական ընդունակությունների հաջորդ, միգուցե ավելի ուշագրավ և զարմանալի ոլորտը բացահայտել է Ավստրիացի կենդանաբան Կարլ ֆոն Ֆրիշը: Նա ցույց է տվել, որ մեղուները կարող են իրար հետ խոսել, ինչի համար էլ 1972-ին նա արժանացել է Նոբելյան մրցանակի:

Մեղուների խոսքը մաթեմատիկական խոսք է: Այսինքն՝ մեղուները իրար հետ խոսում են իրենց սննդի աղբյուրի՝ նեկտար պարունակող ծաղիկների մասին՝ հայտնելով մաթեմատիկական տեղեկություններ դրանց գտնվելու վայրի մասին: Այդ տեղեկությունները հստակ են և ապահովում են գտնելու ենթակա ծաղիկների գտնվելու վայրի անսխալ հայտնաբերումը: Դրա համար տեղեկություն բերող մեղուն հայտնում է այդ վայրի ուղղությունը և հեռավորությունը: Եթե քամի կա, ապա տեղեկության մեջ հաշվի է առնվում նաև դրա ուժգնությունը և ուղղությունը:

Իսկ ի՞նչ լեզվով են խոսում մեղուները: Համացանցում կարելի է գտնել Կարլ Ֆրիշի «Մեղուների լեզվի վերծանումը» թեմայով Նոբելյան անչափ հետաքրքիր դասախոսությունը, որտեղ և նա նկարագրում է մեղուների լեզուն և այն հայտնաբերելու իր փորձնական հետազոտությունների ընթացքը: Չափազանց հետաքրքիր է նաև նույն հեղինակի «Մեղուների կյանքից» գիրքը, որ հրատարակվել է 1927-ին Գերմանիայում և թարգմանվել բազմաթիվ լեզուներով: Պարզվում է, որ մեղուների լեզուն պարն է: Պարի ուղղությունը և ուժգնությունը այդ լեզվի տարրերն են, որոնցով և մեղուն կառուցում է իր խոսքը, որ ցույց է տալիս ինչպես նպատակի հեռավորությունը, այնպես էլ ուղղությունը:

Թեմա 6.2. ԹՎԵՐԻ ԽՈՐՀՈՒՐԴԸ

1. Թվերը և մարդու ճակատագիրը

Հինավուրց ժամանակներից սկսած թվերը կարևոր դեր են խաղացել մարդու կյանքում: Հնում մարդիկ նրանց վերագրում էին նաև հատուկ, գերբնական հատկություններ, որոշ թվեր խոստանում էին երջանկություն և հաջողություն, մյուսները կարող էին ճակատագրի հարված հասցնել:

Բայց արդյո՞ք թվերը կարող են որոշել մարդու բախտը: Թվում է, թե թվերը կապ չունեն մարդու բախտի հետ: Բայց մարդու բնույթը այնպիսին է, որ միևնույն երևույթը մի քանի անգամ կրկնվելու դեպքում նրա մոտ գործում է ինդուկցիոն մտահանգման մեխանիզմը: Նույնը` թվերի պարագայում: Դարերի ընթացքում նման փորձերի արդյունքում ձևավորվել են որոշակի մոտեցումներ տարբեր թվերի վերաբերյալ, որոնց այս կամ այն կերպ երևան գալը համարվում է հաջողության կամ անհաջողության նշան: Այս երևույթը պայմանավորված է նաև քաղաքակրթություններով և ժողովուրդներով, այսինքն, տարբեր ժողովրդների մոտ հաջողություն կամ անհաջողություն բերող թվերը կարող են տարբեր լինել: Նույնը վերաբերում է քաղաքակրթություններին:

Թվերի կախարդական կամ մոգական հատկությունների մասին հիշատակումները գնում են դարերի խորքեր: Հնադարի երկրների` եգիպտական, ասորական, չինական ու հնդկական իմաստունները լայնորեն օգտագործել են թվերի մոգական հատկությունները: Անտիկ Հունաստանի մեծագույն մաթեմատիկոս և իմաստասեր Պյութագորասը և պյութագորասականները գտնում էին, որ թվերն են կառավարում աշխարհը, ստեղծում են ներդաշնակություն. ճանաչելի են դարձնում թաքնվածը, գերիշխում են տիեզերքի և մարդկանց գործերի, երաժշտության և արհեստների վրա և արգելում են սուտը: Պյութագորասը կենտ թվերը համարում է տղամարդկային, իսկ զույգ թվերը` կանացիգ երկուսի վրա չբաժանվելը նա համարում է տղամարդու ուժի, իսկ բաժանվելը` կանացի թուլության և խոնարհության նշան: Միջնադարյան քրիստոնեական եկեղեցին նույնպես կենտ թվերը համարում է ավելի ուժեղ, առաքինի, արդար և հաջողություն բերողգ մեկը Ադամն է, իսկ երկուսը` Եվան, որ մեղք է գործում:

2. Թվերի իմաստը փարբեր ուսմունքներում եվ կրոնական ուսմունքներում

0 – զրո: Զրոն խորհրդանշում է մահվան բացակայությունը, բացարձակ կյանքը:

1 – մեկ: Մեկը իմաստության խորհրդանիշը, սկիզբ, նախապատճառ, էություն, վերելք, տղամարդկային սկիզբ, բոլոր թվերի և կյանքի սկիզբ:

2 – երկուս: Երկուսը խորհրդանշում է երկակիություն, տղամարդկային և կանացի սկիզբների միասնություն:

Բուդիզմում - երկակիություն՝ տղամարդկայինը և կանացին, իմաստությունը և մեթոդը, կույրը և կաղը, որ միավորվում են ճանապարհը տեսնելու և անցնելու համար:

Չինաստանում - կանացի, երկրային, անբարենպաստ սկիզբ:

Քրիստոնեությունում – Քրիստոսի երկակի՝ աստվածային և մարդկային բնույթը:

Հրեական ավանդույթներում – կյանքի ուժ:

3 – երեք: Երեքը տարածության երեք չափումների թիվն է:

Երեքը ժողովրդական ավանդույթներում և կրոնական ուսմունքներում ամենաշատ հիշվող թիվն է: Հիշենք, օրինակ, թագավորի երեք որդիների, նրանց երեք առաջադրանքների, դևի երեք գլուխների և տարբեր ժողովուրդների հեքիաթներում երեքի հետ կապված այլ հիշատակումների մասին:

Քրիստոնեության համար երեքը սրբազան թիվ է, քանի որ այն կապված է սուրբ երրորդության հետ՝ Հայր, Որդի և Սուրբ Հոգի: Երեքը երկնային թիվ է, որը խորհրդանշում է հոգին: Երեքը նաև քրիստոնեական առաքինությունների՝ հույսի, հավատի և սիրո թիվն է:

Ճապոնիայում – երեք գանձեր՝ ճշմարտություն, քաջություն և կարեկցանք:

Չինաստանում – երեք հորիզոնական գծեր, որոնցից վերևինը խորհրդանշում է երկինքը, ներքևինը՝ երկիրը, մեջտեղինը՝ մարդը, որ երկնքի անունից կառավարում է երկիրը:

4 – չորսը: Բնութագրում է աշխարհի չորս կողմերը:

Պյութագորականության համար չորսը նշանակում է կատարելություն, ներդաշնակ համեմատություն, արդարություն, երկիր: Չորսը պյութագորականների երդման թիվն է:

Չինաստանում չորսը երկրի թիվն է, որը ներկայացված է քառակուսիով:

Հին Հունաստանում չորսը պատկերում է «արմատական» առաքինությունները՝ իմաստություն, քաջություն, արդարություն, չափավորություն:

5 – հինգ: Հինգը ամուսնության թիվն է, քանի որ զույգ /կին/ և կենտ /տղամարդ/ թվերի գումարն է՝ 5=2+3:

Պյութագորականների մոտ ոսկե հատման խորհրդանիշն է, ինչն արտահայտվում է հնգաթևն աստղի միջոցով: Վերջինս էլ, իր հերթին, պյութագորականների խորհրդանիշն է:

Հունահռոմեական ավանդույթի մեջ հինգը ամուսնության, սիրո, միասնության թիվն է. Վեներայի թիվը: Ապոլոնը, որպես լույսի աստված, ունի հինգ հատկություն. ամենակարող է, ամենագետ, ամենուր, հավերժ, միասնական:

Քրիստոնեության մեջ հնգյակը խորհրդանշում է մարդուն անկումից հետո - հինգ զգայարան, խաչ կազմող հինգ կետ:

6 – վեց: Վեցը նշանակում է հավասարակշռությունը, ներդաշնակությունը:

Պյութագորականների մոտ այն կատարյալ թիվ է՝ հավասար է իր սեփական բաժանարարների գումարին: Այն նաև իր սեփական արտադրիչների արտադրյալին է հավասար: Ուրիշ թիվ չկա, որն օժտված լինի այդ երկու հատկություններով:

7 – յոթ: Յոթը համարվում է աստվածային, կախարդական և հաջողության թիվ:

Հնուց ի վեր յոթ թիվը օժտված է եղել մոգական հատկություններով, քանի որ նրանում մարդիկ տեսնում էին աշխարհում առկա բազմաթիվ երևույթների արտացոլումներ:

Բաբելոնացիները երկնքում տեսնում էին յոթ շարժվող մոլորակ՝ Արեգակը, Լուսինը, Մարսը, Մերկուրին, Յուպիտերը, Վեներան և Սատուրնը, որոնք նրանց կարծիքով պտտվում էին Երկրի շուրջը: Բաբելոնացիները հավատացած էին, որ այդ մոլորակներում բնակություն հաստատած յոթ աստվածները տնօրինում են մարդկանց և ժողովրդների ճակատագրերը: Յոթօրյա շաբաթվա ծագումը կապված է այդ երկնային մարմինների քանակի հետ:

Հին Հունաստանում յոթ թիվը կոչվում էր Ապոլլոնի թիվ:

Հին Հռոմը նույնպես աստվածացնում էր յոթ թիվը: Հռոմը, օրինակ, կառուցված է յոթ բլուրների վրա:

Հուդայականությունը, քրիստոնեությունը և իսլամը ճանաչում են տիեզերքի ստեղծման յոթ քայլի գործողությունը:

Յոթ թիվը շատ է հիշվում քրիստոնեական սուրբ գրքերում: Աստված 6 օրերի ընթացքում է ստեղծել երկիրը, երկինքը, ավարտել իր արարչագործությունը և «Աստված օրհնեց յոթերորդ օրը, որովհետև այդ օրը հանգստացավ իր այն բոլոր գործերից, որ սկսել էր արդեն»:

8 - ութ: Պյութագորացիների համար ութը նշանակում է եռաչափություն և կայունություն:

Շումերական ավանդույթներում ութը Երկնքի կախարդական թիվն է:

Չինացիների համար ութը նշանակում է ամբողջը, դրսևորված բոլոր հնարավորությունները, հաջողությունը:

Քրիստոնեության մեջ ութը խորհրդանշում է վերականգնում և վերածնունդ:

Հինդուսների համար աշխարհի ութ շրջան կա, ութ արև, օրվա մասեր, չակրաներ:

Իսլամում աշխարհը կառավարող գահին աջակցում են ութ հրեշտակներ:

Ըստ ճապոնական ավանդույթի երկնքում կա ութ աստված:

9 – ինը: Ինը նշանակում է ամենազորություն և ներկայացնում է եռակի եռյակ՝ 3x3:

Պյութագորասի համար ինը բոլոր թվանշանների սահմանն է: Այն երկնային է, հրեշտակային, դրախտ է երկրի վրա:

Հունահռոմեական ավանդույթում կա ինը աստված, իսկ ավելի ուշ՝ նաև ինը մուսա:

Ինը հազվադեպ է հայտնվում քրիստոնեական սիմվոլիզմում:

Չինացիների համար 3x3-ը ամենաբարենպաստն է բոլոր թվերից, ինչը նշանակում է նաև ութ ուղղություններ գումարած կենտրոնը որպես իններորդ կետ:

Հրեաների համար ինը ճշմարտությունն է:

10 – տասը: Տասը տիեզերքի թիվն է, այն պարունակում է բոլոր թվանշանները: Նշանակում է օրենք, կարգ, ուժ, խորհրդանշում է աստվածայինը:

Հունական ավանդույթներում տասը ճանապարհորդություններն ավարտելու և ելակետ վերադառնալու թիվն է: Ոդիսեւսը ճանապարհորդեց ինը տարի և վերադարձավ տասներորդ տարում: Տրոյան ինը տարի պաշարված էր և ընկավ տասներորդ տարում:

Պյութագորասի համար տասը շարքի նորոգումն է, կատարելությունը:

Հռոմում այս թիվը պատկերվում էր X նշանով, ինչը նշանակում էր կատարյալ պատկեր, ամբողջականություն:

Չինացիները տասը պատկերում են խաչի տեսքով, որի կենտրոնը խորհրդանշում է մարդու եսը:

Քրիստոնյաներն ունեն տասը պատվիրան:

Իսլամում կարևոր դեր է խաղացել տասանորդականը՝ հողերի սեփականության հարկը, որը պետք է ուղղվի մահմեդականների ընդհանուր կարիքներին:

11 – տասնմեկ: Քանի որ տասը կատարյալ թիվ է և օրենք, ուրեմն տասնմեկը խորհրդանշում է այդ երկուսից էլ այն կողմ անցնելը և նշանակում է մեղք, օրենքի խախտում, վտանգ:

12 – տասներկու: Տասներկուսը խորհրդանշում է տիեզերական կարգը, կենդանակերպի և տարվա ամիսների քանակն է, գիշերվա և ցերեկվա տևողությունը:

Եգիպտացիների համար դժոխքը 12 դարպաս ունի, որոնցում Ռան անցկացնում է գիշերային ժամերը:

Հույները գտնում էին, որ Օլիմպոսում կա 12 աստված ու աստվածուհի և 12 տիտան:

Հրեական ավանդույթի համաձայն՝ Կյանքի ծառի 12 պտուղ, Երկնային քաղաքի 12 դարպասներ:Քրիստոնյաների 12 առաքյալները:

Իսլամում 12 իմամներ ղեկավարում են օրվա տասներկու ժամերը:

13 – տասներեք: Այս թվի նկատմամբ վերաբերմունքը միշտ էլ առանձնահատուկ է եղել. Այն համարվել է կամ անհաջողակ, կամ, ընդհակառակը, հաջողություն բերող:

Քրիստոնեության համար տասներեք թիվը համարվում է անհաջողություն բերող, քանի որ դա Հուդայի թիվն է վերջին ընթրիքում:

Ացտեկները հավատում էին, որ «13» թիվը ինչ-որ կերպ կապված է դրախտի հետ:

Հնում չինացիները բազմաթիվ տաճարներում զոհեր էին անում յուրաքանչյուր տարվա առաջին և հինգերորդ ամիսների 13-ին:

40 – քառասուն: Քառասունը նշանակում է փորձ, փորձություն, նվիրում, մահ:

Հռոմեացիները քառասուն օրվա կարանտին էին սահմանել այնտեղ ժամանող նավերի համար, և «կարանտին» բառն էլ ածանցվել է «քառասուն» բառից:

Քրիստոնեության մեջ Զատիկից մինչ Համբարձում քառասուն օր է: Քրիստոնեական որոշ ժողովրդների, այդ թվում՝ հայերի մոտ պահպանվում է Քառասունքի խորհուրդը, ինչը հիմնականում սգո շրջան է հանգուցյալի հարազատների համար: Քառասուներորդ օրը հոգին կանգնում է Աստծո դատաստանի առջև:

Ըստ հին Կտակարանի Մովսեսը քառասուն օր անցկացրեց Սինայում, քառասուն օր անընդհատ հորդում էր անձրևը Ջրհեղեղից առաջ, հրեաները քառասուն տարի թափառում էին անապատում:

Եգիպտոսում, Օսիրիսը բացակայում էր մահվանից քառասուն օր անց, սա ծոմ պահելու ժամանակահատվածն է:

Իսլամում քառասունը փոփոխությունների և մահվան, բայց նաև հաշտեցման և սկզբունքին վերադառնալու թիվն է: Մուհամեդի կրոնական գործունեությունը սկսվեց քառասուն տարեկան հասակում:

60 – վաթսուն: Վաթսունը ժամանակի թիվը - 60 րոպե, 60 վայրկյան:

Եգիպտոսում 60-ը խորհրդանշում էր երկարակեցությունը:

Միջագետքում 60-ը հաշվարկման թվային համակարգի հիմքն է:

666 – վեց հարյուր վաթսունվեց: Քրիստոնեության մեջ՝ «գազանի», նեռի, սատանի թիվն է սա:

3. «Երջանիկ» և «դժբախտ» թվերը ըստ ժողովրդական ավանդույթների

Թվում է, թե թվերը ոչ մի կերպ չեն կարող ազդել իր ուժերին հավատացող մարդու ճակատագրի, բնավորության և գործունեության վրա: Բայց սնահավատ մարդու մոտ դրանք առաջացնում են լրացուցիչ հույզեր, որոնք մի դեպքում, երբ դրանք «երջանիկ» թվեր են, բերում են ինչ-որ ուրախության, էներգիա և ուժ են հաղորդում, վստահություն ներշնչում նպատակին հասնելու հարցում: Իսկ մյուս դեպքում, երբ դրանք «դժբախտ» թվեր են, ճնշում են մարդու կամքը, առաջացնում անապահովության և վախի զգացում, կյանքի դժվարություններին դիմակայելու անզորություն:

Նախ կանգ առնենք հաջողություն բերող կամ «երջանիկ» թվերի վրա:

3 – երեք: Երեքը շատ ժողովրդների մոտ հաջողության թիվ է համարվում:

7 – յոթ: Յոթը երջանկության թիվն է, այն կախարդական ու սուրբ համարը, որ մարմնավորում է իմաստություն, սրբություն և գաղտնի գիտելիքներ: Յոթին հատուկ են անհատականության այնպիսի գծեր, ինչպիսիք են աշխատասիրությունը, վերլուծական մտածողությունը, ուժեղ ինտուիցիան, վառ երևակայությունը: 7-ը մարդու զարգացման նկատմամբ բնության հետաքրքրության նշան է: Այս թվով ծնվում և կրթվում են կոմպոզիտորներ և երաժիշտներ, գրողներ և բանաստեղծներ, փիլիսոփաներ, մտածողներ և ճգնավորներ: Նրանց ոգեշնչումը պահանջում է մենություն և մենություն: Սա է նրանց կարիքը և նրանց տարրը: 7 համարով նրանք դառնում են վառ անհատականություններ, համաշխարհային ճանաչում ունեցող մարդիկ: 7-ի տերերը տաղանդավոր, հուզական և հետաքրքրասեր են, ունեն հումորի լավ զգացում:

8 – ութ: Չինարենում 8-ը համարվում է հաջողություն բերրող թիվ. նրա անվանումը շատ մոտ է բարգավաճմանը: Եթե 8-ի համարի դիմաց 2-ն է, չինացիները վստահ են, որ բախտավոր լինելու հնարավորությունը կրկնապատկվում է:

Ներկայացնենք նաև «դժբախտ» թվերը:

4 – չորս: Չինարենում չորս թվի համար բառի արտասանությունը նման է մահվան բառի արտասանությանը: Հավանաբար այդ պատճառով Չինաստանում 4 թիվը համարվում է դժբախտության պատճառ: Այստեղ շատ շենքեր չորրորդ հարկ չունեն:

9 – իննը: Իսկ ահա ճապոներենում վատ արտասանություն ունի 9-ը. այն հնչում է ճապոներենի խոշտանգում կամ տառապանք բառերի նմանությամբ, ինչի պատճառով վախ է ներշնչում շատերին:

11 – տասնմեկ: Սնոտիապաշտներից ոմանք դժբախտ են համարում 11-ը, այն առնչելով 2001-ի սեպտեմբերի 11-ին Նյու-Յորքում կատարված ողբերգական իրադարձության հետ: Համաշխարհային առևտրի կենտրոնի թիրախավորված երկու երկնաքերերը միասին կազմում էին 11: Մխրճվող ինքնաթիռներից առաջինի չվերթային համարը 11 էր, ինքնաթիռները մխրճվեցին երկնաքերերի մեջ ժամը 11.09-ին, իսկ 11.09=1+1+0+9=11:

2004 թվականի մարտի 11-ին, Իսպանիայում խորհրդարանական ընտրություններից երեք օր առաջ, Մադրիդում իրականացվեցին ահաբեկչություններ: Մերձքաղաքային չորս էլեկտրագնացքների պայթյունների հետևանքով զոհվեց՝ 191, վիրավորվեց՝ 2050 մարդ:

2011 թվականի մարտի 11-ին հսկա ցունամիի հետևանքով 9,0 բալ ուժգնությամբ երկրաշարժ տեղի ունեցավ Ճապոնիայի հյուսիս-արևելքում: Վթարի ենթարկվեց «Ֆուկուսիմա -1» ատոմակայանը, զոհվածների և անհայտ կորածների թիվը գերազանցեց 20 հազարը: Սպանվածների շուրջ 93%-ը հսկա ալիքի զոհ է դարձել, որի բարձրությունը հասել է մոտ 40 մետրի: Երկրաշարժի հասցրած վնասը Ճապոնիայի տնտեսությանը, տրանսպորտին և ենթակառուցվածքներին, չհաշված «Ֆուկուսիմա -1» ատոմակայանում վթարի հետ կապված ծախսերը, կազմել է մոտ 215 միլիարդ դոլար:

13 – տասներեք: Չկա մի այլ թիվ, որը ներշնչում է անախորժություն կանխատեսող նշանների ու սնահավատությունների այդքան մեծ քանակ, ինչքան 13-ը, որ կոչվում է նաև Սատանայի տասնյակ: Այն ոչ միայն դժբախտություն է բերում, այլև վախ է ներշնչում: 13-ի նկատմամբ բացասական վերաբերմունքը սկիզբ է առնում Պյութագորասից, ով գտնում էր, որ որպես երկնիշ պարզ թիվ, 13-ը բացասաբար է անդրադառնում մարդկանց վրա:

Քրիստոնեական աշխարհում մեծացավ 13-ի նկատմամբ անվստահությունը, ինչը կապված էր վերջին կամ «Խորհրդավոր ընթրիքի» 13 մասնակիցների և դրանցից մեկի՝ Հուդայի 13-րդ տեղում նստելու և նրա կողմից Քրիստոսի մատնության հետ: Միջնադարյան Եվրոպայում հավատում էին, որ եթե 13 մարդ հավաքվում էր սեղանի շուրջ խնջույքի, ապա խնճույքից հեռացած առաջին մարդը շուտով կմահանա: Շատ երկրների շենքերում բացակայում է 13 հարկը, հյուրանոցներում՝ 13 համարը, հիվանդանոցները՝ 13 բաժանմունք, դահլիճներում՝ 13-րդ համարը... Մարդիկ կարծում են, որ յուրաքանչյուր ամսվա 13-ին մեծանում է փորձանքի մեջ ընկնելու հավանականությունը: Մարդկանց մոտ 13-ի նկատմամբ սնոտիապաշտական զգացումները ուժեղացնում են ամերիկյան “Ապոլոն 13” տիեզերանավի պատմությունը: Նրա թռիչքը մեկնարկել է ժամը 13-ն անց 13 րոպե:

17 – տասնյոթ: Որոշ իտալացիներ սնահավատ են 17-ի նկատմամբ, քանի որ նրա հռոմեական գրառման՝ XVII-ի նիշերի որոշ վերադասավորելով կարող է ստեղծվել լատիներեն VIXI բառը, որը նշանակում է «իմ կյանքն ավարտված է»: Որոշ երազահաններում 17 թիվը մեկնաբանվում է որպես անհաջողության նշան: Այդ պատճառով իտալական բազմաթիվ հյուրանոցներում բացակայում է 17 համարի սենյակը: 17-ը, որպես երկնիշ պարզ թիվ, բացասաբար է անդրադառնում մարդկանց վրա՝ նաև համաձայն Պյութագորասի:

23 – քսաներեք: Հաճախ «Սատանայի թիվ» է համարվում 23-ը, որ կապված է մի շարք չարագուշակ պատմությունների հետ: Այսպես, Հուլիոս Կեսարը մահից առաջ դաշյունի 23 հարված է ստացել: Հռոմը ընկավ 467-ի օգոստոսի 23-ին: 1556 թվականի հունվարի 23-ին Չինաստանի Շենսի նահանգում գերհզոր երկրաշարժի արդյունքում զոհվեց 830000 մարդ: 1985-ի հունիսի 23-ին Մոնրեալ (Կանադա) - Լոնդոն - Դելի ուղիով Boeing 747 ինքնաթիռը վթարի ենթարկվեց Ատլանտյան օվկիանոսում՝ Իռլանդիայի ափերի մոտ: Աղետի պատճառը հինդիկ ծայրահեղականի կողմից ուղեբեռում տեղադրված ռումբի պայթյունն էր: Վթարի արդյունքում զոհվեց ինքնաթիռում գտնվող 329 մարդ:

26 – քսանվեց: Այս թիվը անհաջող է համարվում Հնդկաստանում, ինչը ունի բազմաթիվ պատճառներ: Այսպես, 2001-ի հունվարի 26-ին հզոր երկրաշարժից մահացան մոտ 20000 հնդկացիներ, իսկ երեք տարի անց դեկտեմբերի 26-ին ցունամին խլեց այդ երկրի 230000 քաղաքացիների կյանք: 2008-ի նոյեմբերի 26-ին Մումբաի քաղաքում կատարվեցին ահաբեկչական գործողություններ և այլն:

666. Այս թիվը հիշատակվում է Աստվածաշնչի ինչպես Հին, այնպես էլ Նոր կտակարաններում: Հենց Նոր կտակարանի վերջին՝ Հայտնության գրքում էլ Հովհաննես Առաքյալը 666-ը նշում է որպես «գազանի թիվ»: Այս «գազանը» հաճախ մեկնաբանվում է որպես նեռ՝ հակաքրիստոս, որպես սատանա. այն համարվում է սատանայի նշան: Ի տարբերություն քրիստոնեական մշակույթի, արևելյան ավանդույթներում 666-ը հաճախ համարվում է «բախտավոր» թիվ:

Թեև 666-ը դժբախտ թիվ է համարվում, սակայն այն ունի մաթեմատիկական բազում հրաշալի հատկություններ: Ահա դրանցից մի քանիսը:

1) Եթե հռոմեական բոլոր թվանշանները գրառենք նվազման կարգով, ապա կստանանք 666. D + C + L + X + V + I = 500 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 = 666:

2) 1-ից մինչև 36 բնական թվերի գումարը հավասար է 666: Քանի որ ռուլետկան ունի 37 սեկտոր, որոնք համարակալված են 0-ից մինչև 36 ամբողջ թվերով, ապա ռուլետկայի բոլոր թվերի գումարը 666 է:

3) 666-ը առաջին յոթ պարզ թվերի քառակուսիների գումարն է՝

$2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 11^2 + 13^2 + 17^2 = 666$

4. Համարաբանություն

Համարաբանությունը հավատք է թվերի ու անձի ապագայի և բնավորության առեղծվածային կապերի նկատմամբ: Այդ կապերը իրագործվում են բառերի, անունների և գաղափարների մեջ տառերի թվային արժեքների ուսումնասիրության միջոցով և հաճախ ներառում են արտասովոր երևույթներ, աստղագուշակություն և այլ գուշակություններ: Համարաբանական գուշակու-թյունները լայն տարածում ունեին անցյալի մաթեմատիկոսների շրջանում՝ սկսած Պյութագորասից, սակայն ներկայումս դրանք մաթեմատի-կական իմացության հետ չեն շաղկապվում: Կատարված փորձերը նույնպես չեն հաստատում դրանց հավաստիությունը:

Համարաբանության մեջ մարդու հետ ինչ-որ կերպ առնչող բնական թվերը բաժանվում են 9-ի: Ստացված 0-ից (0-ն նույնացվում է 9-ի հետ) մինչև 8-ը մնացորդները ցույց են տալիս այդ մարդու ապագան, բախտը, բնավորությունը: Իսկ մարդու հետ կապված թվերը ստացվում են նրա ծննդյան օրվա, ամսվա, տարեթվի, դրանցից որոշների գումարման կամ այլ եղանակներով:

Օրինակ, եթե մեկը ծնվել է 2002 թվի մայիսի 31-ին, ապա նրա թիվը կորոշվի այսպես՝ 31+5+2002=2038: 2038-ը 9-ի բաժանելիս տալիս է 4 մնացորդ: Այդ չորսը կարելի էր ստանալ նաև գումարելով վերևի հավասարության աջ կամ ձախ մասում եղած թվերի բոլոր նիշերըգ կստանայինք 13: Գումարելով ստացված այդ 13 թվի նիշերը նույնպես, կստանանք 4: Այսպիսով, այդ մարդու թիվը 4-ն է:

Առանձին, հետևյալ աղյուսակով տրվում են նաև 1-ից 9-ը թվերից յուրա-քանչյուրի համար ապագան, բախտը, ճակատագիրը, բնավորության գծերը:

Ճակատագրի թիվը

Թիվ ը	Կերպարը	Կարգախոսը	Առաքելությունը	Խնդիրը կյանքում
1.	առաջնորդ, ռահվիրա, նվաճող:	ո՞վ, եթե ոչ ես	առաջնորդել մարդկանց՝ ստեղծելով նորը	նախաձեռնել, զարգացնել կամքի ուժը, պատասխանատու լինել
2.	խորհրդական, օգնական, խաղաղարար	հաղորդակցվել, հաստատել կապ	աննկատ խորհուրդներ տալ, օգնել բոլորին	Համագործակցության ձգտում, լինել թիմային խաղացող
3.	բախտավոր, ճակատագրի սիրելիս, խանդավառվող	ժպտացեք պարոնայք	ստեղծագործության միջոցով աշխարհին փոխանցեք ձեր դրական էներգիան, հույզերն ու մտքերը	զարգացրեք լավատեսությունն ու խանդավառությունը ՝ ձեր շուրջը ուրախություն տարածելով
4.	աշխատող, գործունյա, աջակից	միշտ արժե ջանք թափել:	ստեղծել օգտակարը հասարակության համար:	աշխատել և գործնական լինել՝ պահպանելով կարգը և հուսալիությունը
5.	ճանապարհորդ ազատասեր, արկածախնդիր	Համարձակու- թյունը բարեբեր գործ է	բարություն և դրական հույզեր բերել մարդկանց	օգտվեք ազատությունից և հետևեք ձեր հետաքրքրասիրու-թյանը
6.	դաստիարակ	հանուն ընտանիքի պատրաստ եմ ամեն ինչի, հանուն բարեկամու-թյան՝ շատ բանի	սերնդի շարունակությունը և ընտանիքը երջանկության ճանապարհին են	աջակցել ընտանիքին և սիրել մերձավորներին
7.	հետազոտող, ճշմարտություն որոնող	իմանալ անիմանալին	հոգևոր որոնում և հետազոտություն	խորը փորփրել բոլոր հարցերը և ձգտել գերազանցության և իմաստության
8.	վաճառական, ձեռնարկատեր, ֆինանսիստ, բանկիր	սեփականությունը մեղք չէ, դրա համար դժոխք չեն ընկնում	սովորեք ոչ միայն գումար վաստակել և ծախսել, այլև ստեղծել ֆինանսներ՝ ի շահ հասարակության	հաջողության հասնել, օգտագործելով ձեր կազմակերպչական և գործարար հմտությունները
9.	թափառող	կառչել եզրից, ընկեր՝ վեր կաց	ամրապնդել բարին, ուրիշների բարրգավաճումն ու երջանկությունը	ցուցադրել անձնվիրություն, զգայունություն և բժշկողի ունակություն

Հասկանալի է, որ մաթեմատիկան այն բացառիկ գիտություններից է, որտեղ ճշմարտության հաստատման միայն մեկ ճանապարհ կա` ապացուցումը: Իսկ թվերի խորհրդապաշտության մասին շարադրված այս նյութը կապ չունի ապացուցման հետ: Հետևաբար, Թագուհին մեզ պետք է որ սովորեցնի չապավինել թվերի այս խորհրդապաշտությանը: Թերևս այն կարելի է դիտել որպես ժամանցի աղբյուր: