

Թեմա 1.7. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԲԱԶՄԱՆՂԱՄՆԵՐԻ ՅԵՏ

1. Բազմանդամների գումարումն ու հանումը: Բազմանդամները հանրահաշվական արտահայտություններ են և, ուրեմն, կարելի է դրանք գումարել իրար և իրարից հանել. արդյունքում միշտ կստանանք հանրահաշվական արտահայտություն: Արդյո՞ք նման ձևով ստացված հանրահաշվական արտահայտությունները բազմանդամներ են, այսինքն՝ բազմանդամները գումարելուց կամ հանելուց նորից բազմանդամներ կստանանք: Այս հարցին դրական պատասխան են տալիս հետևյալ հատկությունները:

Բազմանդամների գումարման հատկությունը

Երկու բազմանդամների գումարը բազմանդամ է :

Ապացուցում: Իսկապես, վերցնենք երկու կամայական բազմանդամներ՝ f և g : Համաձայն բազմանդամի սահմանման՝ f և g արտահայտությունները միանդամների հանրահաշվական գումարներ են: Հետևաբար՝ $f+g$ գումարը նույնպես կլինի միանդամների հանրահաշվական գումար. այն այդ տեսքով գրելու համար բավական է, անհրաժեշտության դեպքում, կատարել փակագծերի բացում:

Նույն կերպ է ապացուցվում նաև հետևյալ հատկությունը:

Բազմանդամների հանման հատկությունը

Երկու բազմանդամների տարբերությունը բազմանդամ է:

Գործնականում բազմանդամները գումարելու կամ հանելու համար, փաստորեն, անհրաժեշտ է կազմել նրանց գումարը կամ տարբերությունը և այնուհետև՝ ստացված բազմանդամի մեջ կատարել նման անդամների միացում: Այդպիսի դեպքերում համապատասխան գործողությունների կատարումը հաճախ նման է բնական թվերի գումարմանը կամ հանմանը:

Բերենք մեկական օրինակ: Նախ գումարենք $3x^3y^3+11+x-4y$ և x^3y^3-2y-2 բազմանդամները: Գրենք այս բազմանդամները երկու տողով՝ նման անդամները իրար տակ.

$$\begin{array}{r} 3x^3y^3+x-4y+11 \\ + \quad x^3y^3 \quad -2y-2 \\ \hline 4x^3y^3+x-6y+9 \end{array}$$

Այսինքն՝

$$(3x^3y^3 + x - 4y + 11) + (x^3y^3 - 2y - 2) = 4x^3y^3 + x - 6y + 9 :$$

Այժմ կատարենք նույն բազմանդամների հանումը.

$$\begin{array}{r} 3x^3y^3 + x - 4y + 11 \\ - \quad x^3y^3 \quad - 2y - 2 \\ \hline 2x^3y^3 + x - 2y + 13 \end{array}$$

Այսինքն՝

$$(3x^3y^3 + x - 4y + 11) - (x^3y^3 - 2y - 2) = 2x^3y^3 + x - 2y + 13 :$$

Բազմանդամները գումարելիս և հանելիս օգտակար է վերհիշել փակագծերի բացման կանոնը.

Եթե փակագծից առաջ դրված է + նշանը, ապա փակագծերը բացելիս փակագծերում ամփոփված գումարելիները պահպանում են իրենց նշանը, իսկ եթե փակագծից առաջ դրված է - նշանը, ապա փակագծերը բացելիս փակագծերում ամփոփված գումարելիները փոխում են իրենց նշանը: Օրինակ.

$$\text{ա. } (2 + 8x^4y) + (3x^3 - x^4 + 1) = 2 + 8x^4y + 3x^3 - x^4 + 1,$$

$$\text{բ. } (x + 8y) - (3x - x^4 + 2y) = x + 8y - 3x + x^4 - 2y :$$

2. Բազմանդամների բազմապատկումը: Որպես հանրահաշվական արտահայտություններ՝ բազմանդամները կարելի է նաև բազմապատկել: Այստեղ մեզ անփոխարինելի ծառայություն են մատուցում բաշխական օրենքները:

Իսկապես, դիտարկենք մեկ օրինակ: Բազմապատկենք $5xy - 4x$ և $3y + 1$ բազմանդամները: Կստանանք.

$$\begin{aligned} (5xy - 4x)(3y + 1) &= (5xy - 4x) \cdot 3y + (5xy - 4x) \cdot 1 = \\ &= 5xy \cdot 3y - 4x \cdot 3y + 5xy \cdot 1 - 4x \cdot 1 = 15xy^2 - 12xy + 5xy - 4x = \\ &= 15xy^2 - 7xy - 4x : \end{aligned}$$

Այսպիսով՝ $5xy - 4x$ և $3y + 1$ բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում մենք ստացանք $15xy^2 - 7xy - 4x$ արտահայտությունը, որը նույնպես բազմանդամ է: Իսկ կամայական երկու բազմանդամների բազ-

մապատկման արդյունքում ստացված արտահայտությունը արդյո՞ք նորից բազմանդամ կլինի:

Բաշխական օրենքների կիրառությունը թույլ է տալիս բազմանդամների բազմապատկումը փոխարինել միանդամների բազմապատկման և, այնուհետև, ստացված արդյունքների գումարման: Իսկ միանդամների արտադրյալը միշտ միանդամ է: Հետևաբար՝ բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում մենք միշտ կստանանք բազմանդամ: Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք բազմանդամների բազմապատկման հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Բազմանդամների բազմապատկման հատկությունը

Երկու բազմանդամների արտադրյալը բազմանդամ է:

Սովորաբար, բազմանդամների բազմապատկումը շատ ավելի դժվար է կատարել, քան դրանց գումարումը կամ հանումը: Նախ սովորենք կատարել միանդամի և բազմանդամի բազմապատկումը:

Բազմապատկենք, օրինակ, $3x^3y$ միանդամը $x-4y+11$ բազմանդամով: Օգտվենք բաշխական օրենքներից և գործողությունների այլ հատկություններից.

$$\begin{aligned} 3x^3y \cdot (x-4y+11) &= 3x^3y \cdot x - 3x^3y \cdot 4y + 3x^3y \cdot 11 = \\ &= 3x^4y - 12x^3y^2 + 33x^3y : \end{aligned}$$

Այսպիսով՝ $3x^3y$ միանդամը $x-4y+11$ բազմանդամով բազմապատկելու համար մենք այն բազմապատկեցինք բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արդյունքները գումարեցինք: Այսպես է բազմապատկվում նաև կամայական միանդամ կամայական բազմանդամով:

Միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու համար պետք է միանդամը բազմապատկել բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արդյունքները գումարել:

Նման ձևով է բազմապատկվում նաև բազմանդամը միանդամով:

Բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու համար պետք է բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամը բազմապատկել միանդամով և ստացված արդյունքները գումարել:

Այժմ, երբ գիտենք միանդամը բազմապատկել բազմանդամով, կարող ենք նաև բազմանդամը բազմապատկել բազմանդամով: Ինչպես անենք այդ: Օգտվելով բաշխական հատկություններից՝ մենք կարող ենք նախ բազմապատկվող բազմանդամներից առաջինը բազմապատկել երկրորդի անդամներից յուրաքանչյուրով և արդյունքները գումարել: Ստացված գումարելիները կլինեն բազմանդամի և միանդամների արտադրյալներ, որոնց բազմապատկումը արդեն գիտենք: Բերենք նման մեկ օրինակ:

Բազմապատկենք $x-4y+11$ և $3x^3y+2xy$ բազմանդամները: Հետևելով վերը նշված ալգորիթմին՝ կունենանք.

$$\begin{aligned}(x-4y+11)(3x^3y+2xy) &= (x-4y+11) \cdot 3x^3y + \\ &+ (x-4y+11) \cdot 2xy = x \cdot 3x^3y - 4y \cdot 3x^3y + 11 \cdot 3x^3y + \\ &+ x \cdot 2xy - 4y \cdot 2xy + 11 \cdot 2xy:\end{aligned}$$

Այսպիսով՝ մենք ստանում ենք տրված երկու բազմանդամների արտադրյալը, եթե մի բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամ հերթականությամբ բազմապատկենք մյուս բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արտադրյալները գումարենք: Այսպես են բազմապատկվում նաև կամայական երկու բազմանդամներ:

Բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու համար պետք է մի բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամ բազմապատկել մյուս բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արտադրյալները գումարել:

Բերենք ևս մեկ օրինակ: Բազմապատկենք $2x+3y$ բազմանդամը $-x^2+4y-5$ բազմանդամով: Կունենանք.

$$\begin{aligned}(2x+3y)(-x^2+4y-5) &= \\ &= 2x(-x^2)+2x \cdot 4y-2x \cdot 5+3y(-x^2)+3y \cdot 4y-3y \cdot 5 = \\ &= -2x^3-3x^2y+8xy+12y^2-10x-15y:\end{aligned}$$